第 25 卷 第 9 期 电子与信息学报 Vol.25 No.9
2003 年 9 月 JOURNAL OF ELECTRONICS AND INFORMATION TECHNOLOGY Sept. 2003

非线性参数估计中的观测集预处理技术 [1]

杨宏文 胡卫东 吴建辉 郁文贤

(国防科技大学 ATR 国家重点实验室 长沙 410073)

摘 要 非线性参数估计模型中，若系统的可观测度较弱，被估计参数相互耦合，那么参数的估计精度不仅与随机观测噪声有关，与系统的可观测度也有着密切的关系．该文提出一种观测集预处理方法，依据可观测度指标对观测数据进行筛选，然后利用筛选集对参数进行估计．以雷达的系统误差估计为例，使用筛选集估计雷达的系统误差，比直接使用原观测集估计所得结果更为精确．

关键词 观测模型，系统参数，最小二乘，可观测度

中图号 TN911.23

1 引 言

非线性参数估计是估计理论的主要研究内容之一．传统的参数估计方法 [1,2] 往往只考虑随机观测噪声对估计结果的影响，期望通过多次观测提高参数估计精度．事实上，在系统可观测度较弱，被估计参数相互耦合时，观测数据的增多，并不一定意味着估计精度的提高．部分观测数据的加入，反而可能削弱系统的可观测度，从而导致参数估计精度下降．这是因为非线性系统的参数估计精度不仅与观测噪声有关，而且与系统的可观测度有着密切的关系．

本文以最小二乘估计方法为例，深入分析了可观测度因素对非线性参数估计精度的影响．在此基础上，提出了观测集预处理方法：依据系统的可观测度指标，对观测数据进行筛选，得到一个使系统可观测度更强的观测子集，用于参数估计．文章最后以雷达系统误差估计为例，对算法作仿真分析．仿真结果表明，与原观测集相比，使用筛选产生的观测子集，能够获得更优越的估计性能．

2 状态参数估计模型

设系统的观测方程为

$$\boldsymbol{Z}_k = h_k(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{V}_k), \qquad k = 1, 2, \cdots \tag{1}$$

$\boldsymbol{Z}_k$ 为观测矢量， $\boldsymbol{X}$ 为状态矢量， $\boldsymbol{V}_k$ 为零均值高斯白噪声， k 表示观测时刻．为便于分析，对观测方程进行线性化：

$$\boldsymbol{Z}_k = \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{X} + \boldsymbol{M}_k \boldsymbol{V}_k, \qquad k = 1, 2, \cdots \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{H}_k = \partial \boldsymbol{Z}_k / \partial \boldsymbol{X}$， $\boldsymbol{M}_k = \partial \boldsymbol{Z}_k / \partial \boldsymbol{V}_k$

经过 N 次观测后，状态矢量 $\boldsymbol{X}$ 的最小二乘估计为

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{wls}}(N) = \left[\sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{Q}_k \boldsymbol{H}_k\right]^{-1} \left[\sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{Q}_k \boldsymbol{Z}_k\right] \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{Q}_k = [\boldsymbol{M}_k \mathrm{cov}(\boldsymbol{V}_k) \boldsymbol{M}_k^T]^{-1}$ ； 令

$$\hat{\boldsymbol{A}}(N) = \sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{Q}_k \boldsymbol{H}_k, \qquad \hat{\boldsymbol{B}}(N) = \sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{Q}_k \boldsymbol{Z}_k \tag{4}$$

[1] 2002-04-03 收到， 2002-11-14 改回

则 (3) 式可表示为

$$\hat{\boldsymbol{A}}(N)\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{wls}}(N)=\hat{\boldsymbol{B}}(N) \tag{5}$$

状态矢量 $\boldsymbol{X}$ 需通过求解 (5) 式获得。方程式是否有解以及解矢量的精度主要取决于系统的可观测度，而系数矩阵 $\hat{\boldsymbol{A}}(N)$ 的特征值和特征矢量能够完整描述系统的可观测性 [3]。为便于处理，本文将通过矩阵 $\hat{\boldsymbol{A}}(N)$ 的条件数，来考察系统可观测度对解向量精度的影响。

3 系统可观测度对矢量估计的影响

解矢量 $\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{wls}}(N)$ 的误差主要有两个来源：(1) 模型线性化带来误差；(2) 观测信息本身包含噪声。本文假设模型线性化带来的误差较小，主要考虑观测噪声对解向量的影响。

若 $\hat{\boldsymbol{B}}(N)$, $\hat{\boldsymbol{A}}(N)$ 中只包含观测噪声，则

$$\hat{\boldsymbol{A}}(N)=\boldsymbol{A}(N)+\Delta\boldsymbol{A}(N),\quad \hat{\boldsymbol{B}}(N)=\boldsymbol{B}(N)+\Delta\boldsymbol{B}(N) \tag{6}$$

