时延细胞神经网络的渐近稳定性条件 [1]

廖晓峰 吴中福 虞厥邦 *

(重庆大学计算机学院 重庆 400044)

*(电子科技大学光电子技术系 成都 610054)

摘 要 该文利用一个新的 Liapunov 函数，讨论了带时延细胞神经网络的全局渐近稳定性，得到了一些判定网络的全局渐近稳定新的充分条件，所得到的结果较之 P. P. Civalleri 等人的结果简单和实用且对于具体设计带时延细胞神经网络有重要的指导意义.

关键词 时延，细胞神经网络，Liapunov 函数，全局渐近稳定性，充分条件

中图号 TN-052

1 引 言

由加州大学伯克利的蔡少棠教授等提出的细胞神经网络已在模式识别，图像处理，偏微分方程求解，模逻阵列计算机的构建等领域内得到了广泛地应用，由于细胞神经网络固有的局部互联特性而易于 VLSI 实现，因此细胞神经网络的动力学性质的研究引起了国内外学者的浓厚兴趣，其研究成果也硕果累累 [1-10] .

众所周知，时延对神经网络的动力学行为有着巨大的影响，如果在不带时延的神经网络情形下系统是稳定的，但若引入时延后原先稳定的系统也就变得不稳定了 [4] . 近几年来，由于细胞神经网络在移动图像处理中引入了时延，因此带时延细胞神经网络的稳定性的研究一直是一个热点. 在文献 [4] 中作者讨论了对称反馈和时延反馈模板矩阵的稳定性条件依赖于时延，在文献 [5] 中作者讨论了非正模板与非单调输出函数的带时延细胞神经网络的稳定性；在文献 [6,7] 中作者讨论了带时延细胞神经网络的稳定性，结论要求反馈和时延反馈模板矩阵是非负的且它们的和是不可约的；在文献 [8] 中作者给出了带时延细胞神经网络有唯一全局渐近稳定平衡点的一个充分条件，它实际上是要判定 $S = I - A - A^{\tau}$ 是一个非奇异 M 矩阵；在文献 [9] 中作者证明了占优非线性模板的全局渐近稳定性；在文献 [10] 中作者讨论了带时延细胞神经网络的全局指数稳定性以及它的周期解的稳定性，得到了一系列判定准则；在文献 [11] 中作者将带离散时延细胞神经网络推广到带连续时延神经网络并讨论了它们的稳定性. 本文详细讨论了带时延细胞神经网络的全局渐近稳定性，得到了一个新的判定准则，其结果对于具体判定带时延细胞神经网络是非常简单和实用的，用计算机仿真实验表明了我们所得结果的正确性与有效性.

2 带时延细胞神经网络渐近稳定性条件

带时延细胞神经网络的动态行为可由下列状态方程描述 [1]

$$\dot{x}(t) = -x(t) + Af(x(t)) + A^{\tau}f(x(t-\tau)) + u \tag{1}$$

或

$$\dot{x}_i(t) = -x_i(t) + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} f(x_i(t)) + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^{\tau} f(x_j(t-\tau)) + u_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{2}$$

[1] 1999-04-29 收到， 1999-10-27 定稿

这里 $x(\cdot)=[x_1(\cdot),x_2(\cdot),\cdots,x_n(\cdot)]^T$ 是状态向量, $f(x(\cdot))=[f(x_1(\cdot)),\cdots,f(x_n(\cdot))]^T$ 是输出向量, $f(x_i(\cdot))=0.5[|x_i(\cdot)+1|-|x_i(\cdot)-1|]$, $A=\{a_{ij}\}$ 是反馈矩阵, $A^\tau=\{a^\tau_{ij}\}$ 是时延反馈矩阵, $u=[u_1,u_2,\cdots,u_n]^T$ 是常数外部输入向量. 时延 $\tau_{ij},i,j=1,2,\cdots,n$ 是非负常数. 我们定义

$$\tau=\max_{1\le i,j\le n}\{\tau_{ij}\} \tag{3}$$

为了简化我们的证明, 我们将 (2) 式表示的系统平衡点 x^* 转移到原点. 变换 $z(t)=x(t)-x^*$ 和 $z(t-\tau)=x(t-\tau)-x^*$ 或 $z_i(t)=x_i(t)-x_i^*$ 和 $z_i(t-\tau_{ij})=x_i(t-\tau_{ij})-x_i^*$, 将 (1) 式表示的系统变换为下列系统:

$$\dot z(t)=-z(t)+A\phi(z(t))+A^\tau\phi(z(t-\tau)) \tag{4}$$

或

$$\dot z_i(t)=-z_i(t)+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\phi(z_i(t))+\sum_{j=1}^{n}a^\tau_{ij}\phi(z_i(t-\tau_{ij})),\quad i=1,2,\cdots,n \tag{5}$$

