

迴旋佩尼管束波互作用的理论和模拟*

陈增圭

(中国科学院电子学研究所, 北京)

摘要 本文从电子的相对论运动方程和能量方程出发, 详细分析了迴旋佩尼管内的束波互作用, 提出了适用于任意 TE_{mn} 模和任何次迴旋谐波工作的大信号理论。计算机模拟表明, 这种器件具有电子效率高、工作磁场低的突出优点。从而开拓了毫米波迴旋脉塞器件的更广泛的应用前景。

关键词 毫米波器件; 迴旋佩尼管; 数值模拟

一、引言

迴旋佩尼管 (gyro-peniotron) 是近年来提出的一种新型毫米波器件。它采用迴旋管 (gyrotron) 的高频电路和佩尼管 (peniotron) 的互作用机理, 因而具有迴旋管的高功率和佩尼管的高效率的双重优点^[1-3], 同时又适合于高次谐波工作, 大大降低了对工作磁场的要求, 有可能实现永磁小型化包装; 另一方面对于一定的磁场值, 利用高次谐波工作可获得更短的波长, 从而为研制短毫米波和亚毫米波功率源提供一条可能的途径。

众所周知, 佩尼管的束波互作用机理基于相位分离效应 (phase separation effect), 初始时处于高频减速场的“有利相位电子”和处于高频加速场的“不利相位电子”, 在与高频场相互作用过程中相位自动分离, 最后都进入高频减速场, 所以原则上全部电子都交出能量, 因而具有高效率的特点。迴旋佩尼管就是为了提高迴旋管的效率特别是在高次谐波工作时的效率而产生的一种复合型器件, 理论计算效率在参量最佳化条件下可达 90%^[4], 同时保留了迴旋管高功率的优点。

本文从电子的相对论运动方程和能量方程出发, 分析了迴旋佩尼管内的束波互作用, 导出了适用于任意 TE_{mn} 模和任何次迴旋谐波工作的互作用方程, 从而可以计算电子效率并跟踪束波互作用的整个暂态过程, 为计算机辅助设计 (CAD) 提供了理论依据。

数值模拟表明, 对在 35 GHz 的 TE_{03} 模三次谐波工作的迴旋佩尼管, 在一定的参量条件下, 束波互作用效率, 即电子效率可达 45%, 比三次谐波工作的迴旋管的电子效率高得多, 而所需的工作磁场仅为 4.2kGs, 完全有可能实现小型化永磁包装。文内还给出了某些参量对电子效率的影响。参量最佳化和磁场渐变的影响将另作专题讨论。

* 1986年8月1日收到, 1986年12月29日修改定稿。

二、理论分析

所分析的迴旋佩尼管的横截面结构示于图 1. 与迴旋管一样, 由绝热磁控注入枪产生的迴旋电子束在外加直流磁场 B_0 的导引下进入高频谐振腔. 当作迴旋运动的电子和高频场满足一定的谐振条件后, 两者产生强耦合并进行良好的束波相互作用. 需要注意的是, 电子束的导引中心 (即迴旋中心) 一般应置于高频电场的节点, 这是佩尼管互作用的特点. 其次, 谐振条件的具体形式与迴旋管也不相同.

图 2 表示所采用的坐标系统, 坐标原点即图 1 中的圆心 o , z 轴与高频谐振腔的轴线重合. 图中 p 点为取样电子, B_0 为外加直流磁场, o' 为取样电子 p 的导引中心, 相应的坐标为 (x_g, y_g) . 我们把迴旋电子进入谐振腔入口的时刻定为初始时刻 ($t = 0$), 此时取样电子 p 的导引中心的位置示于图 3.

在理论分析中为使问题简化起见, 我们假定初始时电子束是单能的, 即不考虑电子的速度零散. 同时认为束密度足够稀疏, 这样空间电荷效应可以忽略不计.

与迴旋管一样, 由绝热磁控注入枪产生

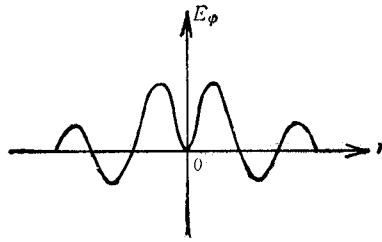
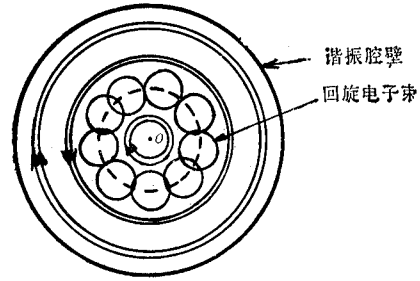


图 1 迴旋佩尼管的横截面结构和相应的角向电场 (以 TE_{0n} 模为例).

