

一种基于 ML 准则的适用于频率选择性多径衰落的多用户检测算法¹

王 勇 仲 文 陈 明 程时昕 尤肖虎

(东南大学无线电系国家移动通信实验室 南京 210096)

摘 要 本文采用 ML 准则得出了适于频率选择性衰落的线性解相关算法。仿真表明本方法性能优于 Zvonar 提出的先解相关再最大比值合并的算法;且该方法由于采用等价扩频序列实现,硬件耗费也较少。

关键词 多用户检测,解相关,频率选择性衰落信道

中图分类号 TN929.5

1 引 言

众所周知,CDMA 存在严重的多用户干扰,这种干扰来源于两方面:扩频码之间的不完全正交性,应用了传统检测器来接收多用户信号。很多方法已被提出用来处理高斯白噪声信道和平坦衰落信道^[1,2]。针对多径衰落信道,主要的做法是 Zvonar 等提出的方法^[3]。该方法将用户的每一个多径都视为一个新的用户,在利用线性解相关对所有等效用户解调后,再采用多径合并技术,从而可以使用传统平坦衰落的技术,但该方法会带来用户及设备复杂度的增加。本文基于 ML 准则提出了一种低复杂度的多径解相关接收机。该方法在解相关之前先进行分集合并,从而设备复杂度降低,且性能是解相关线性接收机中最优的。

2 系统模型

首先我们给出一般多径信道下的模型,该模型稍作简化就可得到异步单径模型。设有 K 个用户,每个用户有 L 径,考虑用户 k 经过的多径信道模型为

$$h(t) = \sum_{l=1}^L C_{kl}(t)\delta(t - \tau_{kl}) \exp(j\phi_{kl}). \quad (1)$$

这里 C_{kl} 为用户 k 第 l 径的振幅, τ_{kl} 为用户 k 第 l 径的延时, ϕ_{kl} 为用户 k 第 l 径的相移。接收到的基带信号为

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=-M}^M \sum_{l=1}^L A_k(m)B_k(m)C_{kl}S_k(t - mT_s - T_k - \tau_{kl}) \exp(j\psi_{kl}) + n(t). \quad (2)$$

这里采用 $(2M+1)$ 长度的帧; $A_k(m)$ 为用户 k 的第 m 个码片的信号幅度; $B_k(m)$ 为用户 k 的未调制码片流的第 m 个比特; T_k 为用户 k 的发射时刻,并设 $T_1 = 0$; $S_k(t)$ 为用户 k 的扩频波形,支撑 $[0, T_s]$, T_s 为一个码片时间,不失一般性,设 $\max_{k,l}(|T_k + \tau_{kl}|) < T_s/2$, 这样每个用户的一个码片最多只与其它用户的三个码片发生干扰; $\psi_{kl} = 2\pi f(mT_s + T_k + \tau_{kl}) + \phi_{kl}$;

¹ 1998-12-02 收到, 1999-09-24 定稿

n 为复零均值高斯白噪声, 方差为 σ^2 。为简便起见, 我们先假设接收机对每一径按一个新用户来进行匹配滤波解调, 则对用户 k 第 l 径的第 i 个码片, 有判决变量:

$$y_{kl}(i) = \langle r(t), s_k(t - iT_s - T_k - \tau_{kl}) \rangle. \quad (3)$$

2.1 异步模型

这里我们引入文献 [1] 中所述模型。模型分两种: 有限帧长的和无限帧长的。假设每个用户只有一径, 即 $\tau_{kl} = 0$ 。设

$$R_{kj}(l) = \int_{-\infty}^{\infty} S_k(t - T_K) S_j(t + lT_s - T_j) dt = \langle S_k(t - T_k), S_j(t + lT_s - T_j) \rangle, \quad (4)$$

有

$$\left. \begin{aligned} R(l) &= 0, & \forall |l| > 1; \\ R(-l) &= R^T(l). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