这里 $z(\cdot)=[z_1(\cdot),z_2(\cdot),\cdots,z_n(\cdot)]^T$ 是状态向量, $\phi(z(\cdot))=[\phi(z_1(\cdot)),\cdots,\phi(z_n(\cdot))]^T$, $\phi(z_j(\cdot))=f(z_j(\cdot)+x_j^*)-f(x_j^*)$, $|\phi(z_j(\cdot))|\le|z_j(\cdot)|$, $\phi(0)=0,j=1,2,\cdots,n$. 我们也有

$$\phi^2(z_j(\cdot))\le z_j(\cdot)\phi(z_j(\cdot)),\quad j=1,2,\cdots,n \tag{6}$$

因此我们有下列主要定理

定理 如果存在正常数 $a_s>0$, $b_s>0$, $(s=1,2,\cdots,n)$, $\rho>1$ 使得系统:

(1) $|a_{jj}|<1,\quad j=1,2,\cdots,n$ (7)

(2) $\sum_{\substack{s=1\\s\ne j}}^{n}\left|a_{sj}\frac{g_s(z_s(t)\pm 0)}{g_j(z_j(t))}\right|+\rho\sum_{s=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{c_s}{d_i}a^\tau_{si}\right|<1-|a_{ij}|,\quad j=1,2,\cdots,n$ (8)

这里

$$c_s=\max\{a_s,b_s\},\quad d_s=\min\{a_s,b_s\} \tag{9}$$

$$g_s(x_s)=\begin{cases}a_s, & x_s\ge 0\\ -b_s, & x_s<0\end{cases} \tag{10}$$

那么系统 (2) 的平衡点 $x^*=[x_1^*,x_2^*,\cdots,x_n^*]^T$ 是唯一且全局渐近稳定的.

证明 第一部分 平衡点的存在性与唯一性

在这部分, 对于每一个给定的向量 $u=[u_1,u_2,\cdots,u_n]^T$ 我们证明平衡点的唯一性, 也就是, 非线性方程组:

$$x_i=\sum_{j=1}^{n}(a_{ij}+a^\tau_{ij})f(x_j)+u_i,\quad i=1,2,\cdots,n \tag{11}$$

有唯一解 $x^*=[x_1^*,x_2^*,\cdots,x_n^*]^T$.

考虑映射 G : $R^n\to R^n$, 把它定义为

$$G(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\begin{bmatrix}G_1(x_1,x_2,\cdots,x_n)\\G_2(x_1,x_2,\cdots,x_n)\\\vdots\\G_n(x_1,x_2,\cdots,x_n)\end{bmatrix}\tag{12}$$

这里

$$G_i(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\sum_{j=1}^{n}(a_{ij}+a_{ij}^{\tau})f(x_j)+u_i,\quad i=1,2,\cdots,n\tag{13}$$

从 f 的性质可发现

$$-\alpha_i=-\sum_{j=1}^{n}(|a_{ij}|+|a_{ij}^{\tau}|+|u_i|\le G_i(x_1,x_2,\cdots,x_n)\le\sum_{j=1}^{n}(|a_{ij}|+|a_{ij}^{\tau}|)+|u_i|=\alpha_i\tag{14}$$

这里 $i=1,2,\cdots,n$ ，因此集合 D 定义为

$$D=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T|-\alpha_i\le x_i\le\alpha_i,\quad i=1,2,\cdots,n\}\tag{15}$$

由于 G 是不变的。因此 G 的不动点也是 DCNN (Delayed digital Cellular Neural Network) 的平衡态。

在下面我们将证明平衡点的唯一性，不妨设存在两个平衡点： $x^*=[x_1^*,x_2^*,\cdots,x_n^*]^T$ ， $x^{**}=[x_1^{**},x_2^{**},\cdots,x_n^{**}]^T$ ，那么我们有

$$x_s^*-x_s^{**}=\sum_{j=1}^{n}(a_{sj}+a_{sj}^{\tau})[f(x_j^*)-f(x_j^{**})],\quad s=1,2,\cdots,n\tag{16}$$

