

三维介质雷达罩电磁特性的 复象散波分析*

王月清

(海军电子工程学院, 南京)

摘要 复象散波理论是一种分析三维介质雷达罩电磁特性的有效方法。本文以椭球夹心状的雷达罩为例,将其数值结果以三维立体方向图的形式给出,并与实验结果比较,说明这种方法可有效地简化介质雷达罩的分析、计算及优化设计。

关键词 雷达罩;电磁特性;复象散波

一、引言

现代航空和航天技术的发展对于作为防护层安装在雷达天线前面的雷达罩提出了很高的要求,除满足气动特性及机械特性外,还必须满足电气性能的要求^[1]。但是,由于雷达罩介质界面的存在,必然引起天线方向图的畸变,从而影响雷达系统的固有特性。因此,如何通过理论分析和优化计算,设计出符合要求的雷达罩已引起人们的广泛重视。雷达罩电磁特性的研究,是高频电磁波在分层介质中传输和散射的分析问题,常用的方法包括几何光学法、物理光学法、平面波谱表面积分法和微波网络法等^[2]。但对于三维空间具有任意曲界面形状和结构的雷达罩,这些方法都遇到了数值分析及积分运算的困难。本文将应用三维曲面的空间微分几何关系及复象散波理论来研究任意形状的三维曲界面雷达罩的电磁特性,从而避免繁杂的场积分运算;并以椭球夹心状雷达罩为例,给出了理论分析和数值结果,并与实验结果进行了比较。结果表明,复象散波理论是分析聚束型波在三维空间的传播和散射问题的有效方法。

二、复象散波理论

复象散波理论的基本原理是建立在几何光学理论的基础上,将波源和边界由三维实空间解析延拓到六维复空间,即 $(x, y, z) \rightarrow (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$,由推广的费马原理来搜索复波源与实观察点之间的射线;根据射线追踪法求得电磁场的振幅和相位。

根据复象散波理论,可对三维实空间中象散波的主曲率矩阵 $[\tilde{Q}^i]$ 分别赋与适当的复

* 1989年11月20日收到,1990年4月7日修改定稿。

数,则复空间象散波的主曲率矩阵为

$$[\tilde{Q}_0^i] = \begin{bmatrix} 1/(\rho_1 + jb_1) & 0 \\ 0 & 1/(\rho_2 + jb_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\tilde{\rho}_1 & 0 \\ 0 & 1/\tilde{\rho}_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中,“~”表示与复数有关的参量, b_1, b_2 分别是主曲率半径的虚部。这里,我们定义一个波束矢量 \mathbf{b}_n ,其方向为波束的最大辐射方向,即能量传播方向或称为象散波轴向 \mathbf{S} ;其模值代表了能量集中程度,故称为波束宽度参量,可定义如下:

$$b_n = b_1 \cos^2 \eta + b_2 \sin^2 \eta \quad (2)$$

式中, η 表示在复象散波动态参考系中,由主方向 \mathbf{e}_{01} 绕轴向旋转到 \mathbf{e}_1 所转过的角度,在此方向的曲率矩阵为

$$[\tilde{Q}^i] = \begin{bmatrix} \frac{\cos^2 \eta + \frac{\sin^2 \eta}{\tilde{\rho}_2}}{\tilde{\rho}_1} & \frac{1}{2} \sin(2\eta) \left(\frac{1}{\tilde{\rho}_1} + \frac{1}{\tilde{\rho}_2} \right) \\ \frac{1}{2} \sin(2\eta) \left(\frac{1}{\tilde{\rho}_1} + \frac{1}{\tilde{\rho}_2} \right) & \frac{\sin^2 \eta}{\tilde{\rho}_1} + \frac{\cos^2 \eta}{\tilde{\rho}_2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

