

计算电子光学系统收集效率的 蒙特卡洛—数值积分法*

何其超 徐廷伟

(四川大学无线电电子学系)

提 要

本文提出了一种非决定性的蒙特卡洛法同计算真空中电子轨迹的决定性的数值积分法相结合的蒙特卡洛—数值积分法,用以模拟电子在电子光学系统中运动的全过程,计算打拿极(或阳极)对电子的收集效率,探讨电子发射角和初能量分布的影响。以研制中的陶瓷通导式光电倍增管为例进行了实际计算,讨论了本方法的局限性以及进一步开拓的问题。

一、引 言

对许多种光电器件而言,打拿极(或阳极)收集光电阴极发射的光电子的百分比—收集效率是一个重要的性能指标。确定一个电子光学系统的收集效率,实际上就是研究在该系统中电子运动的轨迹。传统的研究方法,是先用实验测定空间电位分布(或辅以一定的计算),再用轨迹仪或其他方法(包括求解轨迹微分方程)确定电子轨迹。这种方法仅能单个地考虑电子自阴极发射的初始状态,而不能考虑大量随机电子自阴极发射时其初速、发射角和发射位置的统计性质。随着电子光学系统的日趋复杂和对电子光学系统各项性能研究的日益深入,这种传统的方法就显得越来越不适应了。因此,寻求一种既方便又能反映电子自阴极发射的随机—统计性质的方法就成为近年来电真空器件工作者所关心的问题。近年来国内、外都有人在这方面作过一些工作。他们的方法大体是,将光电子初能量能谱量子化,即将能谱划分成 m 个单能区,直接积分能量密度函数,求出在每个单能区间隔中所对应的电子数目,在每个单能区中则以平均能量代替该能区的能谱,然后再加上对发射角分布的考虑进行计算^[1]。这种处理方法显然比传统的电子轨迹计算法为佳,而且只要 m 取得足够大,是可以达到较高精度的。但是,这种方法使用起来不够方便,同时把整个能谱化成单能区并以均值代替各子区的能谱,也会带来不必要的误差。

本文提出一种计算电子光学系统收集效率的蒙特卡洛—数值积分法,把传统的电子轨迹计算同蒙特卡洛法结合起来:用蒙特卡洛法模拟电子初始状态,用传统的数值积分法计算电子轨迹。这种方法可以方便而逼真地模拟电子从阴极发射直至被打拿极(或阳极)收集的全过程,给出计及光电子初始状态的、更精确的电子轨迹,进而容易地计算出

* 1980年1月3日收到。

不同几何形状和电气参数下的收集效率。文中以研制中的陶瓷通导式光电倍增管为例进行了实际计算。至于文献[1]所述方法可视为本文方法的一个特例—对光电子初能量进行近似抽样。

二、原理和方法

确定电子光学系统中电子的运动轨迹，一般是解运动方程或轨迹微分方程。在空间电位分布和电子初始状态确定之后，电子的运动轨迹就有唯一解(因而该电子是否被打拿极收集也就确定了)。一般认为电子自身产生的电场对空间电场的影响很小，可以略去不计。这样，当电子光学系统的几何形状和电气参数确定后，其空间电位分布也是唯一确定的。因而电子的运动轨迹就仅因其初始条件的不同而不同。对单个电子来说，从什么位置、以什么方向、带多大能量从阴极逸出完全是随机的，而对大量电子来说又遵从一定的统计规律。因此，可把一个电子被打拿极捕获与否，看作是一次独立的随机事件，对大量电子建立一个伯努里概型，用蒙特卡洛法来研究收集效率。对每个电子来说，其轨迹的计算本质上并没有什么不同，因而轨迹微分方程的数值积分在程序中可以一个“带参过程”的形式出现。

