

合成孔径雷达图像辐射分辨率工程估算公式的校正¹

董 戈

(中国科学院电子学研究所微波成像技术国家级重点实验室 北京 100080)

摘 要: 该文分析了合成孔径雷达图像辐射分辨率的本质, 指出了目前工程应用的合成孔径雷达图像辐射分辨率估算值存在着较大的误差, 只适合于定性分析。在利用信号检测错误概率的基础上推导出了适合于定量分析的合成孔径雷达图像辐射分辨率工程估算公式。

关键词: 合成孔径雷达, 雷达图像, 辐射分辨率

中图分类号: TN958, TN957.51 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)12-1901-07

A Corrected Engineering Estimation Formula of Radiometric Resolution in SAR Images

Dong Ge

(The National Key Laboratory of Microwave Imaging Technology,

Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract After analyzing the inherence of radiometric resolution in SAR images, this paper points out there is considerable error of radiometric resolution in SAR images using current engineering estimation formula which only suits for the qualitative analysis. Based on probability of error in the theory of signal detection, an engineering estimation formula of radiometric resolution in SAR images is derived. The corrected formula suits for the quantitative analysis.

Key words Synthetic Aperture Radar(SAR), Radar image, Radiometric resolution

1 前言

合成孔径雷达 (Synthetic Aperture Radar, SAR) 是可以实现全天时、全天候、远距离、大范围、高空间几何分辨率微波成像的重要遥感手段。衡量 SAR 图像质量的主要指标是空间分辨率和辐射分辨率^[1-3]。空间分辨率是 SAR 反映地物目标空间几何结构精度的衡量, 而辐射分辨率是 SAR 反映地物目标微波散射特性精度的衡量。经辐射校正的 SAR 图像应该是目标场景微波散射特性的描述。越精确地反映地物目标的微波散射特性, SAR 系统越能高质量地成像。在农作物长势判别、地物湿度区分, 特别是海洋现象的研究中, 区分目标散射特性微弱差异的能力尤为重要。

准确地估算 SAR 辐射分辨率是 SAR 设计过程中的重要环节。但由于 SAR 系统照比传统的微波成像系统具有高空间分辨的特性, 可以通过目标的空间几何形状判读 SAR 图像, 因此往往忽略了辐射分辨率在 SAR 系统中的作用。目前 SAR 设计过程中应用的辐射分辨率估算公式形式简单^[1-4], 但却存在着较大的误差, 不适合定性分析。

2 合成孔径雷达图像的辐射分辨率

当 SAR 天线方向图覆盖区域足够大, 区域内散射单元总数足够大, 而且覆盖区域内没有一

¹ 2003-06-27 收到, 2003-11-28 改回

863 国家高技术研究发展计划 (2002AA135060) 资助课题

个大散射体能支配回波特性时，所有散射单元累加后的瞬时电压幅度和相位是相互独立的，并分别是符合瑞利 (Rayleigh) 分布和 $[-\pi, \pi]$ 区间均匀分布的随机变量^[1]。那么，平方律滤波器输出雷达信号功率电平的密度函数为指数分布。由于指数分布是具有二阶自由度的 χ^2 分布，将 N 个指数分布的独立样本进行非相干平均 (多视处理)，得到信号 x 的概率密度函数为 $2N$ 自由度的 χ^2 分布^[1]，即

$$p(x) = \frac{1}{(\sigma^2/N)\Gamma(N)} \left[\frac{x}{\sigma^2/N} \right]^{N-1} \exp \left[-\frac{x}{\sigma^2/N} \right] \quad (1)$$

其均值和标准方差值分别为

$$E[x] = \sigma^2, \quad \sigma[x] = \sqrt{D[x]} = \frac{\sigma^2}{\sqrt{N}} \quad (2)$$

(2)

由于 N 为正整数，伽马 (Gamma) 函数 $\Gamma(N)$ 可以表示为 $\Gamma(N) = (N-1)!$ ，则式 (1) 可写为

$$p(x) = \frac{1}{(\sigma^2/N)(N-1)!} \left[\frac{x}{\sigma^2/N} \right]^{N-1} \exp \left[-\frac{x}{\sigma^2/N} \right] \quad (3)$$