三、复象散波透射场的追踪

众所周知,任何三维光滑曲面的雷达罩均可用下列参量函数描述:

$$\mathbf{r}_i = [x_i(u, v), y_i(u, v), z_i(u, v)] \quad (4)$$

式中, $i = 1, 2, 3, \dots$ 分别代表各媒质的分界面。假定 $x_i(u, v), y_i(u, v), z_i(u, v)$ 都是 u, v 的可微函数,则 $\mathbf{r}_i(u, v)$ 的轨迹描述了三维空间第 i 层分界面^[3]。为了方便起见,

我们先就单层均匀媒质的雷达罩进行讨论,对于多层媒质可按类似方法推导。

如图 1 所示,从起点 \tilde{s} 向单层媒质雷达罩辐射的复象散波由(3)式表示。式中 $\tilde{\rho}_1, \tilde{\rho}_2$ 分别为 E 面和 H 面的波前复曲率半径;相应的介质分界面也解析延拓到复空间(其参量 u, v 也解析延拓到复空间)。假设 $\tilde{A}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{z}_1), \tilde{A}_2(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2, \tilde{z}_2), \dots, \tilde{A}_{2M+1}(\tilde{x}_{2M+1}, \tilde{y}_{2M+1}, \tilde{z}_{2M+1}), \tilde{A}_{2M+2}(\tilde{x}_{2M+2}, \tilde{y}_{2M+2}, \tilde{z}_{2M+2})$ 分别为复象

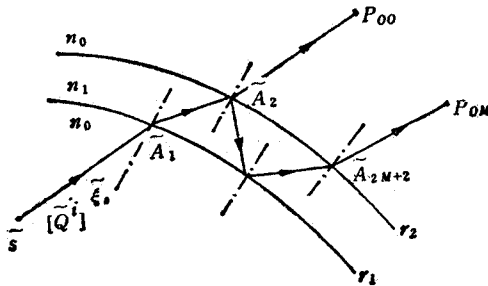


图 1 从起点 \tilde{s} 穿过单层媒质雷达罩到达观察点 P_0 的复象散波

散波与雷达罩的交点;其中 M 表示复象散波在媒质内部的反射次数。当复象散波以 $\xi_i(\tilde{l}_i, \tilde{m}_i, \tilde{n}_i)$ 方向入射时,则根据 $\tilde{s}\tilde{A}_1$ 的直线方向及界面方程可求得交点 \tilde{A}_1 的坐标;由界面方程 $\mathbf{r}_i(u, v)$ 的微分几何特性,可求出界面的法向矢量,从而得到 \tilde{A}_1 点处反射波及折射波的轴向;并由 \mathbf{r}_i 的偏微分函数所表示的第一基本式及第二基本式的基本量,求得 \tilde{A}_1 点界面的两个主曲率及主方向为

$$\begin{vmatrix} \tilde{L}_1 - \tilde{l}_1 \tilde{E}_1 & \tilde{M}_1 - \tilde{l}_1 \tilde{F}_1 \\ \tilde{M}_1 - \tilde{l}_1 \tilde{F}_1 & \tilde{N}_1 - \tilde{l}_1 \tilde{G}_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (5)$$

式中方程的两个解分别对应两个主曲率。

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{d\tilde{u}}{ds}\right)^2 & -\left(\frac{d\tilde{u}}{ds}\right)\left(\frac{d\tilde{v}}{ds}\right) & \left(\frac{d\tilde{v}}{ds}\right)^2 \\ \tilde{E}_1 & \tilde{F}_1 & \tilde{G}_1 \\ \tilde{L}_1 & \tilde{M}_1 & \tilde{N}_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (6)$$

式中 $\left(\frac{d\tilde{u}}{ds}\right)$ 、 $\left(\frac{d\tilde{v}}{ds}\right)$ 分别为相应的两个主方向。(5)式与(6)式中的 \tilde{E}_1 、 \tilde{F}_1 、 \tilde{G}_1 分别为分界面曲面的第一基本量,可表示为

$$\begin{cases} \tilde{E}_1 = \tilde{r}_{1a} \cdot \tilde{r}_{1a} \\ \tilde{F}_1 = \tilde{r}_{1a} \cdot \tilde{r}_{1b} \\ \tilde{G}_1 = \tilde{r}_{1b} \cdot \tilde{r}_{1b} \end{cases} \quad (7)$$