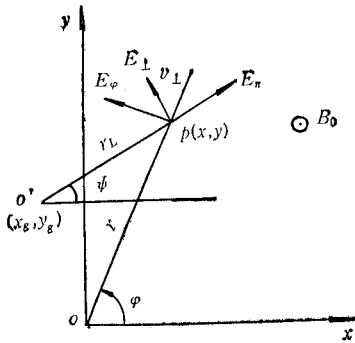


图 2 坐标系统

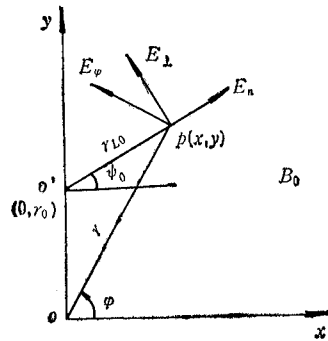


图 3 初始时导引中心的位置

设 \mathbf{E}, \mathbf{B} 为开放式谐振腔内的电磁场矢量. 显然电子的运动状态由如下的相对论运动方程所决定:

$$\frac{d}{dt} (m\mathbf{v}) = -e (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1)$$

同时也满足能量方程:

$$\frac{d}{dt}(mc^2) = m_0 c^2 \frac{d\gamma}{dt} = -e\mathbf{v} \cdot \mathbf{E} \quad (2)$$

式中, \mathbf{v} 为电子的速度矢量, c 为光速, m 为电子质量, m_0 为电子静止质量, γ 为相对论因子。

由(1),(2)式可得

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{m_0\gamma} \left[(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \frac{1}{c^2} \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}) \right] \quad (3)$$

和迴旋管一样,我们主要对 TE 模感兴趣,此时纵向电场 $E_z = 0$; 且忽略高频磁场,则可写出分量方程如下:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{eE_x}{m_0\gamma} - \frac{\Omega_0}{\gamma} v_y - \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} v_x \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{eE_y}{m_0\gamma} + \frac{\Omega_0}{\gamma} v_x - \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} v_y \\ \frac{dv_z}{dt} &= -\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} v_z \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中, $\Omega_0 = \frac{eB_0}{m_0}$, 为电子的非相对论迴旋角频率。

参照图 2 中的几何关系,并注意到

$$\left. \begin{aligned} x &= x_g + r_L \cos \phi \\ y &= y_g + r_L \sin \phi \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$v_{\perp} = \omega_c r_L = \frac{\Omega_0}{\gamma} r_L \quad (6)$$

式中, r_L 为电子的相对论拉摩半径, v_{\perp} 为电子的横向速度。我们不难得到以下诸方程:

$$\frac{d\beta_{\perp}}{dt} = \frac{e}{m_0 c \gamma} (1 - \beta_{\perp}^2)(E_x \sin \phi - E_y \cos \phi) \quad (7)$$

$$\frac{d\beta_{\parallel}}{dt} = -\frac{e}{m_0 c \gamma} \beta_{\parallel} \beta_{\perp} (E_x \sin \phi - E_y \cos \phi) \quad (8)$$

$$\frac{dr_L}{dt} = \frac{1}{B_0} (E_x \sin \phi - E_y \cos \phi) \quad (9)$$

$$\frac{dx_g}{dt} = -\frac{dr_L}{dt} \cos \phi + \left(r_L \frac{d\phi}{dt} - \beta_{\perp} c \right) \sin \phi \quad (10)$$

$$\frac{dy_g}{dt} = -\frac{dr_L}{dt} \sin \phi - \left(r_L \frac{d\phi}{dt} - \beta_{\perp} c \right) \cos \phi \quad (11)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\Omega_0}{\gamma} + \frac{e}{m_0 \beta_{\perp} c \gamma} (E_x \cos \phi + E_y \sin \phi) \quad (12)$$