下面，讨论图 1(a) 所示轴对称电子光学系统的收集效率计算问题。忽略空间电荷效应，并假定光电阴极表面是均匀的。

(一) 确定电子初始状态

由于系统是轴对称的，计算可简化成二维进行。如图 1(b) 所示，在子午面内代替阴极面的是一条垂直于 z 轴的线段 OR ，而打拿极则为线段 GH 。许多光电子源源不断地从阴极逸出构成泊松电子流，这种电子流在均匀阴极表面上的发射位置是均匀分布的。因此，光电子自阴极发射的位置可用下述直接抽样法获得^[2,3]：

$$r = R \sqrt{U_1} \quad (1)$$

其中， R 为阴极半径， U_1 为 $(0, 1)$ 区间均匀分布的随机数，在电子计算机上进行计算时，采用乘同余法产生的伪随机数来代替^[4](下同)。

若采用舍选抽样，则为

$$r = R \cdot \max(U_1, U_2) \quad (2)$$

其中， U_1 和 U_2 均为 $(0, 1)$ 区间均匀分布的随机数。

泊松电子流自阴极发射方向的分布遵从朗伯定律(或称余弦定律)。因此，电子自阴极逸出时的发射角(发射方向与阴极面法线之间的夹角)可用下述直接抽样公式获得^[2,3]：

$$\theta = \sin^{-1}(2U_3 - 1) \quad (3)$$

其中， U_3 为 $(0, 1)$ 区间均匀分布的随机数。

若采用舍选抽样，则其方法是：产生两个 $(0, 1)$ 区间均匀分布的随机数 U_3, U_4 ，有

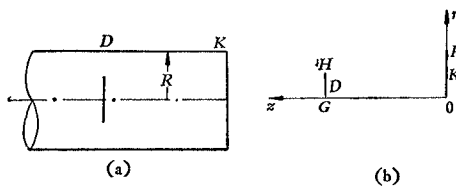
$$\cos \theta = \max(U_3, U_4) \quad (4)$$


图 1 轴对称电子光学系统(a)及其子午面(b)
Fig. 1 An axisymmetric electron optical system (a) and its meridian plane (b)

泊松电子流自阴极发射时携带的初能量遵从贝塔分布^[5], 一个光电子以 $(\xi, \xi + d\xi)$ 的归一化能量从阴极逸出的几率为

$$\beta_{m,n}(\xi)d\xi = \frac{(m+n+1)!}{m!n!} \xi^m(1-\xi)^n d\xi$$

在 $m = n = 1$ 时, 简化成常用的抛物线分布:

$$\beta(\xi)d\xi = 6\xi(1-\xi)d\xi \quad (5)$$

从(5)式导出了确定一个光电子归一化初能量的直接抽样公式(推导见附录):

$$\xi = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\alpha}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{\alpha}{3} \quad (6)$$

其中,

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{2\sqrt{U_5(1-U_5)}}{1-2U_5} \right)$$

而 U_5 为 $(0, 1)$ 区间均匀分布的随机数。

若采用值序抽样, 则其方法是^[6]: 产生三个 $(0, 1)$ 区间均匀分布的随机数, 把它们按数值的大小排列起来, $U'_5 \leq U'_6 \leq U'_7$, 则中间一个即为光电子归一化初能量

$$\xi = U'_6 \quad (7)$$

实际计算时, 需将归一化能量化为实际的能量。若光电子的最大初能量为 ε_{\max} , 则光电子初能量为

$$\varepsilon = \varepsilon_{\max} \cdot U'_6 \quad (8)$$

(二) 确定电子的运动轨迹

光电子的发射位置、发射角和初能量确定后, 其运动轨迹的计算就可以采用传统的积分轨迹微分方程(或运动方程)的方法来进行。这一计算包含两个方面: 电子在其中运动的空的空间的电位分布的计算和电子运动轨迹的计算。

忽略空间电荷效应时, 空间电位分布的计算就是求解子午面上如下的二维拉普拉斯偏微分方程:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} = 0 \quad (9)$$

用数值积分法求解上述方程, 通常是将待求电位的空间按一定大小划分成网格, 用相应网格节点的如下差分方程来代替拉氏方程(9)^[1]: 对一般节点,

$$\varphi_{i,j} = \frac{1}{4} \left[\left(1 + \frac{1}{2i}\right) \varphi_{i+1,j} + \left(1 - \frac{1}{2i}\right) \varphi_{i-1,j} + \varphi_{i,j-1} + \varphi_{i,j+1} \right] \quad (10)$$

