

# 椭圆轨道编队小卫星星间链路几何特性研究

张立巍 朱立东 吴诗其

(电子科技大学 通信与信息工程学院 成都 610054)

**摘要** 该文对编队飞行小卫星的星间链路几何特性(方位角、仰角及星间距离)进行较为深入的研究。在提出椭圆轨道下编队小卫星星间链路几何特性的计算公式后,结合实例做了相应的仿真,并对仿真结果进行了进一步的讨论,得到了星间链路几何特性随轨道参数变化的规律。对于未来星座设计、编队小卫星组网等方面具有较大的参考价值。

**关键词** 方位角, 仰角, 星间距离, 小卫星编队飞行

中图分类号: TN927

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)05-0861-04

## Study on the ISL's Geometrical Characteristics of Small Satellites Formation Flying in Elliptical Orbits

Zhang Li-wei Zhu Li-dong Wu Shi-qi

(College of Communication and Information Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract** This paper focuses on the geometrical properties of Inter-Satellite Links (ISLs) of the small satellites formation flying under the elliptical orbits, including the azimuth, elevation and the distance. The article addresses the mathematical formula for these characteristics, and then presents the simulation results based on the given example. The paper also analyzes the law that the formation flying's ISL's geometrical characteristics change with the parameters of the satellite constellation. These results are important for future's constellation design, satellite networking, etc.

**Key words** Azimuth, Elevation, Distance, Small satellite formation flying

### 1 引言

编队小卫星是指以某一点为基准,由若干颗小卫星构成的一个特定队型,在这个队型中,每颗小卫星绕地球飞行的轨道周期都近似相同,并且由各小卫星互相协同工作来实现单颗大卫星的功能,任务功能是由整个编队飞行的星群来完成,整个星群就构成一个大的“虚拟通信卫星”。与传统大的卫星相比,小卫星编队有大得多的天线口径和相当长的测量基线,因此在电子侦察、立体成像、精确定位、气象测量等方面都有很大的优势。

编队小卫星在通信领域具有很强的应用价值。同时,为了达到较高的通信性能和降低由于维持队形而引起的能耗,人们对编队的队形设计也有较高要求。文献[1]等对圆轨道星座的空间几何特性有较为详尽的描述,但对普通编队不具一般性。因此本文着重考察的是椭圆轨道编队中的星间链路几何特性<sup>[2]</sup>,即仰角 $\phi$ 、星间距离 $d$ 及方位角 $\psi$ 的动态变化。作者在查阅相关资料的基础上作了相应的补充,以使本文所述内容对各种普通编队或者星座都具有广泛的适用性。

本文将对编队星座中轨道特性(方位角、仰角及星间距离)进行较为深入的研究。第2节给出了详细的理论计算公式,第3节以实例给出了相应的仿真结果并就仿真结果在不同参变量下的动态变化情况作了较为细致的分析。

### 2 编队星间链路空间几何关系

#### 2.1 卫星在天球上的运动轨迹方程

卫星沿椭圆轨道运行,在天球上的运动轨迹方程(经纬度)由式(1)和式(2)决定,定义该圈运行通过升节点的时刻为度量0点<sup>[3]</sup>:

$$\lambda_s = \lambda_0 + \arctg(\cos(i)\text{tg}(\theta)) \pm \begin{cases} -180^\circ, & (-180^\circ \leq \theta < -90^\circ) \\ 0^\circ, & (-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ) \\ 180^\circ, & (90^\circ < \theta \leq 180^\circ) \end{cases} \quad (1)$$

$$\phi_s = \arcsin(\sin(i)\sin(\theta)) \quad (2)$$

其中 $\phi_s$ 为卫星在天球上映射点的纬度,单位是度; $\lambda_s$ 为卫星在天球上映射点的经度,单位是度; $\lambda_0$ 为升节在天球上映射点的经度,单位是度; $\theta$ 是 $t$ 时刻卫星与升节点的角距(从升节点开始度量,顺运行方向为正,逆行方向为负值); $i$ 为轨道平面倾角,即轨道平面与赤道平面的夹角; $t$ 为飞行时间,单位为秒; $\pm$ 分别用于顺行轨道和逆行轨道;