此时，根据 (5) 式求得的解矢量 $\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{wls}}(N)$ 也包含误差分量 $\Delta\boldsymbol{X}(N)$，即

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{wls}}(N)=\boldsymbol{X}+\Delta\boldsymbol{X}(N) \tag{7}$$

其中 $\boldsymbol{X}$ 表示状态矢量的实际值，是方程组：

$$\boldsymbol{A}(N)\boldsymbol{X}=\boldsymbol{B}(N) \tag{8}$$

的解矢量。定理 1 和定理 2 描述了噪声 $\Delta\boldsymbol{A}(N)$，$\Delta\boldsymbol{B}(N)$ 对解矢量 $\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{wls}}(N)$ 精度的影响 [4]。

定理 1 设 $\boldsymbol{A}$ 是可逆矩阵，$\boldsymbol{X}$ 和 $(\boldsymbol{X}+\Delta\boldsymbol{X})$ 分别是线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}+\Delta\boldsymbol{B}$ 的解。假定 $\boldsymbol{B}\neq 0$，那么不等式 $\|\Delta\boldsymbol{X}\|/\|\boldsymbol{X}\|\leq \mathrm{cond}(\boldsymbol{A})\|\Delta\boldsymbol{B}\|/\|\boldsymbol{B}\|$ 成立。其中 $\mathrm{cond}(\boldsymbol{A})=\|\boldsymbol{A}\|\|\boldsymbol{A}^{-1}\|$ 为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的条件数。

定理 2 设 $\boldsymbol{A}$ 是可逆矩阵，$\boldsymbol{X}$ 和 $(\boldsymbol{X}+\Delta\boldsymbol{X})$ 分别是线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$, $(\boldsymbol{A}+\Delta\boldsymbol{A})\boldsymbol{X}=\boldsymbol{B}$ 的解。假定 $\boldsymbol{B}\neq 0$，那么不等式 $\|\Delta\boldsymbol{X}\|/\|\boldsymbol{X}+\Delta\boldsymbol{X}\|\leq \mathrm{cond}(\boldsymbol{A})\|\Delta\boldsymbol{A}\|/\|\boldsymbol{A}\|$ 成立。

由定理可知，解矢量的相对精度主要取决于 $\|\Delta\boldsymbol{A}(N)\|/\|\boldsymbol{A}(N)\|$, $\|\Delta\boldsymbol{B}(N)\|/\|\boldsymbol{B}(N)\|$ 和矩阵 $\boldsymbol{A}(N)$ 的条件数 $\mathrm{cond}\|\boldsymbol{A}(N)\|$。一般情况下 $\|\Delta\boldsymbol{A}(N)\|/\|\boldsymbol{A}(N)\|$, $\|\Delta\boldsymbol{B}(N)\|/\|\boldsymbol{B}(N)\|$ 比较小，而且随 N 的增长，变化不大；但 $\mathrm{cond}\|\boldsymbol{A}(N)\|$ 的变化却非常大，可以跨越几个数量级。此外，如果参数的求解过程导致参数估计为有偏估计，其偏差大小也主要取决于矩阵 $\boldsymbol{A}(N)$ 的条件数。所以，要降低解向量的相对误差，应重点考虑如何缩小矩阵 $\boldsymbol{A}(N)$ 的条件数。

4 观测数据筛选

系统可观测度较弱时，观测数据为不完全观测量，所以系统需要进行多次观测，(5) 式才可能有解，而解矢量的精度则取决于观测数据在观测空间的分布情况。系数矩阵 $A(N)$ 的条件数能够反映观测数据的分布是否有利于解矢量精度的提高。一般情况下，受观测条件的制约，观测数据的分布都不是最佳的。要优化观测数据的分布，只能对已有的观测数据进行分析，选择部分数据构成一个观测集，使该观测集的系数矩阵条件数小于原观测集的系数矩阵条件数，从而达到提高解矢量精度的目的。

要寻找符合上述条件的观测集，必须对观测集的所有子集计算系数矩阵的条件数，然后从中选出条件数最小的观测子集。一个 n 元素集合具有 2^n 个子集，所以这种方法计算量太大。

为此，本文采用对观测集内数据剔除的方法，产生一个次优的观测子集，称之为筛选集．剔除准则为

$$\operatorname{cond}\{\boldsymbol{A}(k)\} > \operatorname{cond}\{\boldsymbol{A}(k-1)\} \tag{9}$$