而(5)式及(6)式中的 \tilde{L}_1 、 \tilde{M}_1 、 \tilde{N}_1 分别为分界面曲面的第二基本量,可表示为

$$\begin{cases} \tilde{L}_1 = \frac{(\tilde{r}_{1a}, \tilde{r}_{1b}, \tilde{r}_{1aa})}{|\tilde{r}_{1a} \times \tilde{r}_{1b}|} \\ \tilde{M}_1 = \frac{(\tilde{r}_{1a}, \tilde{r}_{1b}, \tilde{r}_{1bb})}{|\tilde{r}_{1a} \times \tilde{r}_{1b}|} \\ \tilde{N}_1 = \frac{(\tilde{r}_{1a}, \tilde{r}_{1b}, \tilde{r}_{1bb})}{|\tilde{r}_{1a} \times \tilde{r}_{1b}|} \end{cases} \quad (8)$$

由此可确定 \tilde{A}_1 点处的分界面曲面的曲率矩阵为

$$[\tilde{c}] = \begin{bmatrix} \tilde{c}_{11} & \tilde{c}_{12} \\ \tilde{c}_{21} & \tilde{c}_{22} \end{bmatrix} \quad (9)$$

并用下式分别求得在入射平面上反射波前及折射波前的复曲率矩阵为

$$[\tilde{Q}^i] = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_{11}^i & \tilde{Q}_{12}^i \\ \tilde{Q}_{21}^i & \tilde{Q}_{22}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cos\theta_i \cdot \tilde{c}_{11} + \tilde{Q}_{11}^i & 2\tilde{c}_{12} - \tilde{Q}_{12}^i \\ 2\tilde{c}_{21} - \tilde{Q}_{21}^i & 2\sec\tilde{\theta}_i \cdot \tilde{c}_{22} - \tilde{Q}_{22}^i \end{bmatrix} \quad (10)$$

以及

$$[\tilde{Q}^i] = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_{11}^i & \tilde{Q}_{12}^i \\ \tilde{Q}_{21}^i & \tilde{Q}_{22}^i \end{bmatrix} = \frac{1}{n_1 \cos^2 \tilde{\theta}_i} \begin{bmatrix} \cos^2 \theta_i (-\tilde{M}\tilde{c}_{11} + n_1 \tilde{Q}_{11}^i) & \cos \tilde{\theta}_i (\tilde{M}\tilde{c}_{12} + n_1 \cos \tilde{\theta}_i \cdot \tilde{Q}_{12}^i) \\ \cos \theta_i (\tilde{M}\tilde{c}_{21} + n_1 \cos \theta_i \tilde{Q}_{21}^i) & -\tilde{M}\tilde{c}_{22} + n_1 \cos^2 \tilde{\theta}_i \cdot \tilde{Q}_{22}^i \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中

$$\tilde{M} = n_1 \cos \tilde{\theta}_i - \cos \tilde{\theta}_i \quad (12)$$

反射波及折射波的主曲率半径可由下式给出:

$$\frac{1}{\tilde{\rho}_{i,2}'} = \frac{1}{2} [(\tilde{Q}_{11}^{i'} + \tilde{Q}_{22}^{i'}) \pm \sqrt{(\tilde{Q}_{11}^{i'} - \tilde{Q}_{22}^{i'})^2 + 4(\tilde{Q}_{12}^{i'})^2}] \quad (13)$$

则 \tilde{A}_1 点的扩散系数为

$$\tilde{d}_{i,r} = \left[\frac{\tilde{\rho}_{i,1}^{i'} \tilde{\rho}_{i,2}^{i'}}{(\tilde{\rho}_{i,1}^{i'} + \tilde{s}_{i,1}^{i'}) (\tilde{\rho}_{i,2}^{i'} + \tilde{s}_{i,2}^{i'})} \right]^{1/2} \quad (14)$$