对轴上点,

$$\varphi_{0,j} = \frac{1}{4} (2\varphi_{1,j} + \varphi_{0,j+1} + \varphi_{0,j-1}) \quad (11)$$

或

$$\varphi_{0,j} = \frac{1}{6} (4\varphi_{1,j} + \varphi_{0,j+1} + \varphi_{0,j-1})$$

其中, 脚标 i, j 分别表示网格节点的纵坐标和横坐标。

为了比较实验和计算结果,用电阻网模拟了真实的电位分布. 计算时,以粗测值为基础,用线性插值法将网格加密,以加密后的值作为零级近似代入方程(10)和(11)进行迭代. 网格边长为 0.25 mm. 自然,用电阻网模拟值作初值并非必须——在给定的边界条件下,以任意的初值进行迭代也可获得所需精度.

在子午面内电子的轨迹微分方程为:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{1 + r'^2}{\partial \phi_*} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} r' \right) = f(z, r, r') \quad (12)$$

其中, $r' = dr/dz$, $\varphi_* = \varphi(z, r) + \varepsilon$, 而 ε 为与电子初能量相对应的(等效)加速电压—初电位. 我们采用四阶龙格-库塔公式对方程(12)进行数值积分,以求得电子运动轨迹. 积分步长取 0.25 mm.

在方程(12)中,右边函数 $f(z, r, r')$ 包含了电位 φ 和 φ 对 r 和 z 的偏导数. 我们采用九点插值的泰勒公式来计算任意流动点上的这些值.

需说明的是,由于龙格-库塔公式是一组递推公式,在求 r_1 和 r'_1 时要用到 $z = 0$ 时的值. 而求 $\varphi(0, r_0, r'_0)$ 时,要碰到求 $z = 0$ 时 φ 的偏导数. 但是,此时上述求偏导数的九点插值的泰勒公式因所需的一些插值点已超出阴极面而无法使用. 拉格朗日外推公式可求出所需域外网点上的电位值,但精度不高. 由于近阴极区电位对电子轨迹影响很大,需精确计算,因此数值求解轨迹微分方程(12)的第一步必须另寻办法. 为此,采用下列公式^[4]:

$$r_1 = \frac{2z_* \sqrt{\varepsilon} \sin \theta}{\varphi(z_*, r_1)} [\sqrt{\varphi(z_*, r) + \varepsilon \cos^2 \theta} - \sqrt{\varepsilon} \cos \theta] \quad (13)$$

$$r'_1 = \frac{\sqrt{\varepsilon} \sin \theta}{\sqrt{\varphi(z_*, r_1) + \varepsilon \cos^2 \theta}} \quad (14)$$

其中, z_* 为第一个步长处处的 z 坐标, ε 为电子的初电位, θ 为光电子发射角. 在式(13)、(14)中,由于 r_1 和 r'_1 待求,所以 $\varphi(z_*, r_1)$ 是未知的. 我们作如下近似处理: 令

$$\varphi(z_*, r_0) = \varphi(z_*, r_1)$$

则,只要确定了电子的初始状态,一条轨迹就可以计算出来了.

(三) 计算收集效率

计算电子轨迹时,一直计算到打拿极: 若电子轨迹与 GH 相交(见图 1(b)), 则认为电子被打拿极收集,否则未被收集.

我们把按上述方法模拟跟踪一个电子的运动看成是一次独立试验. 跟踪 N 个电子,即重复 N 次独立试验,构成一个 N 重伯努里试验概型. 定义一个与电子运动过程有关的随机变量 ζ , 它只有两种可能的取值:

$$\zeta = \begin{cases} 1, & \text{电子被捕获;} \\ 0, & \text{否.} \end{cases}$$

其样本均值

$$\bar{\zeta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \zeta_i \quad (15)$$

当 N 充分大时近似地遵从正态分布, 因而 $\bar{\zeta}$ 的数学期望

$$E[\bar{\zeta}] = N\eta/N = \eta \quad (16)$$

就是我们所求的收集效率 η .