式中, $\beta_{\perp} = v_{\perp}/c$, $\beta_{\parallel} = \beta_z = v_z/c$ 。

(7)–(12)式就是迴旋佩尼管中电子运动的基本方程。由此可见,电子在速度相位空间的运动可以看成是导引中心 (x_g, y_g) 的漂移和围绕导引中心的圆周运动的合成,同时又以可变的纵向速度 v_z 向前进。而横向速度 v_{\perp} 的变化直接意味着开放腔内所发生的束波相互作用。这些基本方程适用于任意 TE_{mn} 模式和任何次迴旋谐波。

下面我们进一步分析迴旋器件中通常使用的圆电膜 (TE_{0n}) 的情况。此时, 高频电场只有角向分量 E_φ , 其值由下式给出:

$$E_\varphi = E_0 F(z) J_0(k_n r) \cos \omega t \quad (13)$$

式中, E_0 为高频电场幅值, $F(z)$ 为归一化纵向分布函数, k_n 为截止波数, J_1 为一阶贝塞尔函数。

由直角坐标系和圆柱坐标系的关系(参看图 2)可得

$$\left. \begin{aligned} E_x &= -E_\varphi \sin \varphi \\ E_y &= E_\varphi \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

而

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi &= y/r \\ \cos \varphi &= x/r \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

进一步我们得到:

$$\frac{dr}{dt} = v_\perp (\sin \varphi \cos \phi - \cos \varphi \sin \phi) \quad (16)$$

及其初始条件:

$$r|_{t=0} = (r_0^2 + r_{L_0}^2 + 2r_0 r_{L_0} \sin \phi_0)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

类似于文献 [5,6], 引入归一化参量 M , 其定义为

$$M = \frac{4\pi e E_0 r_{L_0}}{m_0 v_{\perp 0}^2} \quad (18)$$

它的物理意义和普通微波管中的调制系数相似。

把(13),(14)和(18)式代入(7-9)和(12)式, 则有

$$\frac{d\beta_\perp}{dt} = -\frac{Q_0}{4\pi\gamma\gamma_0} M S_c \beta_{\perp 0} F(z) (1 - \beta_\perp^2) J_1(k_n r) \cos \omega t \quad (19)$$

$$\frac{d\beta_\parallel}{dt} = \frac{Q_0}{4\pi\gamma\gamma_0} M S_c \beta_{\perp 0} \beta_\parallel \beta_\perp F(z) J_1(k_n r) \cos \omega t \quad (20)$$

$$\frac{dr_\perp}{dt} = -\frac{C}{4\pi\gamma_0} M S_c \beta_{\perp 0} F(z) J_1(k_n r) \cos \omega t \quad (21)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{Q_0}{\gamma} \left[1 + \frac{M}{4\pi\gamma_0} \frac{\beta_{\perp 0}}{\beta_\perp} C_s F(z) J_1(k_n r) \cos \omega t \right] \quad (22)$$

而(16)式可以改写成

$$\frac{dr}{dt} = -\beta_\perp C C_s \quad (23)$$

在(19-23)式中,

$$\left. \begin{aligned} S_c &= \sin \varphi \sin \phi + \cos \varphi \cos \phi \\ C_s &= \cos \varphi \sin \phi - \sin \varphi \cos \phi \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

导引中心 (x_g, y_g) 的变化规律同(10),(11)式。至此, 我们得到了迴旋佩尼管中圆电膜 (TE_{0n}) 工作条件下描述相对论电子的运动状况及其与高频场相互作用的有关方程。

数值模拟时, 取 $t = 0$ 时均匀分布在一个拉摩轨道上的 N 个电子为取样电子, 其初始导引中心为 (x_g, y_g) = (0, r_0), 初始角向坐标为

$$\phi_0^p = \frac{2\pi}{N} p, (p = 1, 2, 3, \dots, N)$$

而 φ 角的初始分布可由(5), (15) 和 (17) 式确定。由数值积分方程 (19)–(23) 和方程 (10), (11), 可得任意时刻 t 或任意纵向距离 z 处(令 $t = 0$ 时, $z = 0$) 每个电子的位置、速度和相对论因子, 从而可以计算出电子-波互作用的效率, 即电子效率 η_e :

$$\eta_e = \frac{\gamma_0 - \langle \gamma \rangle}{\gamma_0 - 1} \quad (25)$$

式中 γ_0 为相对论因子 γ 的初始值, $\langle \gamma \rangle$ 为全部取样电子相对论因子的平均值, 即

$$\langle \gamma \rangle = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N \gamma_p.$$