式中 $\tilde{s}_{i,r}'$ 为 \tilde{A}_1 点到 \tilde{A}_2 点之间的复距离。同理,可以分析雷达罩上其它各交点处的微分几何特性及传输特性。根据推广的几何光学原理,轴线上观察点 P_{OM} 的场量可表示为

$$\tilde{E}_M(P_{OM}) = \tilde{E}(\tilde{s}) \tilde{D}_M \tilde{T}_M e^{-i\lambda_0 \tilde{\phi}_M} \quad (15)$$

式中 \tilde{D}_M 代表总的扩散系数, \tilde{T}_M 代表总的传输系数, $\tilde{\phi}_M$ 为总光程,它们可分别表示如

下:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{D}_M &= \tilde{d}_1 \tilde{d}_{2M+2} \prod_{m=2}^{2M+1} \tilde{d}_m \\ \tilde{T}_M &= \tilde{t}_1 \tilde{t}_{2M+2} \prod_{m=2}^{2M+1} \tilde{t}_m \\ \tilde{\varphi}_M &= \tilde{S}_l + n_1 \left(\sum_{m=1}^{2M+1} \tilde{S}_m \right) + \tilde{S}_p \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中, \tilde{S}_l 为波源点 \tilde{s} 与 \tilde{A}_1 之间的复距离, \tilde{S}_m 为 \tilde{A}_{m+1} 点与 \tilde{A}_m 之间的距离, \tilde{S}_p 为 \tilde{A}_{2M+2} 点到实观察点 P_{OM} 之间的复距离。

根据复象散波轴线场的特点, 可简便地计算出其上观察点的场, 再通过复相位和复振幅的微扰校正, 可求得近轴区观察点的场为

$$\tilde{E}_M(P) = \tilde{E}_M(P_{OM}) e^{-ik_0 \delta + \tilde{\nu}_D + \tilde{\nu}_T} \quad (17)$$

式中 δ 为相位校正, $\tilde{\nu}_D$ 、 $\tilde{\nu}_T$ 分别为总扩散系数及总传输系数的校正量, 它们都是近轴距离 \tilde{d}_i 的函数, \tilde{d}_i 是指任意观察点 P 到复象散波轴线的垂直距离。

$$\begin{aligned} \delta &= \sqrt{\tilde{\rho}_n^2 + \tilde{d}_i^2} - \tilde{\rho}_n = \tilde{\rho}_n \left[\frac{\tilde{d}_i^2}{2\tilde{\rho}_n^2} - \frac{1}{8} \frac{\tilde{d}_i^4}{\tilde{\rho}_n^4} + \dots \right] \\ &\approx \tilde{d}_i^2 / 2\tilde{\rho}_n \end{aligned} \quad (18)$$

式中 $\tilde{\rho}_n$ 是指复象散波面在 $P_i P$ 方向上的复曲率半径, 由欧拉定律

$$1/\tilde{\rho}_n = \cos^2 \eta / \tilde{\rho}_1 + \sin^2 \eta / \tilde{\rho}_2 \quad (19)$$

式中 $\eta = (\mathbf{e}_{01}, \mathbf{P}_i P)$, 代表矢量 $\mathbf{P}_i P$ 与主方向 \mathbf{e}_{01} 的夹角。与复相位校正系数相比, 复扩散系数及复传输系数的作用很小^[4], 因此, 在以下分析中将忽略不计。在任意观察点 P 的总场为直接折射场及各次高阶反射——折射场的迭加, 表示为

