

# 喇叭天线的数值研究

宋斌 傅君眉

(西安交通大学,西安 710049)

**摘要** 本文提出了用边界元法分析喇叭天线的方法,并对其入口驻波特性、口径场、近区场和辐射场作了深入的探讨,得到的数据均与其它方法的结果相吻合。由于本文方法具有推导简单,计算省时的特点,所以是研究喇叭天线的一种有效途径。

**关键词** 喇叭天线;边界元法;驻波系数;辐射场方向图

## 一、引言

喇叭天线是一类应用十分广泛的微波天线,它具有频率特性好,结构简单,功率容量大,损耗较小,可获得较尖锐的主瓣和较低的旁瓣等优点。目前,它是高增益微波天线最常用的初级馈源形式,并且可用作阵列天线中的辐射单元,亦可作微波中继站天线,另外,试验室中也经常用作指示天线和标准天线。

喇叭天线由逐渐张开的波导构成,对它远区辐射场的研究现已提出了多种方法,但这些方法均是在一种口面上近似场分布的前提下提出的,这就必然使得结果与实验值产生某些误差。另外,对喇叭天线的内部场、口径场和近区场尚缺乏深入的探讨。本文采用边界元法着重对这些问题进行了研究。电磁场领域中的边界元法(BEM)是近年来提出的一种数值方法<sup>[1]</sup>,它具有结果精确,计算量小,处理问题灵活等优点。

本文采用二维的边界元法分析了E面和H面喇叭天线的入口驻波特性,口径场和近区场,得出了口径面上场分布的精确值。在此基础上采用口径场积分法,通过离散傅里叶变换求出了口径场的角谱,并由此得到了远区辐射场的方向图。由于本文的分析考虑到了诸如喇叭的拐角等因素的影响,且推导简单、计算省时,所以在喇叭天线的研究中优于其它方法。

## 二、基本原理

由于一个E面或H面喇叭天线可以看作为一E面或H面的波导不连续情况,是一个二维问题,所以这里先应用边界元法对二维问题进行分析,推导出基本表达式。

喇叭天线的波导入口处由 $TE_{10}$ 模激励,这样所研究区域的场满足 Helmholtz 方程,

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0 \quad (1)$$

假设所研究的区域被边界  $L$  所包围, 如图 1 所示. 利用基本解  $u^*$  和格林函数, 由 (1) 式可得

$$u_i + \int_L u q^* dl = \int_L u^* q dl \quad (2)$$

其中

$$u^* = -(j/4)H_0^{(2)}(k\gamma) \quad (3)$$

$$q^* = (j/4)kH_1^{(2)}(k\gamma) \cos \alpha \quad (4)$$

这里,  $u_i$  为节点  $i$  的  $u$  值,  $q$  和  $q^*$  分别为  $u$  和  $u^*$  的外法向导数;  $H_0^{(2)}$  和  $H_1^{(2)}$  分别为零阶和一阶第二类汉克尔函数;  $\alpha$  为矢量  $r$  与外法向单位矢量  $\hat{n}$  的夹角. 将节点  $i$  移至边界  $L$  上, 并选择积分路径  $L_\Delta$  围绕节点  $i$  (参见图 1), 同时利用柯西积分主值定律, 得到

$$c_i u_i + \int_L u q^* dl = \int_L u^* q dl \quad (5)$$

这里,  $c_i = 1 - \theta/(2\pi)$ , 对于光滑边界  $c_i = 1/2$ .

将边界划分成线性元素, (5) 式离散化为

$$\begin{aligned} c_i u_i + \sum_{e=1}^N [h_1 h_2]_e \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \\ = \sum_{e=1}^N [g_1 g_2]_e \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

式中,  $N$  为划分元素的总数;  $u_1, u_2$  和  $q_1, q_2$  分别为第  $e$  个元素上的两个节点的  $u$  和  $q$ .