由于 $\sum_{i=1}^N \zeta_i$ 呈二项分布, 容易求得样本均值 $\bar{\zeta}$ 的均方差为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\eta(1-\eta)}{N}} \quad (17)$$

注意到随机变量 ζ 之和 $\sum_{i=1}^N \zeta_i$, 就是蒙特卡洛模拟中电子计算机记录的打拿极捕获的电子的数目 M , 于是(15)式可写成

$$\bar{\zeta} = M/N \quad (18)$$

因此, 可根据(18)式, 用在计算机上作统计试验的办法, 求得随机变量 ζ 的样本均值 M/N , 并用其来作为收集效率 η 的无偏估值. 其误差可估计如下: 无偏估值 M/N 与其真值 η 之差以 95.5% 的概率落在 $\pm 2\sigma$ 的范围内.

按上述方法, 一方面可方便地计算出不同几何形状、不同电气参数的电子光学系统的收集效率, 研究几何形状和电气参数对收集效率的影响; 另一方面, 可方便地计算出电子在不同初始条件下系统的收集效率, 研究电子初始状态对收集效率的影响, 判明可否忽略电子初速和发射角分布的条件, 指出在哪些情况下必须对它们加以考虑.

三、计算实例与实验

(一) 计算实例

我们以研制中的陶瓷通导式光电倍增管的电子光学系统为例进行了计算. 每次计算 1000 条电子轨迹来获得一个收集效率值, 费时约 90 分钟, 相应的均方差列在表 1 中. 由(17)式可知, 均方差与计算的电子轨迹条数的平方根成反比, 亦即与耗费的机器时间的平方根成反比. 计算是在 DJS-21 机上用 ALGOL-121 算法语言实现的.

表 1 给出的是二维简化模型. 从光电阴极发射的光电子, 若进入打拿极喇叭口, 则在陶瓷电子倍增器中连续倍增放大; 若打在旁边圆环电极上, 则对电子倍增无贡献. 该管工作状态为: 阴极电位为 0V, 打拿极电位为 250 V (电子倍增器两端电压为 3500—5000V).

几何形状和电子初始状态对光电子收集效率的影响的计算结果列于表 1. 从表 1 可以看出, 初样管的收集效率是很低的, 仅 19% 左右. 但将结构稍加改进, 收集效率即可提高到 94% 以上. 在打拿极电压为 250 V 的工作状态下, 电子初始状态对收集效率影响甚小: 电子最大初能量为 1eV 时, 考虑初能量分布(抛物线分布)和发射角分布(余弦分布)所得到的收集效率仅比不考虑时低 0.5—5%.

对改进 I 型, 打拿极电压和初始状态对收集效率的影响的计算结果列于表 2, 并绘于图 2. 显然, 打拿极电压愈高, 电子初始状态对收集效率的影响愈小. 当 $V_d \geq 350V$ 时, 其初始状态的影响就可忽略不计; 反之, 当打拿极电压降低时, 电子初始状态的影响就愈来愈明显; 当 $V_d = 50V$ 时, 收集效率仅 85%. 而不考虑电子发射角和初能量分布时, 收

集效率不随打拿极电压变化, 在 $V_d = 50V$ 时仍为 99%。二者相差 14%。因此, 打拿极电压较低时必须考虑电子发射角和初能量分布。

表 1 收集效率与系统几何形状和电子初态的关系

Tab. 1 The relation between the collection efficiency and the voltage of the dynode as well as the initial state of electrons

系统型式	初样管		改进 I 型		改进 II 型	
电子初能量 ε	0	抛物线分布*	0	抛物线分布*	0	抛物线分布*
电子发射角 θ	0	余弦分布	0	余弦分布	0	余弦分布
收集效率 $\eta(\%)$	19.2	19.1	99	96	99	94
均方差 σ	0.013	0.012	0.003	0.006	0.003	0.008

* $\varepsilon_{max} = 1 eV$.