$$\tilde{E}(P) = \sum_{m=0}^{\infty} \tilde{E}_M(P) \quad (20)$$

这表明, 观察点 P 的场是一个无穷级数之和。但是, 由于大偏轴距离的复象散波按高斯波束迅速衰减, 因而只有当复象散波的轴线靠近观察点时, 才对总场

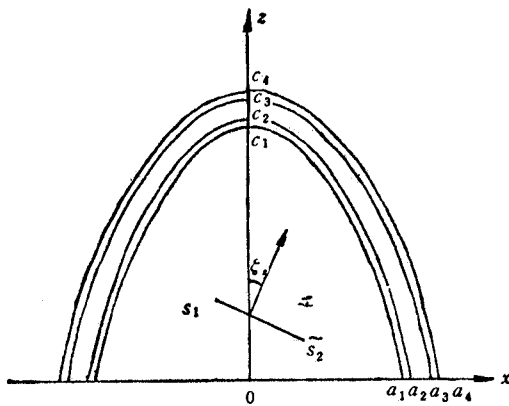


图2 椭球夹心型雷达罩的结构

有实质性贡献。

四、数值分析

利用上述复象散波理论, 我们对如图2所示的椭球雷达罩进行了计算机模拟分析, 其媒质分界面方程为

$$r_i = (x, y, c_i \sqrt{1 - x^2/a_i^2 - y^2/b_i^2} - 500) \quad (21)$$

式中, $i = 1, 2, 3, 4$, 代表分界面的层数, $a_1 = b_1 = 265\text{mm}$, $c_1 = 1295\text{mm}$; $a_2 = b_2 = 265.5\text{mm}$, $c_2 = 1295.5\text{mm}$; $a_3 = b_3 = 269.5\text{mm}$, $c_3 = 1299.5\text{mm}$; $a_4 = b_4 = 270\text{mm}$, $c_4 = 1300\text{mm}$; 媒质的介电常数 $\epsilon_1 = \epsilon_3 = 3.2$, $\tan \delta_1 = \tan \delta_3 = 1.4 \times 10^{-3}$; $\epsilon_2 = 1.08$, $\tan \delta_2 = 2.4 \times 10^{-3}$; 工作波长 $\lambda = 31.689\text{mm}$; 复象散波宽度参量 $b_H = 333.28\text{mm}$, $b_E = 1327.5\text{mm}$, 相位中心位置 $\Delta_H = 4.6\lambda$, $\Delta_E = 1.4\lambda$.

在上述实验条件下, 测量及计算了和差波束穿过雷达罩的方向图. 图 3(a) 示出了在 $\xi_1 = 0^\circ$ 时, 和波束穿过椭球雷达罩及无罩时在 H 平面内方向图的测量结果与理论计算结果. 由图可看出, 理论与实验结果在主波瓣上吻合得比较好, 其精度符合所做的误差分析; 而在副瓣上就存在一定的误差. 但将这理论用于分析三维空间主波束散射和传输特性时, 这个误差在工程上是允许的.