由 $g_s(x_s^*)$ 的定义，我们有

$$g_s(x_s^*-x_s^{**})(x_s^*-x_s^{**})=\sum_{j=1}^{n}(a_{sj}+a_{sj}^{\tau})g_s(x_s^*-x_s^{**})[f(x_j^*)-f(x_j^{**})],\quad s=1,2,\cdots,n\tag{17}$$

也就是

$$\begin{aligned}\sum_{s=1}^{n}g_s(x_s^*-x_s^{**})(x_s^*-x_s^{**})&=\sum_{s=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(a_{sj}+a_{sj}^{\tau})g_s(x_s^*-x_s^{**})[f(x_j^*)-f(x_j^{**})]\\&\le\sum_{s=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|a_{sj}g_s(x_s^*-x_s^{**})||x_j^*-x_j^{**}|\\&+\sum_{s=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|a_{sj}^{\tau}g_s(x_s^*-x_s^{**})||x_j^*-x_j^{**}|,\quad s=1,2,\cdots,n\end{aligned}\tag{18}$$

也就是

$$
\begin{aligned}
0 &\le \sum_{j=1}^{n} g_j(x_j^*-x_j^{**})(x_j^*-x_j^{**})\left[-1+|a_{jj}|+\sum_{\substack{s=1\\s\ne j}}^{n}\left|a_{sj}\frac{g_s(x_s^*-x_s^{**})}{g_j(x_j^*-x_j^{**})}\right|+\sum_{s=1}^{n}\left|a_{sj}^{\tau}\frac{g_s(x_s^*-x_s^{**})}{g_j(x_j^*-x_j^{**})}\right|\right]\\
&\le \sum_{j=1}^{n} g_j(x_j^*-x_j^{**})(x_j^*-x_j^{**})\\
&\quad\times\left[-1+|a_{jj}|+\sum_{\substack{s=1\\s\ne j}}^{n}\left|a_{sj}\frac{g_s(x_s^*-x_s^{**})}{g_j(x_j^*-x_j^{**})}\right|+\rho\sum_{s=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left|a_{sj}^{\tau}\frac{g_s(x_s^*-x_s^{**})}{g_j(x_j^*-x_j^{**})}\right|\right]\\
&\le \sum_{j=1}^{n} g_j(x_j^*-x_j^{**})(x_j^*-x_j^{**})\\
&\quad\times\left[-1+|a_{jj}|+\sum_{\substack{s=1\\s\ne j}}^{n}|a_{sj}|\frac{g_s(x_s^*-x_s^{**})}{g_j(x_j^*-x_j^{**})}+\rho\sum_{s=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{c_s}{d_i}|a_{sj}^{\tau}|\right]\le 0
\end{aligned}
\tag{19}
$$

因此我们有 $x_j^*=x_j^{**}$. 这就证明了平衡点的唯一性.

第二部分 平衡点的全局渐近稳定性

我们定义如下 Liapunov 函数:

$$
V(z)=\sum_{s=1}^{n} g_s(z_s)z_s \tag{20}
$$

可计算

$$
\begin{aligned}
\dot V_{(5)} &= \sum_{s=1}^{n} g_s(z_s(t)\pm 0)\left[-z_s(t)+\sum_{j=1}^{n}a_{sj}\phi(z_j(t))+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^{\tau}\phi(z_j(t-\tau_{ij}))\right]\\
&\le -\sum_{s=1}^{n} g_s(z_s(t)\pm 0)z_s(t)+\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}a_{sj}\phi(z_j(t))g_s(z_s(t)\pm 0)\\
&\quad+\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}|g_s(z_s(t)\pm 0)a_{sj}^{\tau}||\phi(z_j(t-\tau_{ij}))|\\
&\le -\sum_{s=1}^{n} g_s(z_s(t)\pm 0)z_s(t)+\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}|g_s(z_s(t)\pm 0)a_{sj}||\phi(z_j(t))|\\
&\quad+\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}|g_s(z_s(t)\pm 0)a_{sj}^{\tau}||\phi(z_j(t-\tau_{ij}))|
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\le \sum_{j=1}^{n}[-g_j(z_j(t))z_j(t)(-1+|a_{jj}|)+\sum_{\substack{s=1\\ s\ne j}}^{n}|g_s(z_s(t)\pm 0)z_j(t)||a_{sj}| \\
&\quad +\sum_{s=1}^{n}|g_s(z_s(t)\pm 0)a_{sj}^{\tau}||\phi(z_j(t-\tau_{ij}))| \\
&\le \sum_{j=1}^{n} g_j(z_j(t))z_j(t)\left[-1+|a_{jj}|+\sum_{\substack{s=1\\ s\ne j}}^{n}\left|a_{sj}\frac{g_s(z_s(t)\pm 0)}{g_j(z_j(t))}\right|\right] \\
&\quad +\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}|g_s(z_s(t)\pm 0)a_{sj}^{\tau}||z_j(t-\tau_{ij})| \qquad (21)
\end{aligned}
$$