三、数值模拟

我们已经编制了计算机程序用于上述理论的模拟。作为一个例子, 我们考虑工作频率为 35GHz, TE₀₃ 模圆波导管、三次迴旋谐波工作的迴旋佩尼管, 电子束初始导引中心置于波场的第一个节点即 $\frac{r_0}{R_w} = 0.3766$, 电子初始横向与纵向速度比 $\alpha = 1.5$, 高频场纵向分布为正弦分布, 取样电子数 $N = 16$, 步长

$$\Delta T = \frac{T_c}{8} = \frac{1}{8} \frac{2\pi}{\omega_{c0}}, \left(\omega_{c0} = \frac{\Omega_0}{\gamma_0} \right)$$

采用四阶龙格-库塔公式求解有关方程。

其它工作参数为: 束电压 $V_0 = 50\text{kV}$, 工作磁场 $B_0 = 4.2\text{kGs}$, 归一化参量 $M = 8$, 开放腔长度 $L = 8.6\text{cm}$ 。

计算机模拟结果示于图 4—7。图 4 表示电子效率 η_e 与调制系数, 即归一化参量 M 的关系。可见当 $M = 8$ 时, 电子效率 η_e 达最大值, 为 45.7%; M 过大或过小, 效率都将明显下降。这说明, 在一定的工作参量情况下, 开放腔内场强幅度 E_0 或腔的 Q 值对束波互作用的效率有很大的影响。开放腔的设计中必须考虑这一重要因素, 即根据器件工作条件选择合适的 Q 值, 这样电子束和波场间才能进行良好的能量交换而获得高的互作用效

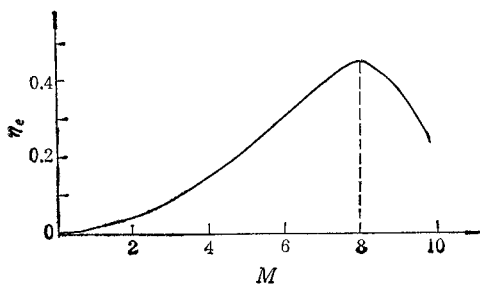


图 4 电子效率 η_e 与归一化参量 M 的关系

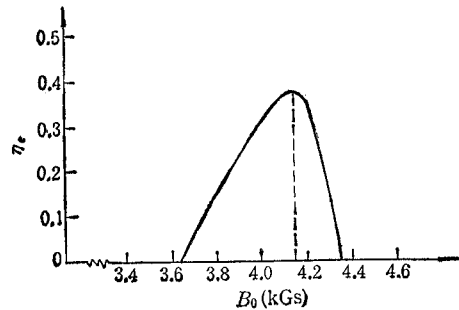


图 5 电子效率 η_e 与工作磁场 B_0 的关系 ($z = 6.2\text{ cm}$)。

率。

电子效率 η_e 与工作磁场 B_0 的关系示于图 5。在 $z = 6.2\text{cm}$ 条件下, 最佳工作磁场为 4.15kGs , 相应的电子效率为 37.6% ; 偏离最佳工作磁场时效率将急剧下降。可见和迴旋管一样, 电子效率是工作磁场十分敏感的函数, 这一特性乃是由迴旋佩尼管的相互作用机理所决定的。

图 6 表示电子效率 η_e 与纵向坐标 z 的关系。而单电子效率 η_e^s 与电子序数 p 的关系 ($z = 7.8\text{cm}$ 处) 示于图 7。由此可见, 迴旋佩尼管内在束波互作用的初始阶段, 其电子效率 $\eta_e < 0$ (见图 6), 这一点和迴旋管的情况相似; 然而经过足够长的相互作用区以后, 电子效率 η_e 将急剧增长 (图 6), 并且所有的电子都交出能量, 即单电子效率 η_e^s 都大于零 (见图 7)。所有的电子都向波场交出迴旋动能, 说明迴旋佩尼管具有典型的佩尼管相互作用特征, 而不同于迴旋管。在迴旋管中, 电子束-波场经过良好相互作用后将得到一饱和电子效率 (此后电子效率呈振荡特性, 但其平均值趋于一饱和值), 尽管数值较高, 但仍有少数电子的单电子效率 η_e^s 小于零。单电子效率 η_e^s 都为正值这一珍贵特性正是迴旋佩尼管可以得到比迴旋管高得多的效率的原因所在。