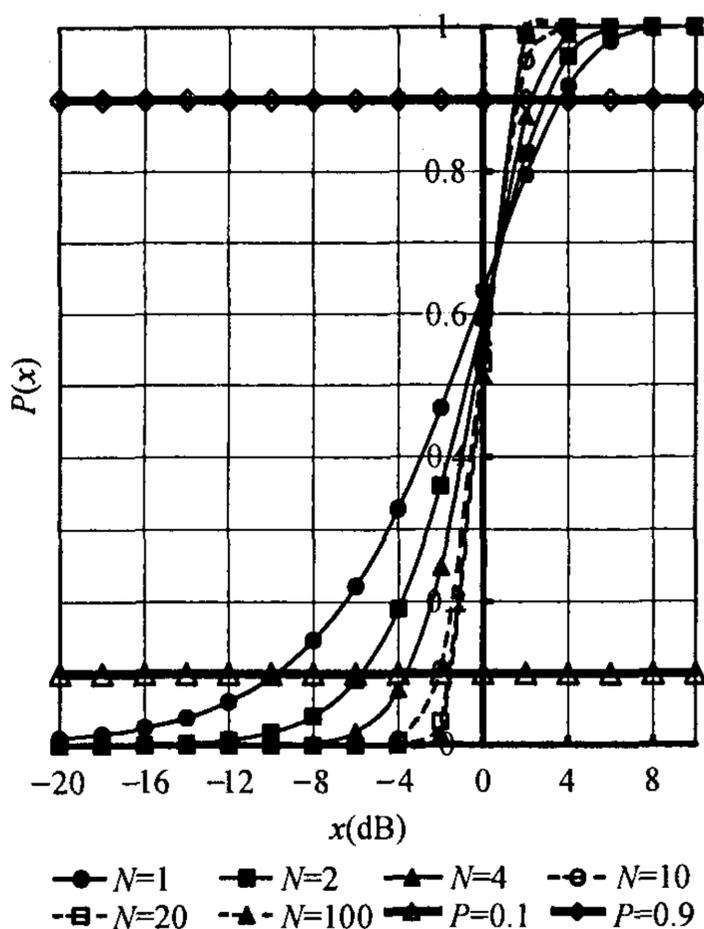


图1 功率电平为 x 的信号出现概率

传统的辐射分辨率定义^[1,2]是信号功率电平落入 $[0.1, 0.9]$ 80% 范围内的两个边界信号功率电平 x_1 和 x_2 的比值，即

$$\delta_d = \frac{x_1(P(x > x_1) = 0.1)}{x_2(P(x < x_2) = 0.1)} \quad (4)$$

其中 $P(x) = \int_0^x p(x)dx$ 为功率电平为 x 的信号出现概率。

图 1 中绘出了 $N=1, 2, 4, 10, 20, 100$ 时功率电平为 x 的信号出现概率 $P(x)$ 。根据定义，利用图 1 曲线与 $P(x) = 0.1$ 和 $P(x) = 0.9$ 的交点可以确定辐射分辨率的值 (见表 1，图 1 中 x 值用分贝值表示， $\delta_d(\text{dB}) = x_1(\text{dB}) - x_2(\text{dB})$ 。

表1 SAR 图像辐射分辨率原始定义

独立样本数 (多视数) N	1	2	4	10	20	100
$x_1(P(x > x_1) = 0.1)(\text{dB})$	3.63	2.89	2.23	1.53	1.13	0.53
$x_2(P(x < x_2) = 0.1)(\text{dB})$	-9.79	-5.76	-3.61	-2.16	-1.39	-0.58
$\delta_d(80\% \text{ 动态范围})(\text{dB})$	13.42	8.65	5.84	3.69	2.52	1.11
图 2 中的曲线编号	1	2	3	4	5	6

3 合成孔径雷达图像辐射分辨率工程估算公式及其误差

为了便于工程应用, 将信号衰落动态范围缩小到 $[E[z], E[z] + \sigma[z]]$ 。此时 SAR 图像辐射分辨率^[1,2] 可以表示为

$$\delta_d = (E[x] + \sigma[x])/E[x] = (\sigma^2 + \sigma^2/\sqrt{N})/\sigma^2 = 1 + 1/\sqrt{N} \quad (5)$$