#### 2.2 椭圆轨道下编队飞行星际链路空间几何关系

2.2.1 星座的空间几何关系 在图1下给出了两颗处于不同轨道下卫星 $i, j$ 在时刻 $t$ 的空间几何关系。本文建立一个移动坐标系 $OXYZ$ , $O$ 点在卫星 $i$ 的当前位置 $A$ , $X$ 轴由 $A$ 指向地心, $Z$ 轴指向 $i$ 的运动方向, $X, Y, Z$ 轴满足右手定则。图中 $\Omega_1$ 是卫星 $i$ 的右升节点赤经; $\Omega_2$ 是卫星 $j$ 的右升节点赤经;点 $A, B, C$ 分别是卫星 $i$ 在时刻 $t$ ,卫星 $j$ 在时刻 $t$ ,卫星 $i$ 在时刻 $t+\Delta t$ ( $\Delta t$ 为一时间增量)在对应的天球面上的位置,经纬度坐标是

$(\lambda_A, \phi_A), (\lambda_B, \phi_B)$ 和 $(\lambda_C, \phi_C)$ ,  $\beta_1, \beta_2$ 是轨道倾角,

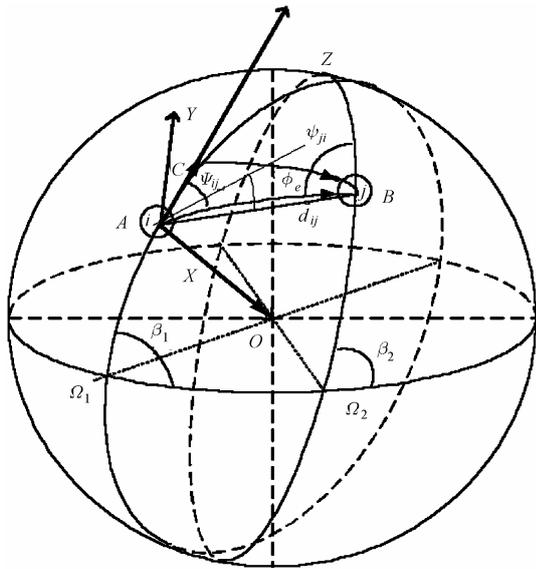


图 1 处于不同轨道平面下两颗星的几何关系

即轨道平面与赤道平面之间的夹角。 $\psi_{ij}$ 定义为两个截面的夹角,第一个截面过地心  $O$ ,  $t$ 时刻卫星  $i$ 与卫星  $j$ 位置的连线,第二个截面过地心  $O$ ,卫星  $i$ 在  $t$ 时刻与  $t+\Delta t$ 时刻位置的连线,即截面  $OAB$ 与截面  $OAC$ 的夹角。同理可得  $\psi_{ji}$ 是卫星  $j$ 到卫星  $i$ 的方位角; $\phi_e$ 为  $i$ 到  $j$ 仰角,即在  $i$ 星轨道平面上过  $A$ 点作沿  $AB$ 方向的切线和  $AB$ 连线的夹角。 $d_{ij}$ 是卫星  $i$ 到卫星  $j$ 的直线距离。 $t$ 时刻卫星在天球上的经纬度可由式(1),式(2)计算得到。在明确仰角、空间距离、方位角的定义后,接下来我们就对以上 3 个参数作进一步讨论。