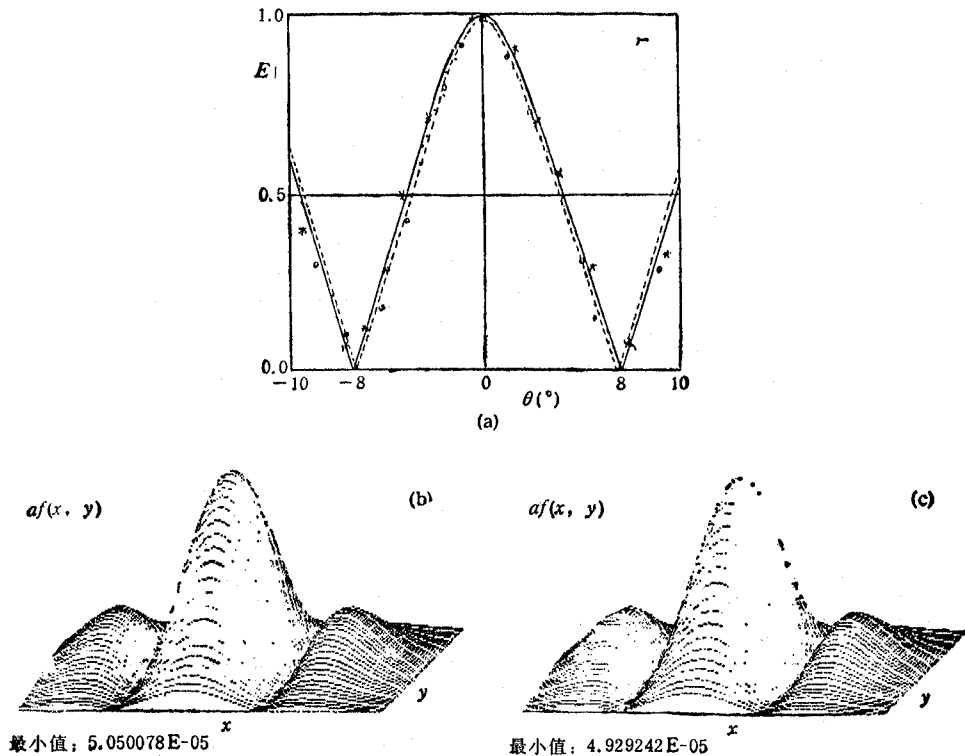


图 3 $\xi_1 = 0^\circ$ 时, 穿过椭球雷达罩和波束方向图的计算与实测结果

- (a) 在 H 主平面和波束透射场理论值与实验值的比较
 —— 无罩时和波束的理论值, --- 和波束穿过雷达罩后透射场的理论值;
 $\times \times \times$ 无罩时和波束的实验值, $\circ \circ \circ$ 和波束透射场的实验值.
 (b) 无罩时和波束三维立体方向图(理论值)
 (c) 有罩时和波束三维立体方向图(理论值)

图 3(b)、(c) 分别表示和波束在无罩和有罩时, 在三维空间立体方向图的理论数值. 图中 x 、 y 分别表示观察点 $P(x, y, z)$ 的两个直角坐标, 且满足 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, R 为

观察区域球面半径。其传输系数 $K = 97.21\%$ ，表明夹心结构的椭球雷达罩在鼻锥方向具有相当高的透射率。

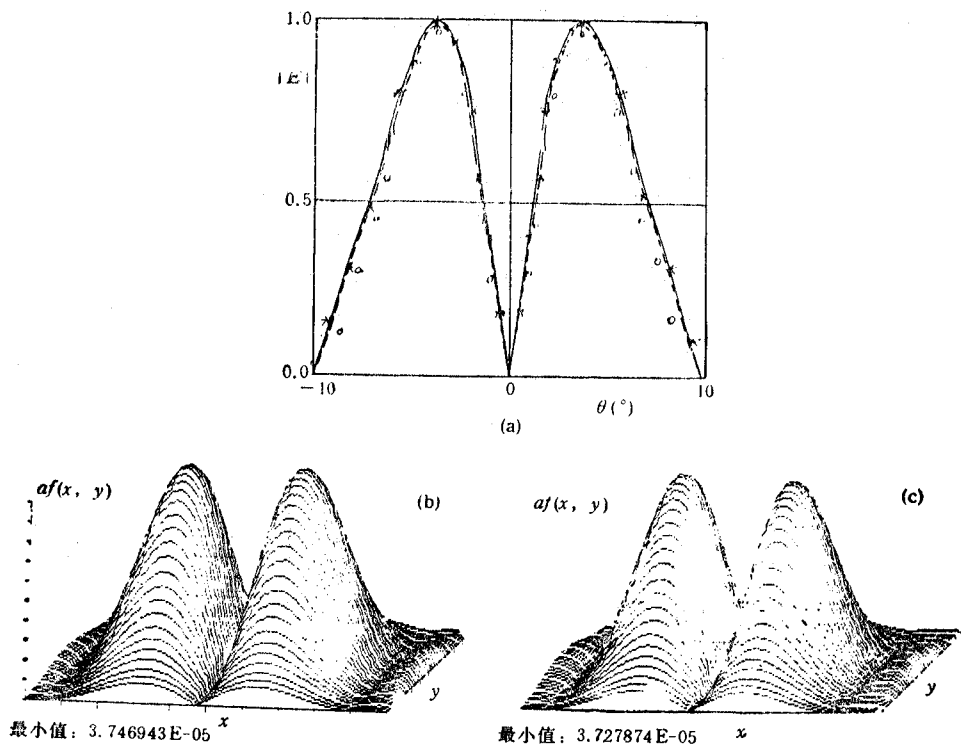


图4 $\zeta_r = 0^\circ$ 时穿过椭球雷达罩差波束方向图的计算与测量结果

- (a) 在 H 主平面差波束透射场的理论值与实验值比较
 ——无罩时差波束的理论值，--差波束穿过雷达罩后透射场的理论值；
 $\times \times \times$ 无罩时差波束的实验值， $\circ \circ \circ$ 差波束透射场的实验值。
 (b) 无罩时差波束的三维立体方向图(理论值)
 (c) 有罩时差波束的三维立体方向图(理论值)