即剔除一组数据必须使系数矩阵的条件数减小， k 为当前观测集内的元素数量．实际的参数估计过程中，求解 $\boldsymbol{A}(N)$ 的条件数通常比较困难．考虑到 $\hat{\boldsymbol{A}}(N)$ 与 $\boldsymbol{A}(N)$ 的条件数变化趋势一致，都取决于观测数据的空间分布，因此，在求解过程中，可用 $\hat{\boldsymbol{A}}(N)$ 代替 $\boldsymbol{A}(N)$ 进行计算．算法具体流程如下：

步骤 1　假设进行了 n 次观测，令 $k=n$ ，根据 (4) 式计算 $\hat{\boldsymbol{A}}(k)$, 并置 m=1 ；

步骤 2　从 $\hat{\boldsymbol{A}}(k)$ 中减去第 m 次观测所得数据，得 $\hat{\boldsymbol{A}}(k-1)$ ；

步骤 3　计算矩阵 $\hat{\boldsymbol{A}}(k), \hat{\boldsymbol{A}}(k-1)$ 的条件数 $\operatorname{cond}\{\hat{\boldsymbol{A}}(k)\}, \operatorname{cond}\{\hat{\boldsymbol{A}}(k-1)\}$, 若 $\operatorname{cond}\{\hat{\boldsymbol{A}}(k)\} > \operatorname{cond}\{\hat{\boldsymbol{A}}(k-1)\}$ ，则把第 m 次观测数据从观测集中剔除出去， $\hat{\boldsymbol{A}}(k)=\hat{\boldsymbol{A}}(k-1), k=k-1$ ；否则 k ， $\hat{\boldsymbol{A}}(k)$ 和观测集保持不变．

步骤 4　$m=m+1$ ，重复步骤 2 、步骤 3 ，遍历所有的观测数据，最后得到的观测集就是一个次优的观测子集．

由于筛选方法删除的是过于集中的部分观测数据，信息损失较少，同时加强了其它区域观测数据对估计算法的影响，因此利用筛选集进行参数估计，可以获得比原观测集更好的估计精度．

5 实验：组网雷达的系统误差估计

为了检验上述算法的有效性，本文设计了两部雷达的系统误差估计实验．根据文献 [5, 6] ，雷达的方位误差可表示为一个常量加上随机噪声：

$$\delta_\theta = \delta_{\theta b} + v_\theta(t) \tag{10}$$

$\delta_{\theta b}$ 是方位测量的固有误差， $v_\theta(t)$ 是高斯白噪声．雷达的俯仰角误差为

$$\delta_\varphi = \delta_{\varphi b} + v_\varphi(t) \tag{11}$$

$\delta_{\varphi b}$ 是仰角测量的固有误差， $v_\varphi(t)$ 是高斯白噪声．雷达的测距误差为

$$\delta_r = \delta_{rb} + \delta_{rg}R + v_r(t) \tag{12}$$

δ_{rb} 是斜距测量固有误差， δ_{rg} 是斜距测量的增益误差， R 是目标和雷达间的实际斜距， $v_r(t)$ 是高斯白噪声．假定上述两个方程中的所有参数相互独立．设状态矢量为 $\boldsymbol{X}$ ：

$$\boldsymbol{X} = [\delta_{rb1} \quad \delta_{rg1} \quad \delta_{\varphi b1} \quad \delta_{\theta b1} \quad \delta_{rb2} \quad \delta_{rg2} \quad \delta_{\varphi b2} \quad \delta_{\theta b2}]^T \tag{13}$$

表示两部雷达的斜距测量固有误差、斜距测量增益误差、仰角测量固有误差和方位测量固有误差；设 k 时刻雷达 1 的距离、俯仰角和方位角观测值分别为 $r_{c1}(k), \varphi_{c1}(k)$ 和 $\theta_{c1}(k)$ ，转换到直角坐标系为 $z_1(k)$ ，雷达 2 的观测值转换到直角坐标系为 $z_2(k)$ ， $\boldsymbol{Z}_k$ 表示 k 时刻雷达系统误差的观测矢量，系统误差的观测方程为

$$\boldsymbol{Z}_k = z_1(k) + z_{cr1} - [z_2(k) + z_{cr2}] \tag{14}$$

式中 z_{cr1}, z_{cr2} 分别表示两部雷达在统一坐标系中的坐标．

对 (14) 式的观测方程线性化，结合 (10) 式 ~(12) 式，可得

$$Z_k = H_k X + M_k V_k \tag{15}$$

式中 $V_k = [v_{r1}(k) \quad v_{\varphi1}(k) \quad v_{\theta1}(k) \quad v_{r2}(k) \quad v_{\varphi2}(k) \quad v_{\theta2}(k)]^T$ 为两部雷达的观测噪声矢量. 图 1 表示两部雷达的位置和目标的飞行路径，设目标高度为 6km，雷达距离测量噪声标准偏差为 0.1km，方位和俯仰角的测量噪声标准偏差为 0.0087rad，不考虑地球曲率. 系统误差的实际值为 $X = [1000\text{m} \quad 0.005 \quad 8.7\text{mrad} \quad 8.7\text{mrad} \quad 1000\text{m} \quad 0.004 \quad 14\text{mrad} \quad 14\text{mrad}]^T$，实验采用最小二乘方法估计雷达的系统误差. 表 1 给出了 2000 次 Monte Carlo 仿真的结果. 从表中可以看出，采用筛选集的估计结果，明显优于采用原观测集估计所得结果.