2.2.2 仰角、星间距离计算公式 在椭圆轨道下,由于卫星位置  $A$ 和  $B$ 随时可以处于不同高度,因此文献[1]等中的计算公式需要进行修正。

在计算  $t$ 时刻仰角、星间距离的过程中,为了简便,我们取过地心  $O$ ,  $t$ 时刻  $i$ 星位置  $A$ ,  $t$ 时刻  $j$ 星位置  $B$ 的一个截面,如图 2 所示,其中  $\delta$ 为该时刻  $AB$ 地心连线夹角,  $\delta \in [0, \pi]$ ,  $e_{-1}$ 定义为从  $A$ 到  $B$ 的仰角,  $e_{-2}$ 定义为从  $B$ 到  $A$ 的仰角,在本例中设  $A$ 低  $B$ 高,即  $e_{-1} \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ,  $e_{-2} \in [-\frac{\pi}{2}, 0]$ 。判定两点高低的准则将在后续部分给出。而  $A$ 高  $B$ 低的情况同理可以得出,本文不再赘述。 $S_{AB}$ 为  $t$ 时刻  $AB$ 两星位置间距离,  $S_{AO}$ 、 $S_{BO}$ 分别为  $t$ 时刻  $A$ 、 $B$ 两星位置与地心的距离。由空间几何关系可得以下公式:

$$\frac{S_{AO}}{\sin \beta} = \frac{S_{BO}}{\sin(e_{-1} + \pi/2)} = \frac{S_{AB}}{\sin \delta} \quad (3)$$

$$\beta + e_{-2} = \pi/2 \quad (4)$$

$$\beta + e_{-1} + \delta = \pi/2 \quad (5)$$

由式(3)不难推出:

$$e_{-1} = \text{tg}^{-1}[(\cos \delta - S_{AO}/S_{BO})/\sin \delta] \quad (6)$$

$$e_{-2} = -(\delta + e_{-1}) \quad (7)$$

$$S_{AB} = \frac{\sin \delta}{\cos e_{-1}} \cdot S_{BO} \quad (8)$$

其中

$$\delta = \cos^{-1} [\sin \phi_A \sin \phi_B + \cos \phi_A \cos \phi_B \cos(\lambda_A - \lambda_B)] \quad (9)$$

$S_{AO}$ ,  $S_{BO}$ 可由椭圆方程和当前相位决定。

考虑特殊情况  $S_{AO} = S_{BO}$ , 即  $t$ 时刻  $A$ ,  $B$ 处于同一轨道高度时,式(6)-式(8)可化简为

$$e_{-1} = e_{-2} = -\delta/2 \quad (10)$$

$$S_{AB} = 2 \sin \frac{\delta}{2} \cdot S_{AO} \quad (11)$$

2.2.3 仰角正负判定准则 采用投影法判定卫星  $i$ 和卫星  $j$ 在  $t$ 时刻的位置  $A$ ,  $B$ 高低,即将  $OB$ 向  $OA$ 方向进行投影,设  $OB$ 在  $OA$ 方向的投影长度为  $l_{BA}$ ,  $OA$ 长度为  $l_{OA}$ ,  $OB$ 长度为  $l_{OB}$ ,根据  $l_{BA}$ 与  $l_{OA}$ 大小关系判定从  $A$ 看  $B$ 的仰角符号,

若  $l_{BA} > l_{OA}$ ,从  $A$ 的视角看,  $B$ 比  $A$ 高,  $e_{-1} = |e_{-1}| = \text{tg}^{-1}[(\cos \delta - S_{AO}/S_{BO})/\sin \delta]$ ,  $e_{-2} = -|e_{-2}| = -(\delta + e_{-1})$ ;

若  $l_{BA} < l_{OA}$ ,从  $A$ 的视角看,  $B$ 比  $A$ 低,  $e_{-1} = -|e_{-1}| = -(\delta + e_{-2})$ ,  $e_{-2} = |e_{-2}| = \text{tg}^{-1}[(\cos \delta - S_{BO}/S_{AO})/\sin \delta]$ ;

其中,  $l_{BA} = l_{OB} \cdot \cos \delta$ ,  $l_{OB}$ 由当前相位确定,  $\delta$ 由式(9)确定。同理可求由  $B$ 到  $A$ 的仰角,鉴于篇幅所限本文不再赘述。