表 2 改进 I 型收集效率与打拿极电压和电子初态的关系

Tab. 2 The relation between the collection efficiency and the voltage of the dynode as well as the initial state of electrons

电 子 初 态	打拿极 电压 V_d	350	250	100	50	33	25
	收集效率 $\eta(\%)$						
$\varepsilon = 0$ $\theta = 0$		99	99	99	99	99	99
ε 抛物线分布* θ 余弦分布		99	96	90	85	80	76

* $\varepsilon_{max} = 1 eV$.

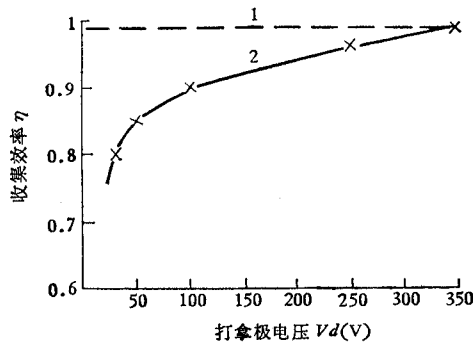


图 2 收集效率 η 与打拿极电压 V_d 的关系

1— $\varepsilon = 0, \theta = 0$; 2— ε 抛物线分布, θ 余弦分布

Fig. 2 The relation between the collection efficiency η and the voltage of the dynode V_d
1— $\varepsilon = 0, \theta = 0$; 2— ε follows the parabolic distribution and θ follows the cosine distribution

此外,我们记录了 22 个初始位置 $r_0 = 8 \text{ mm}$ 的电子,在考虑发射角分布和初能量分布时落入喇叭口的位置 r : 最高为 4.56 mm, 最低为 3.22 mm, 最大径向离散距离达 1.34 mm. 由此可知,即使是在改进 I 型管子中,由于电子初能量和发射角分布的影响,象差还是很严重的.

由于电子初能量抛物线分布的直接抽样公式是首次使用,我们用直接抽样和舍选抽样两种方法进行了比较计算. 结果表明,两种抽样方法的效果是一样的.

(二) 实验

图 3—图 5 绘出了计算得到的场分布和典型电子轨迹. 图 4 还绘出了根据电阻网实验用作图法得到的电子轨迹,以资比较. 由于收集效率的测定十分困难,国内外均未解决,无法进行实验验证,只好用电阻网实验粗略地校验计算结果. 又由于实验中考虑电子的初能量是极其困难的,故仅以 $\varepsilon = 0$ 为例对比计算和实验结果. 实验结果如轨迹 1 和 2; “×”和“·”则表示计算结果. 可以看出,两者是基本吻合的.

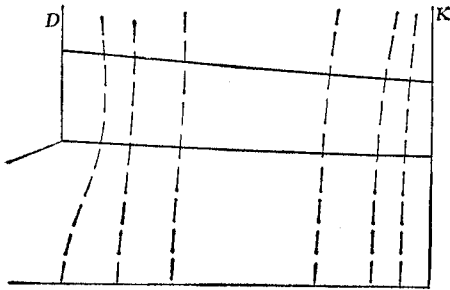


图 3 初样管的场分布(虚线)和典型电子轨迹(实线)的计算结果

Fig. 3 Calculated results of field distributions (dash line) and typical electron trajectories (real line) of an initial sample tube

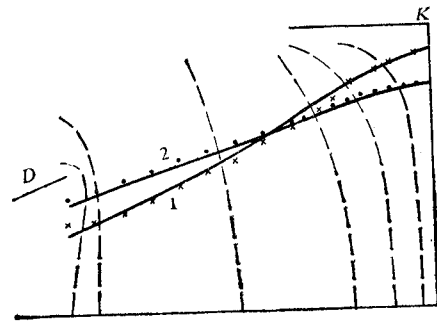


图 4 改进 I 型的场分布(虚线)和典型电子轨迹(×, ● 为计算值,实线为实验值)

Fig. 4 Field distributions (dash line) and typical electron trajectories (× and ● represent calculated values, real line represents experimental values) of an improved sample tube No. 1