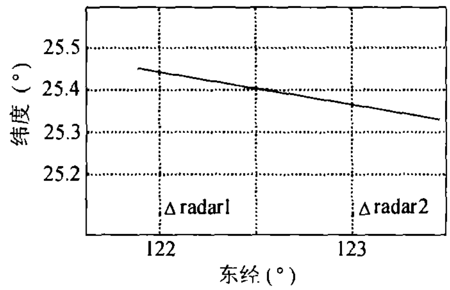

图 1 目标的模拟飞行路径

表 1 雷达系统误差估计的仿真结果比较

误差项		δ_{rb1} (m)	δ_{rg1} (%)	$\delta_{\varphi b1}$ (mrad)	$\delta_{\theta b1}$ (mrad)	δ_{rb2} (m)	δ_{rg2} (%)	$\delta_{\varphi b2}$ (mrad)	$\delta_{\theta b2}$ (mrad)
雷达实际系统误差		1000	0.5	8.7	8.7	1000	0.4	14	14
用原集估计	均值	942	0.65	5.5	5.5	964	0.55	10.3	10.3
	标准差	57	0.14	0.9	0.9	48	0.14	0.996	0.996
用筛选集估计	均值	997	0.51	8.6	8.6	998	0.41	13.9	13.7
	标准差	28	0.047	0.9	0.9	30	0.041	0.8	0.8

6 结 论

非线性参数估计模型中，如果系统的可观测度较弱，被估计参数相互耦合，那么观测数据的增多，并不一定意味着估计精度的提高. 部分观测数据的加入，反而可能削弱系统的可观测度，从而导致参数估计精度下降. 这是因为非线性系统的参数估计精度不仅与观测噪声有关，而且与系统的可观测度有着密切的关系. 本文在深入分析系统可观测度与参数估计精度关系的基础上，依据系统可观测度指标，对观测数据进行筛选. 雷达的系统误差估计实验表明，使用筛选集估计雷达的系统误差，比直接使用原观测集，能够获得更优越的估计性能.

参 考 文 献

[1] M. B. Douglas 等著，韦博成等译，非线性回归分析及其应用，北京，中国统计出版社， 1997, 第二章.
[2] Yifeng Zhou, *et al.*, A two-step extended Kalman filter fusion approach for misaligned sensors, Fusion 98 International Conf., 1998, 54–58.
[3] 孙仲康，周一宇，何黎星，单多基地有源无源定位技术，北京，国防工业出版社， 1996, 199–202.
[4] P. G. Ciarlet 著，胡健伟译，矩阵数值分析与最优化，北京，高等教育出版社， 1990, 第二章.

[5] Radar Surveillance in En-route Airspace and Major Terminal Areas, proposed EUROCONTROL standard document, EUROCONTROL, 1994.

[6] I. Jonsdottir, Integrity monitoring and estimation of systematic errors in radar data systems, [Master thesis], The University of Iceland, Systems Engineering Laboratory, 1994.

MEASUREMENTS SET PREPROCESSING FOR ESTIMATION OF NONLINEAR MODEL PARAMETER

Yang Hongwen Hu Weidong Wu Jianhui Yu Wenxian

(*ATR key Lab., National University of Defense Technology, Changsha* 410073, *China*)

Abstract Estimation accuracy of nonlinear parameter not only relates to the random measurement noise, but also relates to the system observability, provided that system observability is very low and the parameters intermix. Aiming at this, a preprocessing method based on measurements selection is proposed to strengthen the system observability. As an example, the preprocessed subset is used to estimate the system errors of radar. It is shown that this method can improve the estimation accuracy.

Key words Observation model, System parameter, Least square, Observability

杨宏文： 男，1971 年生，博士，讲师．研究方向：目标跟踪，目标识别，数据融合．
胡卫东： 男，1967 年生，博士，副教授，研究方向：雷达目标识别，数据融合．
吴建辉： 男，1966 年生，硕士，讲师，研究方向：目标识别，数据融合．
郁文贤： 男，1964 年生，教授，博士生导师，研究方向：智能信息处理，目标识别，数据融合．