我们选择 $\rho>1$ ，使得

$$
V(z(t+\theta))\le \rho V(z(t)),\quad \theta\in[-\tau,0] \qquad (22)
$$

因此我们有

$$
|z_j(t+\theta)|\le \frac{\rho}{|g_j(z_j(t+\theta))}\sum_{s=1}^{n} g_s(z_s(t)) \qquad (23)
$$

因而

$$
\begin{aligned}
\dot V_{(5)}(z(t)) &\le \sum_{j=1}^{n} g_j(z_j(t))z_j(t)\left[-1+|a_{jj}|+\sum_{\substack{s=1\\ s\ne j}}^{n}\left|a_{sj}\frac{g_s(z_s(t)\pm 0)}{g_j(z_j(t))}\right|\right] \\
&\quad +\rho\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\left|a_{sj}^{\tau}\frac{g_s(z_s(t)\pm 0)}{g_j(z_j(t-\tau_{sj}))}\right|\sum_{k=1}^{n} g_k(z_k(t))z_k(t) \\
&\le \sum_{j=1}^{n} g_j(z_j(t))z_j(t)\left[-1+|a_{jj}|+\sum_{\substack{s=1\\ s\ne j}}^{n}\left|a_{sj}\frac{g_s(z_s(t)\pm 0)}{g_j(z_j(t))}\right|+\rho\sum_{i=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\left|a_{si}^{\tau}\frac{g_s(z_s(t)\pm 0)}{g_i(z_i(t-\tau_{sj}))}\right|\right] \\
&\le \sum_{j=1}^{n} g_j(z_j(t))z_j(t)\left[-1+|a_{jj}|+\sum_{\substack{s=1\\ s\ne j}}^{n}\left|a_{sj}\frac{g_s(z_s(t)\pm 0)}{g_j(z_j(t))}\right|+\rho\sum_{i=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\left|\frac{c_s}{d_i}a_{si}^{\tau}\right|\right]<0 \qquad (24)
\end{aligned}
$$

所以平衡点 $x^*=[x_1^*,x_2^*,\cdots,x_n^*]^T$ 是全局渐近稳定的.

在上述定理中设 $a_s=a^s$ ， $b_s=a^s$ ，我们有下面的结果：

推论　如果存在常数 $a>0$ ， $\rho>1$ ，使得下列条件成立：

(1) $|a_{jj}|<1,\quad j=1,2,\cdots,n$ (25)

(2) $\frac{|a_{sj}|}{1-|a_{jj}|}\le\frac{a^{j-s}}{n},\quad s\ne j,\quad s,j=1,2,\cdots,n$ (26)

(3) $\frac{1-|a_{jj}|}{n\sum_{i=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}a^{s-i}|a_{si}^{\tau}|}\ge\rho>1,\quad j=1,2,\cdots,n$ (27)

那么条件 (2) 的平衡点 $x^*=[x_1^*,x_2^*,\cdots,x_n^*]^T$ 是唯一且全局渐近稳定的.

证明　存在性与唯一性的证明与定理相类似定理. 我们可利用上述定理的结果来获得全局渐近稳定性，因此我们有

$$\dot{V}_{(2)}(z(t)) \leq \sum_{j=1}^{n} g_j(z_j(t))z_j(t)\left[-1+|a_{jj}|+\sum_{\substack{s=1\\s\neq j}}^{n}\left|a_{sj}\frac{g_s(z_s(t)\pm 0)}{g_j(z_j(t))}\right|+\rho\sum_{i=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\left|\frac{c_s}{d_i}a_{si}^{\tau}\right|\right]$$

$$=\sum_{j=1}^{n} g_j(z_j(t))z_j(t)(-1+|a_{jj}|)\left[1-\sum_{\substack{s=1\\s\neq j}}^{n}\frac{|a_{sj}|}{1-|a_{jj}|}a^{s-j}-\rho\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\left|\frac{c_s}{d_i}a_{si}^{\tau}\right|}{1-|a_{jj}|}\right]$$

$$<\sum_{j=1}^{n} g_j(z_j(t))z_j(t)(-1+|a_{jj}|)\left[1-\frac{n-1}{n}-\frac{1}{n}\right]=0 \tag{28}$$