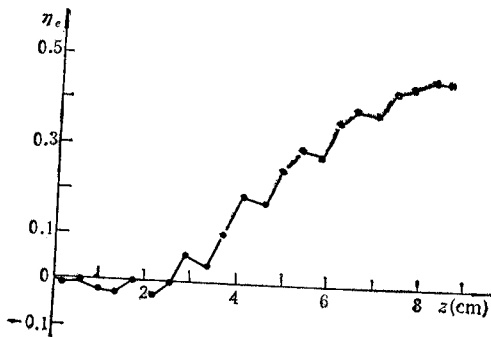


图 6 电子效率 η_e 与纵向坐标 z 的关系。

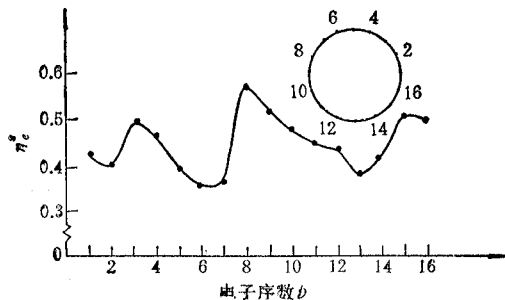


图 7 单电子效率 η_e^s 与电子序数 p 的关系 ($z = 7.8\text{cm}$)。

数值模拟表明, 在三次谐波工作时迴旋佩尼管的电子效率可达 45% , 大大优于迴旋管。在高次谐波, 特别是三次和三次以上谐波工作时, 仍能获得高效率, 这一点是迴旋管望尘莫及的, 充分反映了迴旋佩尼管的优良特性。还应指出的是, 上述模拟是在均匀磁场、均匀圆波导腔条件下进行的。若采用渐变磁场和渐变截面腔以及参量最佳化等措施, 迴旋佩尼管的电子效率, 毫无疑问可望有进一步的增加。

四、结 论

通过对迴旋佩尼管内束波互作用的分析, 我们提出了一种适用于在任意 TE_{mn} 模和任何次迴旋谐波工作的大信号理论, 其特点是采用总场而不是通常所用的同步场来分析谐波工作情况, 从而使物理概念更加清晰, 计算也更为简练。文中给出了具体的计算公式和计算方法。计算机模拟表明, 在束电压为 50kV 条件下, 在 8 毫米三次谐波工作的迴旋

佩尼管的电子效率可高达 45%, 而所需磁场仅为 4.2kGs, 突出地表明了这种新型器件具有电子效率高、工作磁场低的优良特性, 从而为实现小型化永磁包装提供了可能性。另一方面, 对于一定的磁场值, 利用高次谐波工作可以获得更短的波长, 为进一步研制短毫米、亚毫米波相干辐射源开拓了道路。

参 考 文 献

- [1] S. Ono, K. Tsutaki, T. Kageyama, *Proposing the Gyro-Peniotron with its Operation Analysis*, IEDM Technical Digest, (1983), p456.
- [2] S. Ono, K. Tsutaki, T. Kageyama, *Operation Analysis of the Gyro-Peniotron*, 9th Int. Conf. on Infrared and Millimeter Waves, Japan, (1984), p164.
- [3] P. Vitello, W. Miner and A. T. Drobot, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-32**(1984), 373.
- [4] P. Vitello, *High Harmonic Gyro-Peniotron Oscillator*, 9th Int. Conf. on Infrared and Millimeter Waves, Japan, (1984), p162.
- [5] H. Döring and Yu Wei, *Int. J. Infrared and Millimeter Waves*, 2(1982), 437.
- [6] Zenggui, Chen, *Int. J. Infrared and Millimeter Waves*, 5(1984), 73.

THEORY AND NUMERICAL SIMULATION OF BEAM-WAVE INTERACTION OF THE GYRO-PENIOTRON

Chen Zenggui

(*Institute of Electronics, Academia Sinica, Beijing*)

ABSTRACT Starting from the relativistic motion equation and the energy equation of the electron, a large-signal theory which describes the beam-wave interaction of the gyro-peniotron for arbitrary TE_{mn} mode and arbitrary harmonic of the cyclotron frequency is presented. Numerical simulation shows that under defined conditions an electronic efficiency of about 45% for the third cyclotron harmonic at an operation frequency of 35 GHz could be obtained, while the required DC magnetic field is only 4.2 kGs. This fact indicates that this device could be efficiently operated at high efficiency and low magnetic field. Therefore, the practical application of the gyro-device will be greatly extended and the potential for short-millimeter and sub-millimeter wavelength exists.

KEY WORDS Millimeter-wave device; Gyro-Peniotron; Numerical simulation