考虑到信噪比的影响, 目前工程估算时采用 SAR 辐射分辨率的定义公式如下^[2,3]:

$$\delta_d = 1 + (1 + 1/\text{SNR})/\sqrt{N} \quad (6)$$

其中 SNR 为 SAR 单视图图像信噪比, N 为多视数 (正整数)。

利用工程估算公式 (6) 计算得到辐射分辨率的数值见表 2。由表 2 可见目前工程估算的辐射分辨率数值明显低于原始定义值。分析表明由于减少了信号衰落动态范围, 信号落入此范围的可能性也明显减少, 如表 2 所示。

表 2 工程估算与原始定义 SAR 辐射分辨率对比

	独立样本数 (多视数), N	1	2	4	10	20	100
原始定义式	$\delta_d(\text{dB})$, 式 (4)	13.42	8.65	5.84	3.69	2.52	1.11
	信号落入动态范围的可能性 (%)	80	80	80	80	80	80
	错误概率	0.09	0.09	0.10	0.09	0.10	0.10
工程估算公式	$\delta_d(\text{dB})$, 式 (6), $\text{SNR} \rightarrow \infty$	3.01	2.32	1.76	1.19	0.88	0.41
	信号落入动态范围的可能性 (%)	24	28	30	33	35	36
	错误概率	0.375	0.359	0.346	0.334	0.326	0.320
校正的公式	$\delta_d(\text{dB})$, $\text{SNR} \rightarrow \infty$, 式 (6)	-	7.66	4.77	2.84	1.98	0.87
	信号落入动态范围的可能性 (%)	-	75	71	69	69	68
	错误概率	-	0.120	0.143	0.153	0.156	0.161
表 3 的估算值	$\delta_s(\text{dB})$, $P_e = 0.1$, $\text{SNR} = 50\text{dB}$	12.7	8.4	5.8	3.6	2.5	1.1
	信号落入动态范围的可能性 (%)	78	79	80	80	80	80
	错误概率	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10

综上所述, 在推导 SAR 辐射分辨率工程估算公式 (6) 时, 引入了明显误差 (信号落入衰落动态范围的可能性从 80% 降低到 30% 左右), 结果估算值也明显小于真实值。利用式 (6) 只能定性分析 SAR 辐射分辨率而不能对其做出精确的定量分析。

4 合成孔径雷达图像辐射分辨率与信号的检测特性

传统的定义不能直观地反映 SAR 图像辐射分辨率的意义以及多视数和图像信噪比对其影响。SAR 图像辐射分辨率实际是从功率为 P_{noise} 的噪声中以一定的可靠性 (检测特性) 可以区分的两个点回波功率 (P_{s1} 和 P_{s2}) 之比。假设 $P_{s1} > P_{s2}$, 辐射分辨率 δ_d 可以表示为

$$\delta_d = P_{s1}/P_{s2} \quad (7)$$

如果信号和噪声的功率密度函数都是 $2N$ 自由度的 χ^2 分布, 那么信号加噪声的功率密度函数也应服从 $2N$ 自由度的 χ^2 分布。其均值是 $\sigma_i^2 = P_{si} + P_{\text{noise}}$, $i = 1, 2$ 。由式 (3) 可得这样构成的两个分辨单元回波加噪声的概率分布^[4] 为

$$p_i(x) = \frac{N}{(P_{si} + P_{\text{noise}})(N - i)!} \left[\frac{xT}{P_{si} + P_{\text{noise}}} \right]^{N-1} \cdot \exp \left[-\frac{xN}{P_{si} + P_{\text{noise}}} \right], \quad i = 1, 2 \quad (8)$$