证毕

3 具体例子与计算机仿真

例 考虑如下三个元胞的细胞神经网络：

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t)-0.15f(x_1(t))+0.1f(x_2(t))\\ &\quad -0.01f(x_1(t-\tau))+0.0255f(x_2(t-\tau))+1.0\\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t)-0.31f(x_2(t))+0.21f(x_3(t))\\ &\quad -0.031f(x_2(t-\tau))+0.011f(x_3(t-\tau))-1.0\\ \dot{x}_3(t) &= -x_3(t)-0.07f(x_1(t))+0.22f(x_3(t))\\ &\quad -0.037f(x_1(t-\tau))+0.011f(x_3(t-\tau))+2.0\end{aligned}\right\} \tag{29}$$

写成矩阵形式

$$\dot{X}=-X+Af(X)+A^{\tau}f(X(t-\tau))+I \tag{30}$$

这里 $X=[x_1,x_2,x_3]^T,\quad I=[I_1,I_2,I_3]^T,\quad f(X)=[f(x_1),f(x_2),f(x_3)]^T,$

$$A=\begin{bmatrix}-0.15 & 0.1 & 0\\ 0 & -0.31 & 0.21\\ -0.07 & 0 & 0.22\end{bmatrix},\quad A^{\tau}=\begin{bmatrix}-0.01 & 0.0255 & 0\\ 0 & 0.031 & 0.011\\ -0.037 & 0 & 0.011\end{bmatrix} \tag{31}$$

在下面为了方便起见我们用推论来验证 (29) 式的稳定性. 显然条件 (1)((25) 式) 成立, 现在来判定条件 (2)((26) 式) 是否成立:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{|a_{21}|}{1-|a_{11}|}=0<\frac{1}{3a},\quad \frac{|a_{31}|}{1-|a_{11}|}\approx 0.43<\frac{1}{3a^2},\quad \frac{|a_{12}|}{1-|a_{22}|}\approx 0.14\cdots<\frac{a}{3}\\ &\frac{|a_{32}|}{1-|a_{22}|}=0<\frac{1}{3a},\quad \frac{|a_{13}|}{1-|a_{33}|}\approx 0.07<\frac{a^2}{3},\quad \frac{|a_{23}|}{1-|a_{33}|}=0<\frac{a}{3}\end{aligned}\right\} \tag{32}$$

要使上式成立, 可取 $a=0.5$. 最后我们来验证推论中的条件 (3)((27) 式) , 当 $a=0.5$ 时, 不难计算

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{s=1}^{3}a^{s-i}|a_{si}^{\tau}|\approx 0.13325\cdots \tag{33}$$

所以

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{1-|a_{11}|}{3\sum_{i=1}^{3}\sum_{s=1}^{3}a^{s-i}|a_{si}^{\tau}|}=\dfrac{0.9}{0.33925}>\rho>1\\[2ex]\dfrac{1-|a_{22}|}{3\sum_{i=1}^{3}\sum_{s=1}^{3}a^{s-i}|a_{si}^{\tau}|}=\dfrac{0.69}{0.33925}>\rho>1\\[2ex]\dfrac{1-|a_{33}|}{3\sum_{i=1}^{3}\sum_{s=1}^{3}a^{s-i}|a_{si}^{\tau}|}=\dfrac{0.78}{0.33925}>\rho>1\end{array}\right\} \tag{34}$$

条件 (3) 成立，因此 (29) 式是全局渐近稳定的，计算机仿真见图 1 和图 2，此时取 $\tau=1$ 其稳定平衡点可计算得到 $x=[0.80720769,-0.50708426,2.14462877]$. 我们也注意到若取 $a=1$，则条件 (2) 并不成立，这种情形相当于文献 [9, 10] 的结果，因此用我们的结论来判定全局稳定性更加精细.