2.2.4 方位角大小及符号的确定  $t$ 时刻的方位角  $\psi_{ij}$ 定义为两个截面的夹角,如图 1 所示,为了简便起见,我们将关心的部分重新绘制于图 3。其中,  $C'$ 是  $OC$ 延长线与  $Z$ 轴交点,  $B'$ 是  $OB$ 延长线与  $YAZ$ 平面的交点,由几何特性可知  $\angle B'AC'$ 即为  $t$ 时刻卫星  $i$ 到卫星  $j$ 的方位角,  $\angle B'AC' \in [0, 2\pi]$ ,显然  $t$ 时刻卫星  $i$ 到卫星  $j$ 的方位角由各自运动轨迹在天球上的投影位置(经纬度)决定,而与该时刻各星的轨道高度无关。因此可以根据式(1)、式(2)确定时刻  $t$ 各星的经纬度,从而得出方位角计算公式<sup>[1]</sup>:

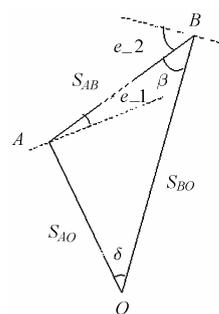


图 2  $t$ 时刻  $i, j$ 星的方位角、星间距离示意图

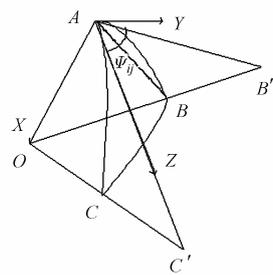


图 3 方位角几何特性示意图

(1)在不考虑象限情况下,由球面三角中的球面距离公式、边余弦定理可以得到,方位角 $(\Psi_{ij}, \Psi_{ji})$ 大小的计算公式为

$$|\Psi_{ij}| = \arccos \left( \frac{\cos(a) - \cos(b)\cos(c)}{\sin(b)\sin(c)} \right) \quad (12)$$

$$|\Psi_{ji}| = \arccos \left( \frac{\cos(b) - \cos(a)\cos(c)}{\sin(a)\sin(c)} \right) \quad (13)$$

其中

$$a = \arccos(\sin(\varphi_C)\sin(\varphi_B) + \cos(\varphi_C)\cos(\varphi_B)\cos(\lambda_C - \lambda_B)) \quad (14)$$

$$b = \arccos(\sin(\varphi_A)\sin(\varphi_C) + \cos(\varphi_A)\cos(\varphi_C)\cos(\lambda_A - \lambda_C)) \quad (15)$$

$$c = \arccos(\sin(\varphi_A)\sin(\varphi_B) + \cos(\varphi_A)\cos(\varphi_B)\cos(\lambda_A - \lambda_B)) \quad (16)$$

(2)三角公式得出  $|\Psi_{ij}| \in [0, \pi]$ ，而实际上  $\Psi_{ij} \in [-\pi, \pi]$ ，因此需要对其进行象限判决。判决方法是：卫星  $i$  的轨道将天球均分为两半，使用“左手定则”，摊开左手，四指弯曲，指尖指向卫星  $i$  的运行方向，拇指的方向为上，那么当卫星  $j$  在卫星  $i$  的轨道平面的上方时，结果不变；当卫星  $j$  在卫星  $i$  的轨道平面的下方时，结果反号。 $\Psi_{ji}$  的象限判决方法与  $\Psi_{ij}$  的判决方法一样，只是参考平面选为卫星  $j$  所在的轨道平面。这种判决方法对于包括顺行轨道和逆行轨道在内的任何轨道倾角的星座都适用。