有限帧长时, 匹配滤波器在 $l = -M, \dots, M$ 时的输出矩阵形式为

$$y(l) = R(-1)W(l+1)b(l+1) + R(0)W(l)b(l) + R(1)W(l-1)b(l-1) + n(l). \quad (6)$$

定义

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} R(0) & R(-1) & 0 & \dots & 0 \\ R(1) & R(0) & R(-1) & \dots & 0 \\ 0 & R(1) & R(0) & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & R(1) & R(0) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$W = \text{diag}([A_1(-M), \dots, A_k(-M), \dots, A_1(M), \dots, A_k(M)]), \quad (8)$$

有

$$Y = \mathcal{R}Wb + \mathcal{N}. \quad (9)$$

在同步模型中, 一个码片时间 T_s 区间就够了, (9) 式可大大简化。

无限帧长时, 对 (6) 式取 Z 变换有

$$Y(z) = P(z)[WB](z) + N(z), \quad (10)$$

其中 $[WB](z)$ 是序列 $wb = [A_1(i)b_1(i), \dots, A_K(i)b_K(i)]$ 的 Z 变换。 $P(z) = R(-1)z + R(0) + R(1)z^{-1}$, $Y(z)$, $B(z)$, $N(z)$ 分别是匹配滤波器输出序列, 发射序列和匹配滤波器的输出噪声序列的 Z 变换。 $P(z)$ 可视为等价系统传输函数。解相关接收机 $G(z) = [P(z)]^{-1}$ 。

2.2 多径模型

这里引述的是文献 [3] 中内容。当将每个多径看作新用户时, 解相关接收机:

$$\tilde{G}(z) = [\tilde{R}(-1)z + \tilde{R}(0) + \tilde{R}(1)z^{-1}]^{-1}. \quad (11)$$

判决变量为

$$\tilde{Y}(z) = \tilde{G}(z)Y(z), \quad (12)$$

这里

$$\tilde{R}(l) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(t)\tilde{S}(t + lT_s)dt, \quad (13)$$

$$\tilde{S}(t) = [s_1(t - T_1) \cdots s_1(t - \tau_{1L} - T_1) \cdots s_K(t - T_K) \cdots s_K(t - \tau_{KL} - T_K)]^T. \quad (14)$$

且此时, 解相关接收机输出噪声的相关阵序列的 Z 变换为

$$\sigma^2 \tilde{G}(z) = \sigma^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{D}(m) z^{-m}. \quad (15)$$

对第 k 个用户的判决变量为

$$y_k(l) = C_k^H ([D(0)]_k)^{-1} [\tilde{Y}(z)]_{kl}. \quad (16)$$

这里 C_k 是用户 k 的多径衰落矢量 (包含相移), $[\tilde{Y}(z)]_{kl}$ 是与用户 k 的第 l 个比特相关的各径接收信号, $[D(0)]_k$ 为 $D(0)$ 的第 k 个 $L \times L$ 对角线块.

2.3 本文所用多径模型

为了能利用 ML 准则, 从 (2) 式的 Z 变换矩阵表示开始. 先假定某一用户某一径的第零个码片时刻为起始时刻, 并按图 1 所示方法对各用户的码片进行编号, 即每个用户的 0 号码片的起始时刻必须小于绝对时刻 $T_s/2$. 在这种情况下, 可以将用户的扩频序列写成 Z 变换的形式. 落在参考用户的 0 码片时间内的 -1 号码片的扩频码乘 z^{-1} , 落在参考用户的 0 码片时间内的 1 号码片的扩频码乘 z , 然后依切普 (chip) 出现的真实时刻对参考用户的 0 码片切普对齐构成扩频码矩阵 $\tilde{S}(z)$. (不失一般性, 这里假定所有多径和用户彼此之间的时差为 T_c 的整数倍, 且积分可用矢量内积来代替. 对一般非整数 T_c 时差和积分, 可用过采样来作类似推导然后取极限而不影响最终结论.) 由此, 接收信号的 Z 变换形式为

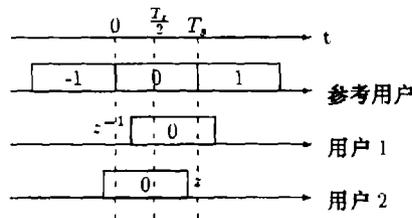


图 1 $\tilde{S}(z)$ 的构造

$$r(z) = \tilde{S}(z) C W b(z) + n(z), \quad (17)$$

且

$$\tilde{S}^H(z) \tilde{S}(z) = \tilde{R}(z) = \tilde{R}(-1)z + \tilde{R}(0) + \tilde{R}(1)z^{-1}, \quad (18)$$