如果当回波功率 x 满足 $p_1(x) > p_2(x)$ 时我们认为是信号 s_1 否则是信号 s_2 , 那么, 将信号 s_1 存在时被误判为 s_2 的概率 (漏警率) 为

$$P_m = \int_{x_0}^{+\infty} p_2(x) dx \quad (9)$$

而将信号 s_2 存在时被误判为 s_1 的概率 (虚警率) 为

$$P_{fa} = \int_0^{x_0} p_1(x) dx \quad (10)$$

将式 (8) 代入式 (9) 和式 (10), 经相应的整理, 可得

$$P_m = \exp\left[-\frac{Nx_0}{P_{s2} + P_{\text{noise}}}\right] \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{n!} \left[-\frac{nx_0}{P_{s2} + P_{\text{noise}}}\right]^n \quad (11)$$

$$P_{fa} = 1 - \exp\left[-\frac{Nx_0}{P_{s1} + P_{\text{noise}}}\right] \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{n!} \left[-\frac{nx_0}{P_{s1} + P_{\text{noise}}}\right]^n \quad (12)$$

其中门限值 x_0 由条件 $p_1(x_0) = p_2(x_0)$ 确定. 代入式 (8) 可得

$$\left[\frac{P_{s1} + P_{\text{noise}}}{P_{s2} + P_{\text{noise}}}\right]^N \cdot \exp\left[-\frac{x_0 N}{P_{s2} + P_{\text{noise}}} + \frac{x_0 N}{P_{s1} + P_{\text{noise}}}\right] = 1 \quad (13)$$

即

$$x_0 = \frac{(P_{s1} + P_{\text{noise}})(P_{s2} + P_{\text{noise}})}{P_{s1} - P_{s2}} \ln \left[\frac{P_{s1} + P_{\text{noise}}}{P_{s2} + P_{\text{noise}}}\right] \quad (14)$$

为了表示方便, 设

$$\rho = (P_{s1} + P_{\text{noise}})/(P_{s2} + P_{\text{noise}}) \quad (15)$$

如果假设 SAR 单视图图像信噪比为

$$\text{SNR} = P_{s2}/P_{\text{noise}} \quad (16)$$

将式 (7) 和式 (16) 的关系代入式 (15), 可得

$$\rho = (\delta_d \cdot \text{SNR} + 1)/(\text{SNR} + 1) \quad (17)$$

我们利用错误概率来定义 SAR 图像的辐射分辨率. 错误概率是

$$P_e = P(s_1) \cdot P_m + P(s_2) \cdot P_{fa} \quad (18)$$

其中 $P(s_1)$ 和 $P(s_2)$ 是从 SAR 图像噪声中检测到信号 s_1 和 s_2 的先验概率. 将式 (11) 和式 (12) 代入式 (18) 可得

$$P_e = P(s_1) \cdot \exp\left[-\frac{Nx_0}{P_{s2} + P_{\text{noise}}}\right] \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{n!} \left[\frac{nx_0}{P_{s2} + P_{\text{noise}}}\right]^n \\ + P(s_2) - P(s_2) \cdot \exp\left[-\frac{Nx_0}{P_{s1} + P_{\text{noise}}}\right] \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{n!} \left[\frac{nx_0}{P_{s1} + P_{\text{noise}}}\right]^n$$

将式 (14) 和式 (17) 代入式 (19), 可得

$$\begin{aligned}
P_e = & P(s_1) \cdot \exp \left[-\frac{N\rho \ln \rho}{\rho - 1} \right] \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{n!} \left[\frac{n\rho \ln \rho}{\rho - 1} \right]^n \\
& + P(s_2) - P(s_2) \cdot \exp \left[-\frac{N\rho \ln \rho}{\rho - 1} \right] \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{n!} \left[\frac{n \ln \rho}{\rho - 1} \right]^n
\end{aligned} \tag{20}$$

通常情况认为从 SAR 图像噪声中检测到信号 s_1 和 s_2 的先验概率相等, 并假设 $P(s_1) = P(s_2) = 0.5$, 那么式 (20) 有:

$$\begin{aligned}
P_e = & 0.5 - 0.5 \cdot \exp \left[-\frac{N \ln \rho}{\rho - 1} \right] \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{n!} \left[\frac{n \ln \rho}{\rho - 1} \right]^n \\
& + 0.5 \cdot \exp \left[-\frac{N\rho \ln \rho}{\rho - 1} \right] \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{n!} \left[\frac{n\rho \ln \rho}{\rho - 1} \right]^n
\end{aligned} \tag{21}$$