当节点  $i$  不属于第  $e$  个元素时,  $h_1, h_2$  和  $g_1, g_2$  由高斯积分确定:

$$\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \frac{l_e}{2} \int_{-1}^1 \begin{Bmatrix} (1-\xi)/2 \\ (1+\xi)/2 \end{Bmatrix} \frac{1}{4} jkH_1^{(2)}(k\gamma) \cos \alpha d\xi \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} = \frac{l_e}{2} \int_{-1}^1 \begin{Bmatrix} (1-\xi)/2 \\ (1+\xi)/2 \end{Bmatrix} \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(k\gamma) d\xi \quad (8)$$

这里,  $\xi$  为元素  $e$  上的无量纲局部坐标,  $l_e$  为元素  $e$  的长度.

当节点  $i$  与元素  $e$  的节点重合时, 由于  $\cos \alpha = 0$ , 故  $h_1 = h_2 = 0$ .

当节点  $i$  与元素  $e$  的第一个节点重合时,  $g_1, g_2$  由下式确定:

$$\begin{aligned} g_1 = \frac{j}{4} l_e \left\{ \frac{1}{kl_e} H_1^{(2)}(kl_e) + j \frac{2}{\pi} \left[ \ln \left( \frac{kl_e}{2} \right) + R - 1 - \left( \frac{1}{kl_e} \right)^2 \right] - 1 \right. \\ \left. - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s (kl_e)^{2s}}{(s!)^2 2^{2s} (2s+1)} \left[ 1 - j \frac{2}{\pi} \left( \ln \left( \frac{kl_e}{2} \right) + R - h_s - \frac{1}{2s+1} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

式中,  $h_s = 1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/s$ , 尤拉常数  $R = 0.5772$ ;

$$g_2 = -\frac{j}{4} l_e \left[ \frac{1}{kl_e} H_1^{(2)}(kl_e) - j \frac{2}{\pi} \left( \frac{1}{kl_e} \right)^2 \right] \quad (10)$$

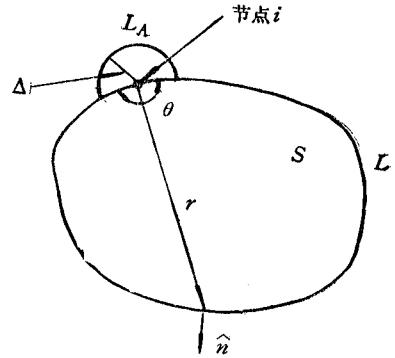


图 1 被边界  $L$  包围的二维区域

若节点  $i$  与元素  $e$  的第 2 个节点重合时,  $g_1$  由 (10) 式确定,  $g_2$  由 (9) 式确定。

(6) 式可写成矩阵形式:

$$[H][U] = [G][Q] \quad (11)$$

解之, 即可求出边界上各节点的  $u$  和  $q$ , 再利用 (2) 式就能求得区域内部各点的  $u$  和  $q$ 。

### 三、问题分析和结果

我们先讨论喇叭天线入口驻波特性的求解。设在输入波导口的参考面  $I$  处加上给定的

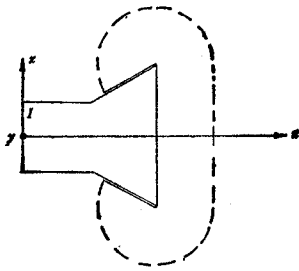


图 2 喇叭天线的边界选取情况

的  $TE_{10}$  入射波场量  $u_{IN}$ , 参见图 2。图中直角坐标系的原点置于输入参考面的中心位置。由于不连续性, 所以在开口处和波导接头处都要对基模产生反射, 同时还要产生高次谐波。但因高次谐波衰减很快, 且取的参考面  $I$  离不连续处较远, 因此可以认为参考面  $I$  处的反射波只有基模  $TE_{10}$  波存在。现在用  $u_r$  表示从不连续处反射至  $I$  面的场量。则在输入面  $I$  处场量  $u_i$  为

$$u_i = u_{IN} + u_r \quad (12)$$

因为从输入口向波导内传播的波随  $z$  的变化为  $\exp(-j\beta z)$ , 反射回来的波则为  $\exp(j\beta z)$ , 这里  $\beta$  为  $TE_{10}$  波的相位常数, 即

$$\beta = (2\pi/\lambda)\sqrt{1 - [\lambda/(2a)]^2} \quad (13)$$

从而就可求出  $u_i$  的导数  $q_i$  为

$$\begin{aligned} q_i &= -\partial u_i / \partial z = -\partial u_{IN} / \partial z - \partial u_r / \partial z \\ &= j\beta u_{IN} - j\beta(u_i - u_{IN}) = 2j\beta u_{IN} - j\beta u_i \end{aligned} \quad (14)$$