定义  $\sigma_{ij}, \sigma_{ji}$  分别表示连接点  $(\lambda_{ij}, \varphi_{ij})$  与  $(\lambda_B, \varphi_B)$ ， $(\lambda_{ji}, \varphi_{ji})$  与  $(\lambda_A, \varphi_A)$  的大圆弧所对应的地心角； $(\lambda_B, \varphi_B)$ ， $(\lambda_A, \varphi_A)$  是卫星  $j$ ，卫星  $i$  在时刻  $t$  时在天球上的经纬度； $\lambda_{ij}, \varphi_{ij}$  是经过地心且垂直于卫星  $i$  的轨道平面的直线在卫星  $i$  的轨道平面的上方与天球的交点的经纬度 ( $\lambda_{ij} = \Omega + 90^\circ$ ， $\varphi_{ij} = \beta - 90^\circ$ )； $\lambda_{ji}, \varphi_{ji}$  是经过地心且垂直于卫星  $j$  的轨道平面的直线在卫星  $j$  的轨道平面的上方与天球的交点的经纬度 ( $\lambda_{ji} = \Omega_j + 90^\circ$ ， $\varphi_{ji} = \beta - 90^\circ$ )。

$$\sigma_{ij} = \arccos(\sin(\varphi_{ij})\sin(\varphi_B) + \cos(\varphi_{ij})\cos(\varphi_B)\cos(\lambda_{ij} - \lambda_B)) \quad (17)$$

$$\sigma_{ji} = \arccos(\sin(\varphi_{ji})\sin(\varphi_A) + \cos(\varphi_{ji})\cos(\varphi_A)\cos(\lambda_{ji} - \lambda_A)) \quad (18)$$

所以象限判别式如下：

$$\text{若 } \sigma_{ij} \leq 90^\circ, \text{ 则 } \Psi_{ij} = |\Psi'_{ij}|; \text{ 若 } \sigma_{ij} > 90^\circ, \text{ 则 } \Psi_{ij} = -|\Psi'_{ij}| \quad (19)$$

$$\text{若 } \sigma_{ji} \leq 90^\circ, \text{ 则 } \Psi_{ji} = |\Psi'_{ji}|; \text{ 若 } \sigma_{ji} > 90^\circ, \text{ 则 } \Psi_{ji} = -|\Psi'_{ji}| \quad (20)$$

### 3 仿真结果及性能分析

本节根据编队参数给出相应仿真结果，并就各参数对仿真结果的影响进行分析。

#### 3.1 某 LEO 编队仿真实例

表 1 给出了某伴飞 LEO 编队的参数，后者可以根据编队特性由验证 Hill 方程<sup>[4,5]</sup>等过程来确定。我们对 1 号星和 2 号星的星际链路特性进行仿真，其中我们将时间归一化，设  $T$  为 1 号星绕地球飞行 1 个周期的时间长度。图 4、图 5、图 6 依次给出了 2 号星到 1 号星在  $[0, 16T]$  区间内的方位角(单位：度)，仰角(单位：度)，星间距离(单位：千米)变化特性图。考虑到编队轨道参数相当接近，因此轨道摄动对每颗卫星运动轨迹的影响较为一致。在研究星间相对位置几何特性时，可以忽略摄动对编队构型的影响<sup>[6,7]</sup>。

表 1 某卫星编队构型的轨道参数

编号	半长轴(km)	偏心率	倾角(°)	近地点幅角(°)	升交点赤经(°)	初始幅角(°)
1	7000.000050	0.006	63.400	0.00	70.000	0.000
2	7000.000013	0.006	63.402	90.00	69.990	0.000
3	7000.000050	0.006	63.390	270.00	70.000	0.000
4	7000.000013	0.006	63.400	179.98	70.003	0.000