这里 $A^H(z) = A^T(z^{-1})$, $n(z)$ 是接收到的高斯白噪声. 将第 l 个参考用户码片时刻中每个切普上的接收信号列成一矢量 $r(l)$, 有矩阵表示式:

$$r(l) = \tilde{S}(1) C W b(l+1) + \tilde{S}(0) C W b(l) + \tilde{S}(-1) C W b(l-1) + n(l), \quad (19)$$

这里 $\tilde{S}(k)$ 表示第 $l+k$ 个码片对第 l 个参考码片时刻的影响.

3 基于 ML 准则的线性最佳解相关接收机

显然在已知发送比特流 b 时, $r(l)$ 是一个高斯随机变量. ML 准则即是要求下式的极值点 (其中 b 为自变量)

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \ln \Pr(r(-M:M)|b). \quad (20)$$

将高斯分布函数代入, 令 $N_l = r(l) - \tilde{S}(1)CWb(l+1) - \tilde{S}(0)CWb(l) - \tilde{S}(-1)CWb(l-1)$, (20) 式可简化为下式的极值:

$$F_0 = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \sum_{l=-M}^M N_l^H N_l, \quad (21)$$

而通过作多项式展开, 有

$$\begin{aligned} & \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} (r(z) - \tilde{S}(z)CWb(z))^H (r(z) - \tilde{S}(z)CWb(z)) \\ &= \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \sum_{m=-2M}^{2M} q(m)z^{-m}, \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} q(0)$ 即是 F_0 . 求 (22) 式的逆 Z 变换, 可知所求的 ML 检测即是下述一个优化问题:

$$\min_{b(z)} v = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (r(z) - \tilde{S}(z)CWb(z))^H (r(z) - \tilde{S}(z)CWb(z))|_{z=e^{j\omega}} d\omega. \quad (23)$$

这是一个变分问题. 为简便起见, 先固定 M , 得出最佳接收机, 再令 $M \rightarrow \infty$ 取极限, 得到我们所要的优化值. 我们将 $Wb(z)$ 联合视作待优化变量, 将组合优化视作连续函数空间优化问题. 记 $F_b = (r(z) - \tilde{S}(z)CWb(z))^H (r(z) - \tilde{S}(z)CWb(z))$. 变分法有结论: 当 $Wb(z)$ 满足 $\frac{dF_b}{d(Wb(z))} = 0$ 时得到极值点. 故在 $C^H \tilde{S}^H(z) \tilde{S}(z) C$ 可逆时, 有

$$Wb(z) = (C^H \tilde{S}^H(z) \tilde{S}(z) C)^{-1} C^H \tilde{S}^H(z) r(z) = (C^H \tilde{R}(z) C)^{-1} C^H \tilde{S}^H(z) r(z). \quad (24)$$

因该式与 M 无直接联系, 故对 M 取极限时结论不变. 观察该式, 可见该算法可视为用户采用了 $\tilde{S}(z)C$ 为其等效扩频码的异步情况下的结果. 这给实现上带来了很大的便利, 从而减轻了实现复杂度.

判决变量为

$$Wb(z) = W\hat{b}(z) + (C^H \tilde{R}(z) C)^{-1} C^H \tilde{S}^H(z) n(z), \quad (25)$$

式中 $\hat{b}(z)$ 为所发送码片. 用户 k 的误码率要对 c_k 的概率分布取平均, 即

$$P_k = E_{c_k} \left\{ Q \left(\frac{A_k}{\sigma \sqrt{D_{kk}(0)}} \right) \right\}, \quad (26)$$

式中

$$D_{kk}(0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left((C^H \tilde{R}(\exp(j\omega)) C)^{-1} \right)_{kk} d\omega, \quad (27)$$

这里脚标 kk 表示矩阵的第 k 行第 k 列元素。由文献 [4] 知, 在传送数据符号等概的情况下, 最大似然检测就是最小差错概率检测。本文提出的算法虽基于 ML 准则, 但是在连续空间中寻优, 而不是在组合空间中寻优, 故性能达不到 ML 级别, 但优化函数仍保证了该检测器误码率性能在解相关线性检测器中是最优的。