对于 H 面喇叭,  $u$  取  $E_y$ , 则在金属边界上  $u = 0$ ; 而对于 E 面喇叭,  $u$  取  $H_y$ , 则在金属边界上  $q = \partial u / \partial n = 0$ 。

因为电磁波离开辐射口以后, 衰减很快, 因此辐射口处边界不取在无穷远, 而取在离开口处约一个波长以外的地方, 并认为此处的空间场已减弱到可以略而不计的程度, 这样计算波导入口处的反射系数就可以保证有足够的精度。边界可按以下方式选择: 整个边界由输入面  $I$ , 波导内壁, 开口波导内壁, 开口波导外壁和用虚线表示的外部空间面组成, 参见图 2。根据以上边界的选择方式, 开口外部边界(图 2 中虚线部分)上的  $u$  和  $q$  均为 0, 它们对边界元方程没有贡献, 所以无需考虑它们。故 (11) 式简化为

$$[H_I \ H_W] \begin{bmatrix} U_I \\ U_W \end{bmatrix} = [G_I \ G_W] \begin{bmatrix} Q_I \\ Q_W \end{bmatrix} \quad (15)$$

上式中, 下标 “I” 代表输入面, 下标 “W” 代表波导金属表面。代入  $U_W = 0$ , 并利用 (14) 式, 就有

$$[H_I, H_w] \begin{bmatrix} U_I \\ 0 \end{bmatrix} = [G_I, G_w] \begin{bmatrix} 2j\beta U_{IN} - j\beta U_I \\ Q_w \end{bmatrix} \quad (16)$$

将上式右边的未知量移至左边,得到

$$[H_I + j\beta G_I - G_w] \begin{bmatrix} U_I \\ Q_w \end{bmatrix} = [G_I] [2j\beta U_{IN}] \quad (17)$$

对于H面喇叭,上式中  $U_I$  为输入面 I 上加的人射波  $E$ , 分量, 当将纵向坐标  $z = 0$  放在输入面时, 则有

$$u_{IN} = |u_{IN}| \sin(\pi x/\alpha) \quad (18)$$

由 (17) 式解出  $U_I$  后, 就可用 (12) 式求出  $u_r$ ; 根据 I 面同一节点处的  $u_i$  和  $u_r$ , 就能得出输入参考面 I 处的反射系数  $R$  为

$$R = u_r/u_{IN} \quad (19)$$

对于E面喇叭, 可得类似的结果。

我们分别对E面和H面喇叭天线进行了计算。表 1 和图 3 分别示出了E面喇叭的反射系数和驻波系数的分布情况。

表 1

方法	$L$ (mm)							
	40	50	60	70	80	100	120	150
本文方法	0.125	0.058	0.090	0.107	0.055	0.034	0.061	0.243
实验值 <sup>[2]</sup>	0.128	0.057	0.093	0.108	0.099	0.029	0.059	0.241