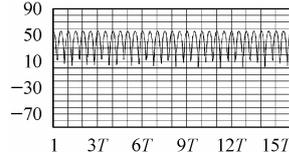


图 4 2 号星到 1 号星方位角变化曲线

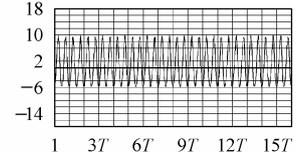


图 5 2 号星到 1 号星仰角变化曲线

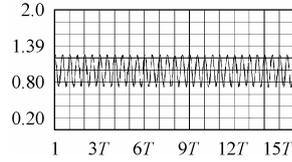


图 6 2 号星到 1 号星星间距离变化曲线

#### 3.2 编队星间链路几何特性与星座参数的关系

星间链路几何特性(方位角  $\Psi$ 、仰角  $\phi$ 、星间距离  $S$  的动态变化范围及快慢)与编队参数(半长轴  $a$ 、偏心率  $e$ 、轨道倾角  $i$ 、升交点赤经  $\Omega$ 、近地点幅角  $\omega$ 、初始相位  $\theta$ )有关<sup>[9-11]</sup>，我们以 3.1 节的编队构型为例分析各轨道参数对星际链路几何特性的影响，并对各绘图参数做如下处理，以达到更好的比较效果：

(1)观察时间：1 号星的一个轨道周期( $T$ )内。

(2)统计曲线：由于星间距离可由仰角大小确定后由式(8)计算出，因此以下仅给出 2 号星到 1 号星的方位角，仰角参量(单位：度)变化曲线。

(3)轨道参数：由于编队卫星各星的轨道形状(由半长轴  $a$ 、偏心率  $e$  决定)基本一致，本文只给出星间链路几何特性随 1 号星的轨道倾角  $i$ ，升交点赤经  $\Omega$ ，近地点幅角  $\omega$ ，初始相位  $\theta$  变化而动态变化的统计曲线图。同时，由于编队各星的参数相当接近，我们对各参数取的动态变化范围较小，详见 3.2.1 节至 3.2.4 节说明。随 2 号星轨道参数变化的规律同理可得。

3.2.1 星间链路性能随轨道倾角变化规律 图 7 和图 8 为星际链路性能随 1 号星轨道倾角增加(依次增加  $0.002^\circ$ )而动态变化的仿真曲线图，箭头方向为 1 号星倾角取值增加而对应的曲线方向。可以看出，1 号星倾角增加使 2 号星到 1 号星的方位角曲线相位前移，振幅增大。而 1 号星的轨道倾角增加导致 2 号星到 1 号星的仰角振幅范围变小，相位几乎不变。

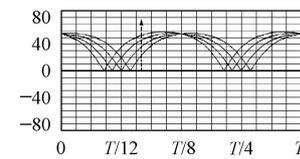


图 7 轨道倾角为参量的方位角变化曲线

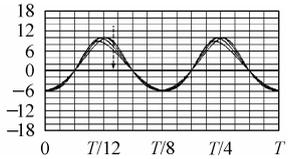


图 8 轨道倾角为参量的仰角变化曲线

3.2.2 星间链路性能随升交点赤经变化规律 由式(1)、式(2)结合式(6)~式(9)可以得出，2 号星到 1 号星的方位角、仰角的动态变化范围随着 1 号星的升交点赤经的增加(依次增加  $0.002^\circ$ )而减小，如图 9、图 10 所示，箭头方向为 1 号星升交点赤经取值增加而对应的曲线方向。

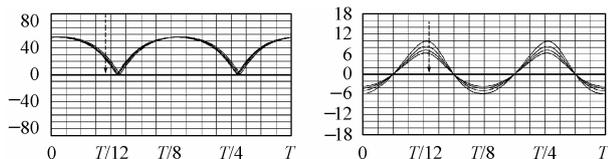


图9 升交点赤经为参量的方位角变化曲线

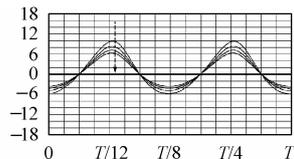


图10 升交点赤经为参量的仰角变化曲线

3.2.3 星间链路性能随近地点幅角变化规律 考虑到本文所研究的 LEO 编队多采用圆轨道和近圆轨道卫星,而后两者偏心率均较小。因此在这种编队类型中,方位角只与1号星和2号星的当前相位有关,而2号星到1号星的仰角的动态变化范围也几乎不随1号星的近地点幅角变化(依次增加 $0.2^\circ$ )而变化。箭头方向指向1号星近地点幅角取值增加而对应的曲线方向,如图11、图12所示。