此时绘制出错误概率 P_e 与单视 SAR 图像信噪比的关系曲线见图 2。

曲线 1~6 对应表 1 给出的 N 视数和传统辐射分辨率 δ_d 。由图 2 可见随着信噪比的增大错误概率 P_e 趋近常数 0.1。我们可以利用 $P_e = 0.1$ 时, 式 (21) 定义辐射分辨率。利用式 (21) 和式 (17) 绘制不同视数 N 和单视图图像信噪比组合情况下错误概率 P_e 随 δ_d 变化的曲线。曲线与 $P_e = 0.1$ 的交点就是此时的 SAR 图像辐射分辨率。

图 3 给出了当 SNR=10 时, P_e 的曲线, 曲线 1~6 对应视数 N 分别是 1, 2, 4, 10, 20, 100。曲线 1 与 P_e 交于 $\delta_d = 13.0\text{dB}$ 处, 也就是说, SNR=10, $N = 1$ 时 SAR 图像辐射分辨率 $\delta_d = 13.0\text{dB}$ 。同理可以得到其它 N 和 SNR 组合情况下 δ_d 的数值, 其结果在表 3 中列出。信号落入此动态范围的可能性见表 2, 其数值为 78%~80% 接近于原始定义 80%。

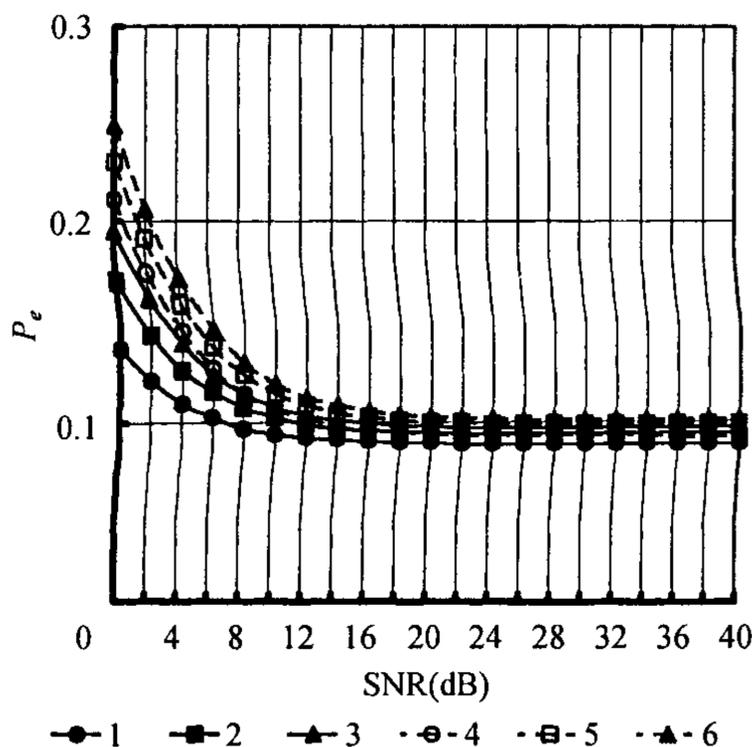


图 2 错误概率与单视 SAR 图像信噪比的关系曲线

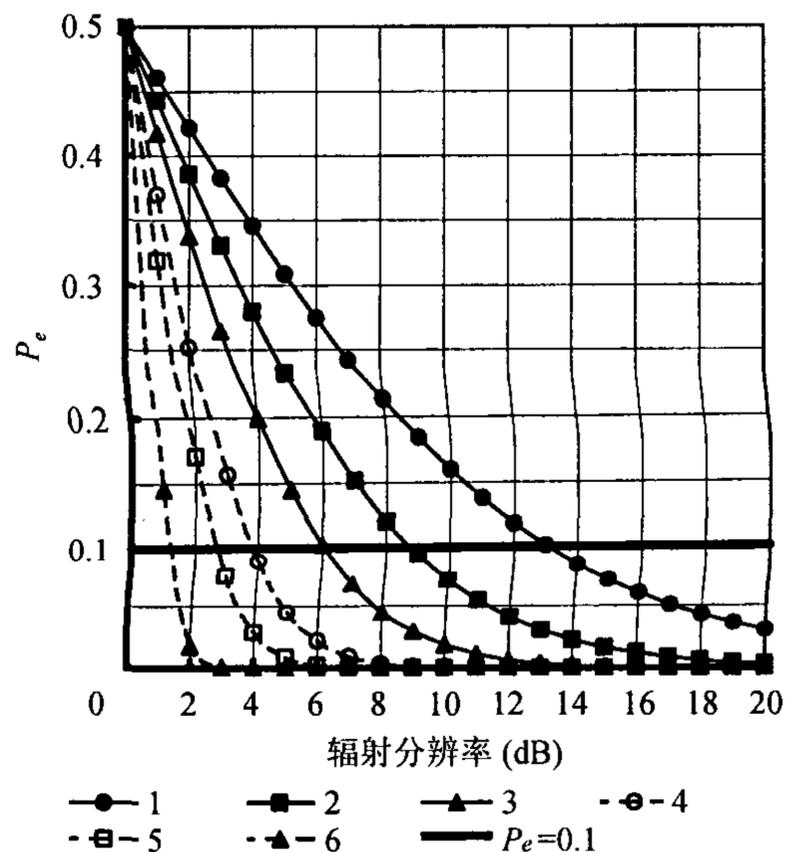


图 3 单视 SAR 图像 SNR=10 时错误概率 P_e 随 SAR 辐射分辨率 δ_d 变化的曲线

表 3 利用信号检测估算的 SAR 辐射分辨率数值

SNR(dB)	N					
	1	2	4	10	20	100
50	12.7	8.4	5.8	3.6	2.5	1.1
30	12.7	8.4	5.8	3.6	2.5	1.1
20	12.8	8.5	5.9	3.7	2.5	1.1
10	13.0	8.8	6.1	3.8	2.7	1.2
7	13.3	9.1	6.3	4.0	2.9	1.3
4	14.0	9.8	7.0	4.5	3.2	1.5
1	15.1	10.8	7.8	5.2	3.8	1.8

5 合成孔径雷达图像辐射分辨率工程估算公式的校正