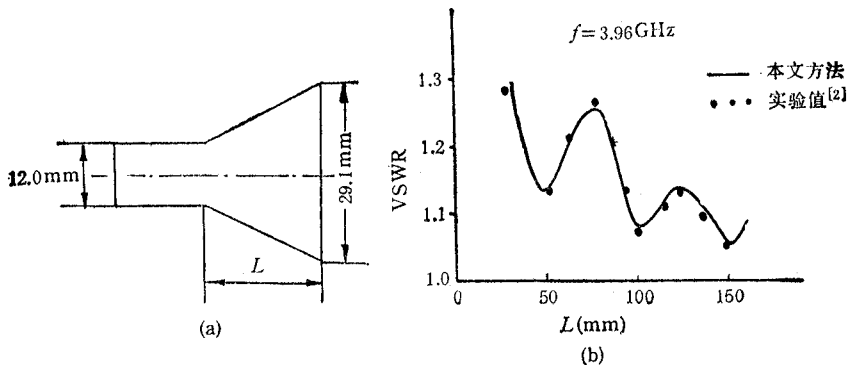
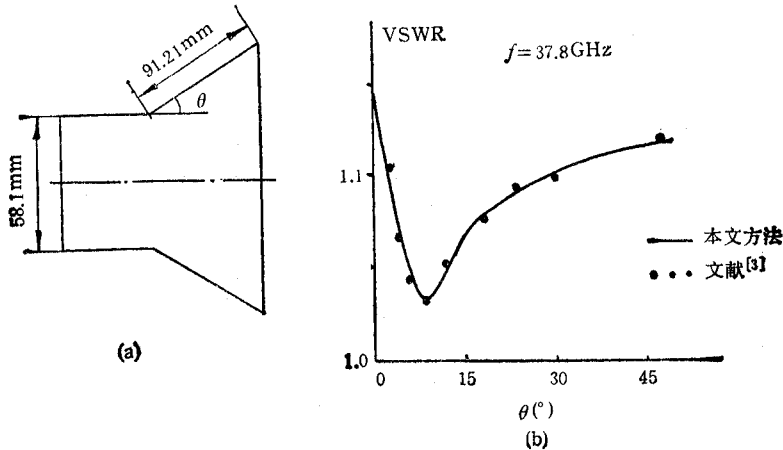
图 3 E面喇叭天线入口驻波系数随  $L$  变化的关系

表 2 和图 4 示出了H面喇叭天线的结果。

从图 3 可以看出, E面喇叭的波导入口处的驻波系数随  $L$  变化呈现出振荡形式, 且最小点出现在喇叭斜边等于半个波导波长(或其倍数)的地方, 这一点与实验值非常吻合。对于H面喇叭, 从图 4 可以发现它的驻波特性要比相应的E面喇叭好的多。在  $\theta > 30^\circ$  时, VSWR 的变化趋于平稳。

表 2

方法	$\theta(^{\circ})$	0	7	15	25	30	45
	$ R $						
本文方法		0.068	0.015	0.032	0.040	0.047	0.056
文献[3]结果		0.069	0.018	0.034	0.039	0.049	0.057

图 4 H面喇叭天线入口驻波系数随 $\theta$ 变化的关系

从上面的结果可以发现,本文方法对解决喇叭天线的内部问题是非常有效的。这样的开域问题若用有限元法来处理,则需划分出至少 400 个节点,计算量是非常大的;而利用本文方法则仅需划分出 98 个节点就能达到足够的精度。

对于求解口面场和近区场,我们分析了一个 H 面喇叭。此处的边界选择与图 2 不完全相同,为了解口面场和近区场 ( $\leq 1\lambda$ ),开口外部边界须取在离开口处至少  $3\lambda$  以外的地方,这样才能保证足够的精度。另外,在划分边界元素时考虑到了拐角的影响,所以求解比较精确。

我们对一 H 面喇叭的口径场和近区场进行了计算。这里取  $\theta = 30^{\circ}$ , 设  $TE_{10}$  模以单位振幅在波导入口处激励,得到了口径场的分布;表 3 示出了其幅度归一化值,并与常规假设余弦分布的场值作了比较<sup>[9]</sup>;表 4 示出了口径场的相位分布,这里为相对值,并认为口径面中心的相位为零。

图 5 示出了距口径面  $1\lambda$  的近区场分布情况,并将其与口径场为余弦分布时的近区场的结果作了比较。

为了求解几个波长以内的近区场,边界须取在离开口处更远的地方。如为了求解 2 个波长内的近区场,边界须取在离开口处至少 6 个波长以外的地方,这样才能保证足够的精度。

求出了口径场分布的精确值,即可得出远区辐射场的分布。辐射场的精确求解可采用几何绕射理论 (GTD),但过程繁琐。还可利用口径场积分法求解,虽然该方法未考虑

表 3

方法	$x$ (mm)									
	0	10	20	30	40	50	60	70	74	
口径场幅度归一化值	1.0	0.97	0.87	0.78	0.60	0.41	0.28	0.09	0.01	
本文方法	1.0	0.98	0.91	0.81	0.67	0.49	0.30	0.10	0.01	
余弦分布口径场	1.0	0.98	0.91	0.81	0.67	0.49	0.30	0.10	0.01	