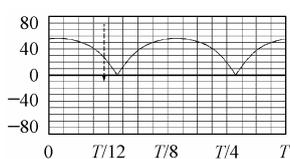


图11 近地点幅角为参量的方位角变化曲线

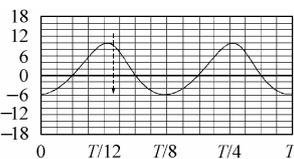


图12 近地点幅角为参量的仰角变化曲线

3.2.4 星间链路性能随初始相角变化规律 由图13、图14看出,在本文的 LEO 编队中,随着1号星的初始相位增加(依次递增 $0.001^\circ$ ),2号星到1号星的方位角、仰角振幅减小较为明显。箭头方向指向1号星初始相角取值增加而对应的曲线方向。

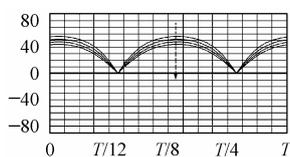


图13 初始相角为参量的方位角变化曲线

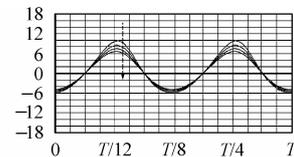


图14 初始相角为参量的仰角变化曲线

## 4 结束语

在查阅相关资料的基础上,本文对椭圆形轨道编队小卫星的星间链路几何特性作了进一步的完善和深化,对已有的理论模型作了相应的补充,使本文研究结果对一般的编队或者星座系统具有广泛的适用性。同时结合实例作了相应仿

真,对仿真结果进行了较为深入的分析,得出了编队构形几何特性随轨道参数变化而动态改变的规律,并绘制了相应的优化曲线。本文建立的一般性编队理论模型和各种曲线仿真结果,对各种编队构形的参数进行优化选取,以使编队达到更强的性能具有较强的实用意义。

## 参考文献

- [1] 刘刚,吴诗其.非静止轨道卫星通信系统中星际链路性能研究.系统工程与电子技术,2001,23(1):105-109.
- [2] 吴诗其,李兴.卫星通信导论.北京:电子工业出版社,2002:130-133.
- [3] 张乃通,张中兆,李英涛等.卫星移动通信系统(第2版).北京:电子工业出版社,2000:47-48.
- [4] 林来兴.小卫星编队飞行及其轨道构成.中国空间科学技术,2001,(2):23-28.
- [5] Schiff C, Rohrbaugh D, Bristow J. Formation flying in elliptical orbits. Aerospace Conference Proceedings 2000 IEEE. Big Sky, MT, 18-25 Mar. 2000, (7): 37-47.
- [6] 侯育卓,赵军.摄动对编队飞行星座相对构型的影响分析.飞行器测控学报,2003,(9):30-35.
- [7] 李赞,孙国滨,张乃通.卫星通信系统星间链路几何参数分析[J].高技术通讯,1998,6(12):40-44.
- [8] Rider L. Analytic design of satellite constellations for zonal earth coverage using inclined circular orbits[J]. Journal of the Astronautical Sciences, Segundo, CA, 1986, 34: 31-64.
- [9] Beste D C. Design of satellite constellation for optimal continuous coverage[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Syst., 1978, AES-14(3): 466-473.
- [10] Harald Keller, Horst Salzwedel. Link strategy for the mobile satellite system Iridium [A]. IEEE 46th Vehicular Technology Conference [C]. Atlanta, Georgia, 1996: 1220-1224.

- 张立巍: 男,1980年生,硕士生,研究方向为卫星移动通信。  
 朱立东: 男,1968年生,博士,副教授,现在主要从事卫星通信、移动通信、个人通信研究。  
 吴诗其: 男,1938年生,教授,博士生导师,主要研究方向为卫星通信、特别是非静止轨道卫星通信。