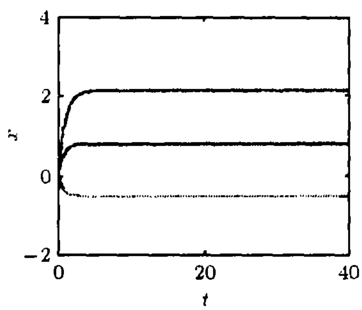

图 1 运动轨迹相图

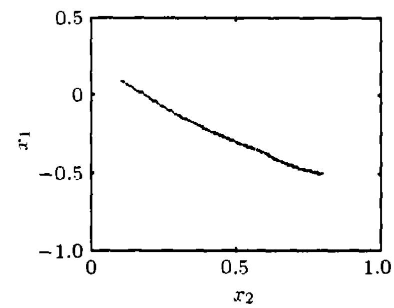

图 2 x_1, x_2 相图

4 结 论

细胞神经网络尤其是带时延的细胞神经网络在静态 / 移动图像处理中具有广阔地应用前景，对它们稳定性的研究一直是国内外学者的研究热点，因为带时延神经动力学性质是非常复杂的. 本文给出了带时延细胞神经网络的一个新的渐近稳定性条件，这对于具体细胞神经网络的设计是更为方便与简捷的. 当然我们讨论的方法也可应用到其他的神经动力学系统，如 Hopfield 网络， BAM 网络，有关这方面的工作我们将另文报道.

参 考 文 献

[1] L. O. Chua, L. Yang, Cellular neural network: Theory, IEEE Trans. on CAS-I, 1988, 35(10), 1275-1272.

[2] L. O. Chua, T. Roska, The CNN paradigm. IEEE Trans. on CAS-I, 1993, 40(2), 147-156.

[3] T. Roska, L. O. Chua, The CNN universal machine: Analogic array computer. IEEE Trans. on CAS-I, 1993, 40(2), 163-173.

[4] P. Paolo Civalleri, *et al.*, On stability of cellular neural networks with delay, IEEE Trans. on CAS-I, 1993, 40(3), 157-164.

[5] M. Gilli, Stability of cellular neural network and delayed cellular neural networks with non-positive templates and non-monotonic output functions. IEEE Trans. on CAS-I, 1994, 41(6), 518-528.

[6] T. Roska, L. O. Chua, Cellular neural networks with delay-type template elements and non-uniform grids, Int. J. Cir. Theory and Appl., 1992, 20, 469-481.

[7] T. Rosks, C. W. Wu, M. Balsi, L. O. Chua, Stability and dynamics of delay-type general and cellular neural networks, IEEE Trans. on CAS-I, 1992, 39(5), 487-490.

[8] T. Rosks, C. W. Wu, L. O. Chua, Stability of cellular neural networks with dominant nonlinear and delay-type templates, IEEE Trans. on CAS-I, 1993, 40(3), 270-272.
[9] S. Arik, V. Tavsanoglu, Equilibrium analysis of delayed CNNs, IEEE Trans. on CAS-I, 1998, 45(3), 168-170.
[10] Liao Xiaofeng, Yu Juebang, Global exponential stability and periodic solution of delay-type cellular neural networks, Int. J. Cir. Theory and Appl., to appear.
[11] Liao Xiaofeng, Yu Juebang, Stability analyses of cellular neural networks with continuous time delay, IEEE Trans. on CAS-I, to appear.

NOVEL CONDITIONS OF ASYMPTOTIC STABILITY FOR CELLULAR NEURAL NETWORKS WITH TIME DELAY

Liao Xiaofeng Wu Zhongfu Yu Juebang*

(*Institute of Computer, Chongqing University, Chongqing* 400044, China)

*(*Dept. of Opto-Electrnoic Technology, UEST of China, Chengdu* 610054, China)

Abstract In this paper, global asymptotic stability for cellular neural networks with time delay is discussed using a novel Liapunov function. Some novel sufficient conditions for global asymptotic stability are obtained. Those results are simple and practical than given by P. P. Civalleri *et al.*, and have a leading importance to design cellular neural networks with time delay.

Key words Time delay, Cellular neural networks, Liapunov function, Global asymptotic stability, Sufficicent condition

廖晓峰: 男, 1964 年生, 教授, 博士, 目前在重庆大学计算机学院做博士后研究. IEEE Transactions on Neural networks 和 International Journal of System Science 等国际杂志的论文审阅人, IEEE 会员, 研究方向为神经网络, 信号处理和混沌保密通信等.
吴中福: 男, 1938 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为计算机网络与通信, 宽带综合业务数字网等.
虞厥邦: 男, 1932 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为神经网络, 非线性动力系统等.