4 性能仿真

为了衡量本文提出的算法的性能, 特与文献 [3] 中提出的算法作一比较。仿真中分别采用了两径和四径的 Rayleigh 慢衰落信道。信道衰落参数选自典型的指数衰落多径分布 [5], 并设多径分布可精确估计。设扩频增益为 N , 一个码片内采样点数为 M 。实验中 $N = M$ 。设用户 1 是目标用户, 其余用户为干扰。因为与文献 [3] 中的方法就原理比较, 本文的方法在多用户检测前先作 Rake 多径合并, 而文献 [3] 中的方法则先作多用户检测然后作 Rake 多径合并, 所以在所有仿真结果比较图中, CRake 表示传统 Rake 接收机, PostRake 表示文献 [3] 法, PreRake 表示本文方法, (\cdot) 里的数表示多径数目。

仿真 1 设采用周期为 $N = 31$ 的 Gold 码序列。当用户数为 15 时的 SNR 和误码率的关系如图 2 所示。当 SNR=15dB 时, 用户数和误码率的关系如图 3 所示。从图中可见, 本文方法在系统负载相当大的情况下, 性能远好过 PostRake^[3] 法。尤其是 $KL \rightarrow M$ 时。当 $KL > M$ 时, PostRake 法的相关阵奇异, 没有逆阵, 误码率接近 1/2。而本文方法无此现象。

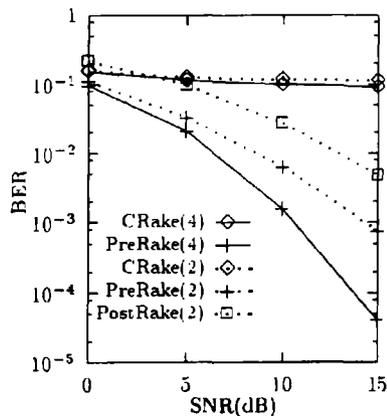


图 2 当用户数为 15, 扩频增益为 31 时各方法的误码率比较

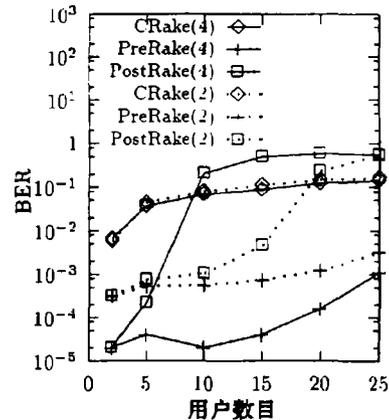


图 3 当信噪比为 15dB, 扩频增益为 31 时各方法的误码率比较

仿真 2 设采用周期为 127 的 Gold 码序列。仿真结果分别如图 4, 图 5 所示。可见本文方法仍好过 PostRake 法。且多径数目越多, 效果越明显。

可见本文提出的方法性能优于文献 [3] 中的算法。原因有二:

(1) PostRake 法所适用的范围本文算法皆适用。这可由下述定理保证。

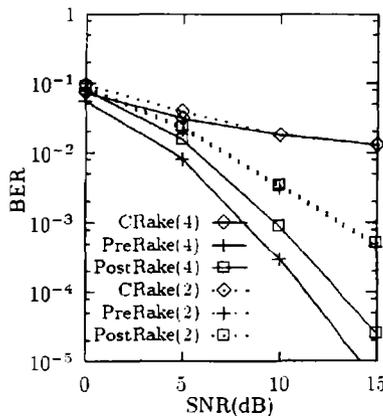


图 4 当用户数为 15, 扩频增益为 127 时各方法的误码率比较

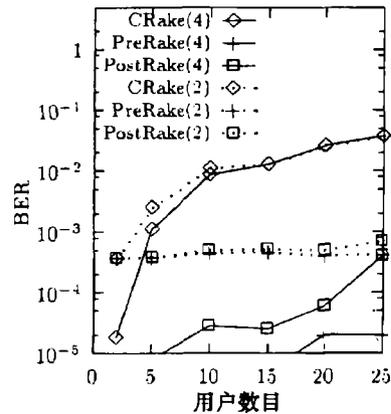


图 5 当信噪比为 15dB, 扩频增益为 127 时各方法的误码率比较

定理 A 是 $P \times P$ 可逆正定阵, B 是 $Q \times P$ 阵 ($Q \leq P$), 当 $\text{rank}(B) = Q$ 时, BAB^H 可逆正定 [6].