虽然利用信号的检测特性可以估算 SAR 辐射分辨率的影响。但在工程应用中仍不十分方便。为了推导便于工程估算的 SAR 图像辐射分辨率定义式，还是从原始定义入手。我们取信号衰落动态范围为 $[E[x] - \sigma[x], E[x] + \sigma[x]]$ ，此时 SAR 图像辐射分辨率可以表示为

$$\delta_d = \frac{E[x] + \sigma[x]}{E[x] - \sigma[x]} = \frac{\sigma^2 + \sigma^2/\sqrt{N}}{\sigma^2 - \sigma^2/\sqrt{N}} = \frac{\sqrt{N} + 1}{\sqrt{N} - 1}, \quad N \geq 2 \quad (22)$$

为了考虑信噪比对辐射分辨率的影响，必须假定考虑系统噪声前后的信号检测错误概率相等。由式 (21) 我们知道此时特征系数 ρ 在考虑系统噪声前后应保持不变，即

$$\rho = (P_{s1} + P_{\text{noise}})/(P_{s2} + P_{\text{noise}}) = P_1/P_2 \quad (23)$$

其中 P_1 和 P_2 分别是未考虑系统噪声时信号 s_1 和 s_2 的功率电平。其比值为未考虑系统噪声时的辐射分辨率 $\delta_d^0 = P_1/P_2$ 。考虑到式 (17) 和式 (23) 有

$$\delta_d^0 = (\delta_d \cdot \text{SNR} + 1)/(\text{SNR} + 1) \quad (24)$$

或者

$$\delta_d = [\delta_d^0(\text{SNR} + 1) - 1]/\text{SNR} \quad (25)$$

利用式 (22) 有 $\delta_d^0 = P_1/P_2 = (\sqrt{N} + 1)/(\sqrt{N} - 1)$ ，带入式 (25)，可得

$$\delta_d = 1 + 2[1 + 1/\text{SNR}] \frac{\sqrt{N} + 1}{N - 1}, \quad N \geq 2 \quad (26)$$