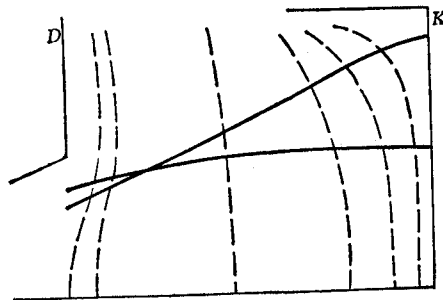


图 5 改进 II 型的场分布(虚线)和典型电子轨迹(实线)的计算结果

Fig. 5 Field distributions (dash line) and typical electron trajectories (real line) of an improved sample tube No. 2

四、讨 论

1. 当光电子初能量分布为 $m, n > 1$ 的贝塔分布时, 可用下述值序抽样方法抽样^[6]: 产生 $m + n + 1$ 个 $(0, 1)$ 区间均匀分布的随机数, 按数值大小排列起来:

$$U'_0 \leq U'_1 \leq U'_2 \cdots \leq U'_m \cdots \leq U'_{m+n}$$

则归一化的光电子初能量为

$$\xi = U'_m$$

2. 当发射的电子不是光电子, 而是热电子、二次电子等其他电子时, 初能量分布将有别于光电子. 如纯金属热发射电子初能量遵从麦克斯韦分布, 金属和元素半导体的二次电子近似地遵从麦克斯韦分布. 因此, 须将抽样公式作相应变化.

3. 为了把电子运动看成是相互独立的, 忽略了空间电荷效应. 这就使得本方法仅适用于低密度电子流. 对高密度电子流, 电子之间不能看成是彼此独立的. 在气体放电的蒙特卡洛模拟中已有一些方法可以处理空间电荷效应^[7,8], 因此, 扩展本方法, 使之能应用于高密度电子流是可能的.

4. 本方法推广到非轴对称系统原则上没有困难. 只要能计算从阴极任意位置、以任意角度、携带任意初能量发射的电子的空间运动轨迹, 本方法就可以使用.

5. 计算中, 我们认为电子一旦落到打拿极上就被吸收. 实际上, 电子在打拿极表面上会引起一系列的二次效应. 当我们要研究或在计算中计及某些后续物理过程时, 可借助于表面物理的蒙特卡洛模拟.

6. 本方法对于研究电子光学成像系统的象差和色差可能是非常合适的.

附录 光电子归一化初能量的直接抽样

由正文(5)式可知, 光电子归一化初能量分布密度函数为

$$f(x) = 6x(1-x) \quad (\text{A.1})$$

其分布函数为

$$F(x) = \int_0^x 6\xi(1-\xi)d\xi = 3x^2 - 2x^3 \quad (\text{A.2})$$

设 U 为 $(0, 1)$ 区间均匀分布的随机数, 根据直接抽样公式

$$F(x) = U$$

得三次方程

$$2x^3 - 3x^2 + U = 0 \quad (\text{A.3})$$

令

$$x = y + \frac{1}{2} \quad (\text{A.4})$$

则方程化为标准型

$$y^3 - \frac{3}{4}y + \frac{2U+1}{4} = 0 \quad (\text{A.5})$$

解此三次方程, 得根

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \frac{1}{2} \sqrt[3]{1-2U + \sqrt{4U(U-1)}} + \frac{1}{2} \sqrt[3]{1-2U - \sqrt{4U(U-1)}} \\ y_2 &= \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt[3]{1-2U + \sqrt{4U(U-1)}} + \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt[3]{1-2U - \sqrt{4U(U-1)}} \end{aligned} \right\} (\text{A.6})$$

$$y_3 = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt[3]{1 - 2U + \sqrt{4U(U-1)}} + \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt[3]{1 - 2U - \sqrt{4U(U-1)}} \Bigg\}$$