而本文方法适用的, PostRake 法未必适用。由于具体实现中都是对离散信号作处理, 本文方法的优点在仿真中已有所体现。

(2) 用户的各个多径之间也有远近效应, 在实现 PostRake 法的相关阵的逆阵时, 能量小的径容易判错, 从而带来性能下降。而本文方法将各径能量集中在一起作判决, 从而降低了远近效应的影响, 性能提高。

5 结 论

本文提出的基于 ML 准则的解相关算法性能好过 Zvonar^[3] 的方法, 且实现上复杂度也降低了。不过该算法需先作多径估计。鉴于在多用户情况下, 较精确的多径估计一般是在多用户干扰大致抵销后进行的, 利用导频信号辅助和各个多径信道系数在时间上的相关性, 可进行较精确的信道估计。且能量大的多径分量信道估计精确度高, 能量小的多径分量信道估计精确度低; 能量小的多径分量即使信道估计完全失误, 也可以视作噪声, 不参加多径合并, 不会太影响性能。因而本文算法是一种可行的算法。

参 考 文 献

- [1] Lupas R, Verdu S. Near-far resistance of multi-user detectors in asynchronous channels, IEEE Trans. on Commun., 1990, COM-38(4), 496-508.
- [2] Lupas R, Verdu S. Linear multiuser detectors for asynchronous code-division multiple-access channels, IEEE Trans. on Inform. Theory, 1989, IT-35(1), 123-136.
- [3] Zvonar Z, Brady D. Linear multipath-decorrelating receivers for CDMA frequency-selective fading channels, IEEE Trans. on Comm., 1996, COM-44(6), 650-653.
- [4] 李道本编著. 信号的统计检测与估计理论. 北京: 北京邮电大学出版社, 1996, 第三章, 第 3-2 节.
- [5] Proakis J. Digital Communications, 3rd Edition, New York: McGraw-Hill, 1995, Chap.14-1-1.
- [6] 方开泰编著. 实用多元统计分析. 上海: 华东师范大学出版社, 1989, 第一章, 第 1.4 节.

A MULTIUSER DETECTOR DERIVED FROM ML CRITERIA FOR CDMA FREQUENCY SELECTIVE FADING CHANNEL

Wang Yong Zhong Wen Chen Ming Cheng Shixin You Xiaohu

(*National Communication Research Lab., Southeast University, Nanjing 210096*)

Abstract In this paper, a decorrelator for multiuser detection derived from ML criteria in CDMA system is proposed for frequency selective fading channels. Simulations prove the better performance of this method than the method proposed by Zvonar in which the paths of the same user are combined after decorrelating. This method utilizes equivalent spreading codes for decorrelating, thus the hardware complexity is reduced.

Key words Multiuser detection, Decorrelator, Frequency selective fading

- 王 勇: 男, 1972 年生, 博士生, 目前研究方向为未来个人通信网中的关键技术研究, 神经网络在通信中的应用, CDMA 系统中的多用户检测技术.
- 仲 文: 女, 1968 年生, 博士生, 目前研究方向为智能信号处理与通信, 神经网络在通信中的应用, CDMA 系统中的多用户检测技术.
- 陈 明: 副教授, 男, 1968 年生, 博士, 目前研究方向为智能信号处理与通信, 自适应天线阵在未来个人通信系统中的应用, CDMA 系统中的多用户检测技术, 随机信号处理理论与技术.
- 程时昕: 男, 1936 年生, 教授, 博士生导师, 现为移动通信国家重点实验室主任, 曾在国内外学术刊物上发表论文 100 余篇, 在国内外均有较高的影响.
- 尤肖虎: 男, 1962 年生, 博士, 教授, 作为课题主要负责人承担了多项国家自然科学基金、国家八五攻关、国家 863 通信高技术研究等方面的课题, 在 IEEE Transaction 上发表论文十余篇.