注：式 (26) 中的 N 为大于 2 的正整数，当 $N = 1$ 时 SAR 图像辐射分辨率的数值见表 3。

利用式 (26) 求得的辐射分辨率的数值见表 2，这些数值很接近原始定义 1 的数值 (见图 4)。从检测概率的角度看，其错误概率在 0.12~0.16 (见表 2)，远远低于目前应用的工程估算值 0.32~0.38 的错误概率，接近于原始定义 0.1 左右的错误概率。从信号衰落动态范围的角度看，校正后工程估算辐射分辨率的信号落入衰落动态范围的可能性为 70% 左右，接近于原始定义 80% 的可能性，远远优于目前应用的工程估算 30% 左右的可能性。可见式 (26) 利用于工程估算更为适宜。

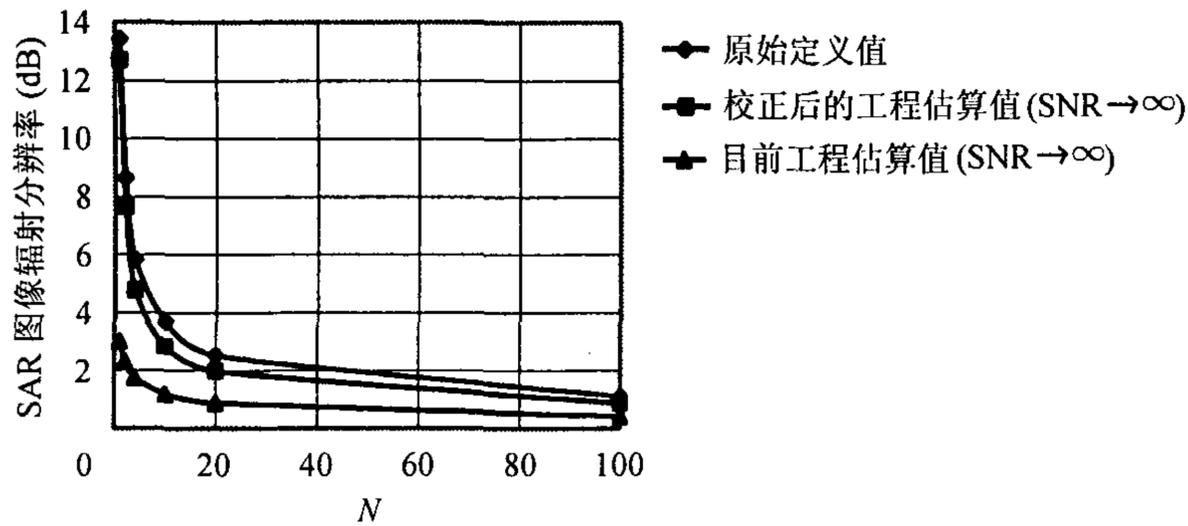


图 4 工程估算与原始定义 SAR 辐射分辨率数值对比

6 结论

通过数值分析, 本文指出目前应用的 SAR 图像辐射分辨率工程估算式只能定性地分析 SAR 单视图的信噪比和多视数对 SAR 图像辐射分辨率的影响。从 SAR 图像辐射分辨率本质出发揭示了 SAR 图像辐射分辨率与信号检测特性的内在联系。推导出了—种新的 SAR 图像辐射分辨率工程估算式, 理论和数值分析表明其误差明显小于目前应用的工程估算式并适合于定量分析。

参 考 文 献

- [1] 乌拉比 F T, 穆尔 R K, *et al.* 著, 侯世昌等译. 微波遥感 (第二卷). 北京: 科学出版社, 1987, 第七章.
- [2] Frost V S. Probability of error and radiometric resolution for target discrimination in radar images. *IEEE Trans. on Geosciences and Remote Sensing*, 1984, GE-22(2): 121-125.
- [3] 刘永坦. 雷达成像技术. 北京: 科学出版社, 第五章.
- [4] 张澄波. 综合孔径雷达. 北京: 科学出版社, 第七章.

董 戈: 男, 1971 年生, 工学博士, 副研究员, 主要从事微波遥感技术和设备方面的工作。