表 4

方法	$x$ (mm)									
	0	10	20	30	40	50	60	70	74	
口径场的相位分布 (rad)	0	30.61	122.46	275.53	489.83	765.25	1101.96	1499.89	1676.46	
本文方法	0	30.61	122.46	275.53	489.83	765.25	1101.96	1499.89	1676.46	

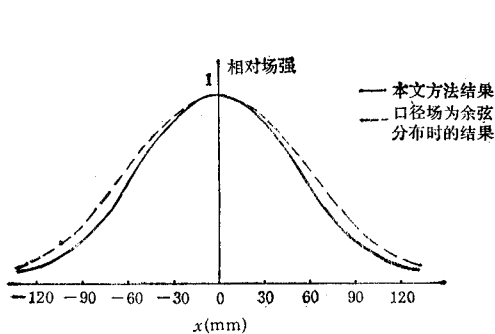
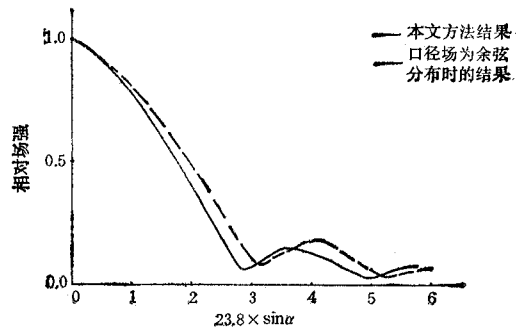


图 5 H面喇叭近区场场强幅度归一化曲线

图 6 H面喇叭天线的H面( $xz$ 面)方向图  
( $\alpha$ 为远区H面上一点与 $z$ 方向的夹角)

边缘磁荷的辐射作用,但得出的方向图在其主瓣和近旁瓣范围内与用 GTD 法所得的结果非常接近,所以本文采用了口径场积分法。由于这里求得的口径场为一组离散的值,故要利用离散傅里叶变换。我们通过快速傅里叶变换 (FFT) 求出了口径场的角谱,并在此基础上得到了远区辐射场的分布。

图 6 为一 H 面喇叭天线的结果,此为一归一化的 H 面(图 2 中的  $xz$  面)方向图,并与口径场为余弦分布的结果作了比较。从图中可以发现,本文方法得到的方向图的主瓣稍窄,且旁瓣电平较低。根据同样的过程,还可得到 E 面喇叭天线的结果。

上述的分析是一个二维边界元法的求解过程,它实际上已经假定了场量在某一方向上无变化,例如,对于 H 面喇叭,认为电场在  $y$  轴方向无变化(参见图 2)。这是一种近似处理,但由于喇叭的对称性,用这种近似过程得到的远区辐射场方向图,如 H 面喇叭的 H 面 ( $xz$  面)方向图与其它方法的结果还是比较吻合的。当然对于喇叭天线的精确求解需

从三维的角度进行, 作者将在另篇文章中运用三维的边界元法对一般形状的喇叭天线进行研究。

#### 四、结 论

本文提出了用边界元法分析喇叭天线的方法, 并对几个典型的例子进行了研究, 得到的数据均与其它方法的结果相吻合。由于它考虑到了诸如喇叭的拐角等因素的影响, 且具有推导简单、计算省时的特点, 所以在近似分析中优于其它方法。

#### 参 考 文 献

- [1] Shin Kagami, *IEEE Trans on MTT*, **MTT-32**(1984)4, 455—461.
- [2] K. Matsumaru, *IRE Trans on MTT*, **MTT-6** (1958)4, 143—149.
- [3] N. Okamoto, *Trans. IECE Jpn.*, J59-B (1976)1, 25—32.
- [4] R. E. Collin, *Antennas and Radiowave Propagation*, McGraw-Hill, New York, (1985), pp. 164—169.

## AN EFFICIENT NUMERICAL ANALYSIS OF HORN ANTENNAS

Song Bin Fu Junmei

(Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

**Abstract** The boundary-element method is used for the investigation of horn antennas, and the input standing-wave property, aperture field, near field and far field of horn antennas are studied thoroughly. The obtained results are in good agreement with data available in the literatures. Some examples are given to show the validity and usefulness of this approach.

**Key words** Horn antenna; Boundary-element method; Standing-wave ratio; Far-field radiation pattern