注意到 $U-1 \leq 1$, 将根表为虚数

$$y_1 = \frac{1}{2} \sqrt[3]{1 - 2U + \sqrt{4U(1-U)}} i + \frac{1}{2} \sqrt[3]{1 - 2U - \sqrt{4U(1-U)}} i$$

$$y_2 = \frac{-1 + \sqrt{3} i}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt[3]{1 - 2U + \sqrt{4U(1-U)}} i + \frac{-1 - \sqrt{3} i}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt[3]{1 - 2U - \sqrt{4U(1-U)}} i \Bigg\} \quad (\text{A.7})$$

$$y_3 = \frac{-1 - \sqrt{3} i}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt[3]{1 - 2U + \sqrt{4U(1-U)}} i + \frac{-1 + \sqrt{3} i}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt[3]{1 - 2U - \sqrt{4U(1-U)}} i \Bigg\}$$

将上式中复数的三次根的代数式表为三角函数式, 角度在 $[0, 2\pi]$ 间取值, 并注意

$$\rho = \sqrt{(1-2U)^2 + 4U(1-U)} = 1$$

$$\alpha = \text{tg}^{-1} \frac{2\sqrt{U(1-U)}}{1-2U} \quad (\text{A.8})$$

按复数运算规则, 得

$$\sqrt[3]{1-2U + \sqrt{4U(1-U)}} i = \sqrt[3]{\rho(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[3]{\rho} \left(\cos \frac{\alpha}{3} + i \sin \frac{\alpha}{3} \right)$$

$$= \cos \frac{\alpha}{3} + i \sin \frac{\alpha}{3}$$

同理可得

$$\sqrt[3]{1-2U - \sqrt{4U(1-U)}} i = \cos \frac{\alpha}{3} - i \sin \frac{\alpha}{3}$$

代入 (A.7) 式, 化简后得

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \cos \frac{\alpha}{3} \\ y_2 &= -\frac{1}{2} \left(\cos \frac{\alpha}{3} + \sqrt{3} \sin \frac{\alpha}{3} \right) \\ y_3 &= -\frac{1}{2} \left(\cos \frac{\alpha}{3} - \sqrt{3} \sin \frac{\alpha}{3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.9})$$

再代入 (A.4) 式, 得

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{2} + \cos \frac{\alpha}{3} \\ x_2 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\alpha}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{\alpha}{3} \\ x_3 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\alpha}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{\alpha}{3} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.10})$$

上述三个根均为 (A.3) 式之解, 但随机数 U 在 $(0, 1)$ 区间取值时, 仅 x_3 亦在 $(0, 1)$ 区间取值, 恰好为归一化初能量 ξ 的取值区域. 故, 光电子归一化初能量的直接抽样公式为

$$\xi = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\alpha}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{\alpha}{3} \quad (\text{A.11})$$

其中, α 由 (A.8) 式定义.

参 考 文 献

- [1] 204 研究所, 北京工业学院, 211 研究所, 变象管及像增强器电子光学系统的数值计算与设计 (内部报告), 1975 年.
- [2] A. M. Thomas, J. V. S. T., **5** (1968), 187.
- [3] A. C. Рошаль, 中国科技情报研究所馆藏资料 2030585.
- [4] 徐廷伟, 徐立, 真空技术, **6**(1977), 50.
- [5] K. F. Hartley, J. Phys. D, Appl. Phys., **7** (1974), 1612.
- [6] 裴鹿成, 张孝泽, 蒙特卡洛方法及其在粒子输运问题中的应用, 科学出版社, 1980 年出版.
- [7] P. K. Tien, et al., J. Appl. Phys., **27** (1956), 1067.
- [8] A. A. Barker, Annual J. Phys., **19** (1965), 119.

**A NEW METHOD—MONTE CARLO—NUMERICAL INTEGRATION
METHOD FOR COMPUTING COLLECTION-EFFICIENCY
OF AN ELECTRON OPTICAL SYSTEM**

He Chi-chao, Xu Ting-wei

(Radio Electronics Department, Sichuan University)

A new method that combines Monte-Carlo method with the numerical integration method used for computing electron trajectories in vacuum to calculate the electron collection efficiency of the anode (or dynode) of an electron optical system is presented. This method can simulate the whole process of electron motion in a system. Taking the microchannel plate photomultiplier as an example, the collection efficiency is calculated, the influences of the distributions of electron emitting angles and energies are studied, and the limitation and extension of this method are discussed.