图4(a)表示在 H 主平面上 $\zeta_r = 0^\circ$ 时，差波束辐射场及穿过雷达罩透射场的方向图，因为 $\zeta_r = 0^\circ$ ，系统所具有的对称性使透射场不产生角偏移。

图4(b)、(c)示出了差波束散射场及穿过雷达罩透射场方向图的理论结果。这样就可形象地看到三维空间中差波束的立体方向图。

图5及图6分别示出了 $\zeta_r = 15^\circ$ 时，和差波束散射场及透射场在 H 主平面的理论与实验结果及其立体方向图的理论结果。由此可以看到，因为在此出射方向上，辐射天线对于雷达罩的非对称性，而产生了角偏移，零值深度升高以及差斜率下降，从而雷达系统性能变差。

五、结 束 语

本文所采用的复象散波理论将目前仅用于二维平面或主平面问题的复射线理论推广

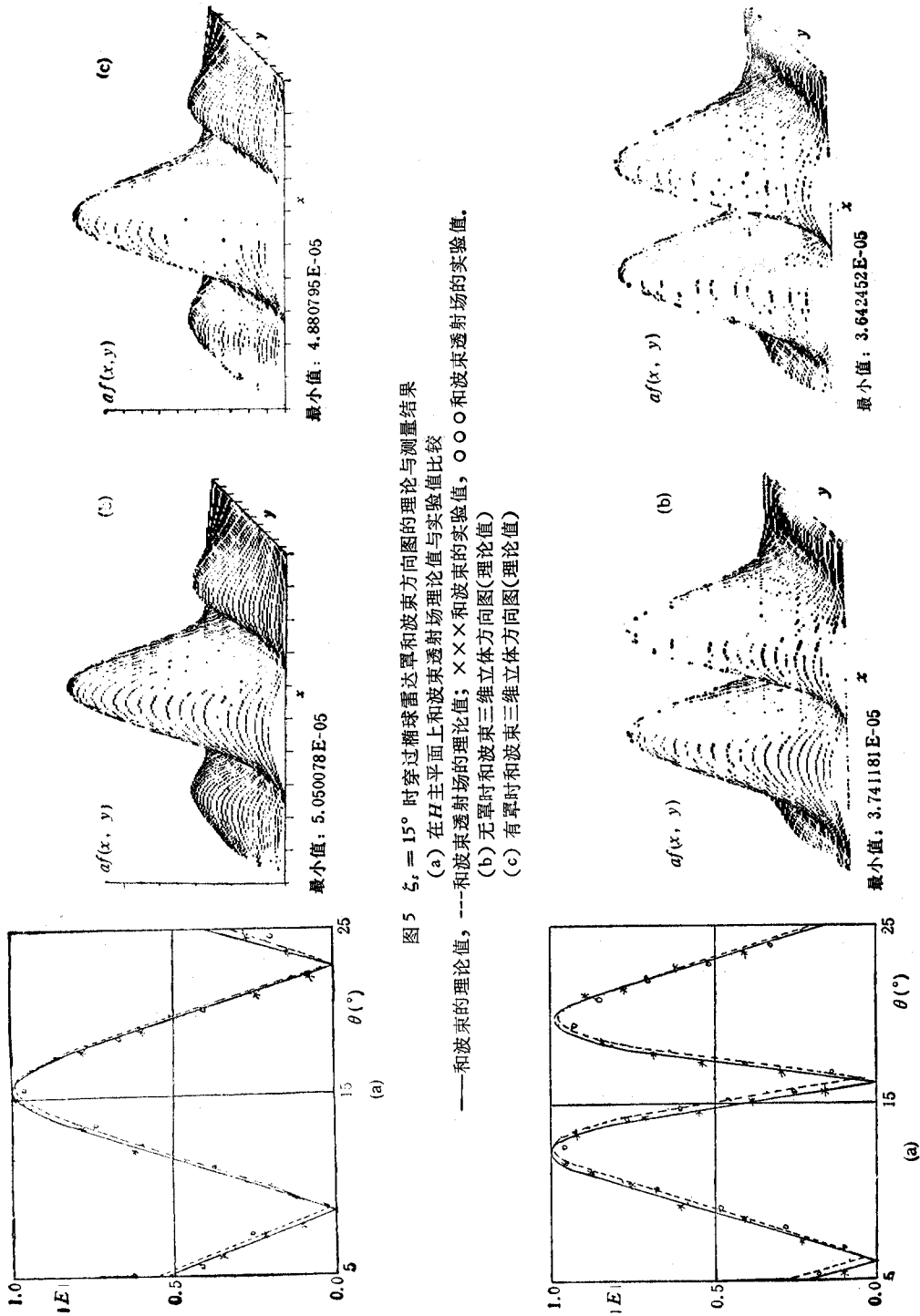


图5 $\xi_1 = 15^\circ$ 时穿过椭球雷达罩和波束方向图的理论与测量结果
 (a) 在 H 主平面上和波束透射场理论值与实验值比较
 (b) 无罩时和波束透射场的理论值; $\times \times \times$ 和波束的实验值, $\circ \circ \circ$ 和波束透射场的实验值.
 (c) 有罩时和波束透射场的理论值

图6 $\xi_1 = 15^\circ$ 穿过椭球雷达罩差波束方向图的计算与测量结果
 (a) 在 H 主平面上差波束透射场的理论值与实验值比较
 (b) 无罩时差波束透射场的理论值; $\times \times \times$ 差波束的实验值, $\circ \circ \circ$ 差波束透射场的实验值.
 (c) 有罩时差波束透射场的理论值

到三维空间,为真实地模拟聚束型波提供了理论依据,使复杂环境下聚束型波的传播与散射的研究成为可能。但由于复象散波理论是建立在几何光学理论基础上的,所以它只适用于高频电磁场的分析研究;并且,这种聚束型波仅用来模拟雷达天线主波瓣的散射与传输的情况,也限制了本理论的应用范围。

作为一种发展中的理论,目前仍存在许多问题有待解决,例如:象分析介质的电磁散射特性,复象散波在有耗媒质、色散媒质及各向异性媒质中的传输机理等都有待于进一步的研究。

本文工作得到电子科技大学谢处方教授、阮颖铮教授的细心指导和热情帮助,在此表示由衷的感谢!

参 考 文 献

- [1] G. A. E. Crone, A. W. Rudge, T. N. Taylor, *IEE Proc.*, Part F, **128**(1981)7, 451—464.
- [2] P. C. Wilcockson, *Radome Design and Their Properties: a Review*, IEE Conf. Publ. 77, (1971), pp. 212—218.
- [3] Erwin Kreyszing, *Differential Geometry*, Toronto, University of Toronto Press, London, Oxford University Press, (1959), 72—174.
- [4] Y. Z. Ruan, L. B. Felsen, *J. Opt. Soc. Am. A.*, **3**(1986)4, 566—579.

ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC CHARACTERISTICS OF 3-D MEDIA RADOME BY COMPLEX ASTIGMATIC WAVE THEORY

Wang Yueqing

(*Institute of Electronic Engineering, Nanjing*)

Abstract The complex astigmatic wave theory is used to analyse the electromagnetic characteristics of 3-D radome. A number of calculations for the ellipsoidal sandwich radome are performed, and the stereoscopic graphics are constructed. Comparing with the experimental results, it is shown that this method can be used to simplify the optimization designs for some kinds of 3-D radomes.

Key words Radome; Electromagnetic characteristics; Complex astigmatic wave