# 多小波分形调制理论及其性能分析

阎晓红 张太镒 陈 希 武林俊 (西安交通大学电子与信息工程学院 西安 710049)

**摘 要** 该文提出正交多小波分形调制理论,计算了理论功率谱密度和二进数据下的误码率。多小波分形调制在 各尺度能够提供更多的子频带,为更多用户服务,具有更高的频带利用率。仿真了其在加性高斯信道、Rayleigh 信道和多径信道下的误码率,并利用多小波周期自相关函数分析了系统抗多径干扰能力,更进一步,根据多小波 周期自相关函数的过零点数对多小波函数进行正交时移重叠,提高了系统数据速率。 关键词 分形调制,多小波,频带利用率,周期自相关函数

中图分类号: TN911.3 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2006)02-0262-05

# **Fractal Modulation with Multiwavelets and Its Performance**

Yan Xiao-hong Zhang Tai-yi Chen Xi Wu Lin-jun

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract** Fractal modulation based on multiwavelet is proposed and its power density spectrum is calculated and also its bit error ratio under binary data is calculated. Multiwavelet fractal modulation provides more sub-bands and holds more users at each scale and has much higher band efficiency than that with single wavelet. The bit error rate under additive white Gaussian noise channel, Rayleigh channel and multi-path channel is simulated. The system's anti-multi-path fading ability is analyzed by the periodic auto-correlation function of multiwavelets and wavelets. According to the number of the zero point of the periodic auto-correlation function, the capacity can be improved by orthogonal shift and overlapping in time domain.

Key words Fractal modulation, Multiwavelets, Band efficiency, Periodic auto-correlation function

# 1 引言

Wornell 和 Oppenheim<sup>[1,2]</sup>利用二进自相似信号的特点, 在分形信号单小波模型的基础上提出了分形调制, 文献[3] 进一步系统讨论了单小波分形调制解调系统。我们曾经提出 了分形信号的多小波模型<sup>[4,5]</sup>,在此基础上,本文进一步提出 多小波分形调制理论。

单小波分形调制由有限几个尺度信号构成近似分形信 号,但各尺度只能提供一个频带,为一路用户服务。多小波 分形调制同样由有限几个尺度构成近似分形信号,但更接近 分形信号,解调时能更好地实现谱匹配,且多小波在各尺度 具有r个正交基,将该尺度频带划为r个正交子频带,供r路 用户服务。多小波的正交性、短支撑、对称性、高逼近阶使 得用户数增加的同时,有可能不增加系统带宽。仿真表明, 若合理选用多小波,甚至有可能进一步降低系统带宽。另外, 多小波周期自相关函数较单小波周期自相关函数过零点数 增多,抗多径干扰能力增强,更进一步,若根据周期自相关 函数过零点数对多小波进行正交时移重叠,可进一步提高系 统码率。

- 2 多小波分形调制
- 2.1 多小波分形信号模型

若 $\psi(t) = [\psi_1(t), \dots, \psi_r(t)]^T$ 是r重正交多小波,则{ $\psi_{m,n}(t)$ =  $2^{m/2}\psi(2^mt - n)$ } 是  $L^2(R)$ 的一组规范正交基,

 $f(t) \in L^2(R)$ 可表示为

$$f(t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \mathbf{x}_{m,n}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\psi}_{m,n}(t)$$
(1)

其中  $\mathbf{x}_{m,n} = [\mathbf{x}_{1,m,n}, \dots, \mathbf{x}_{r,m,n}]^{T} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi}_{m,n}(t) dt = 2^{\frac{m}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)$ · $\overline{\psi}(2^{m}t-k) dt$ 。表明一个模拟信号 f(t)和一个二元矢量序列  $\{\mathbf{x}_{m,n}\}_{m,n\in\mathbb{Z}} \in l^{2}(\mathbb{Z}^{2})$ 存在一一对应关系,可以用二元矢量序 列 $\{\mathbf{x}_{m,n}\}_{m,n\in\mathbb{Z}} \in l^{2}(\mathbb{Z}^{2})$ 重建随机过程 f(t)。文献[4]证明了当  $\mathbf{x}_{j,k} = [\mathbf{x}_{1,j,k}, \mathbf{x}_{2,j,k}, \dots, \mathbf{x}_{r,j,k}]^{T}$ 为一簇互不相关的零均值的白噪 声矢量时,即可用式(1)完全模拟分形信号。若取尺度 *m* 有限,

<sup>2005-03-08</sup> 收到, 2005-08-23 改回

如 $m \in [-M_U, M_U]$ ,则可用

$$f_{M}(t) = \sum_{m=-M_{U}}^{M_{U}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{x}_{m,n}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\psi}_{m,n}(t)$$
$$= \sum_{m=-M_{U}}^{M_{U}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^{r} x_{i,m,n} \boldsymbol{\psi}_{i,m,n}(t)$$
(2)

作为 f(t) 的近似来表示分形信号。

2.2 多小波分形调制

对给定的正交多小波基 $\psi(t) = [\psi_1(t), \dots, \psi_r(t)]^T$ ,满足  $\psi_{m,n}(t) = 2^{-m/2}\psi(2^{-m}t - n)$ ,这里m和n分别指尺度和时移。 有

$$x(t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \mathbf{x}_{m,n}^{\mathrm{T}} \psi_{m,n}(t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \sum_{i=1}^{r} x_{i,m,n} \psi_{i,m,n}(t)$$
(3)

$$\boldsymbol{x}_{m,n} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\boldsymbol{\psi}_{m,n}(t)} \, \mathrm{d}t \,, \quad m,n \in \mathbb{Z}$$
(4)

由于分形信号 x(t) 满足  $x(t) = 2^{-kH} x(2^k t)$ , 因此  $\mathbf{x}_{m,n} = \beta^{-m/2} \mathbf{x}_{0,n}$ , 这里 $\beta = 2^{2H+1} = 2^r$ 。若用r个用户的发送数据向量  $q[n] = \{q_1[n], q_2[n], \dots, q_r[n]\}^T$ 代替  $\mathbf{x}_{0,n} = [x_{1,0,n}, x_{2,0,n}, \dots, x_{r,0,n}]^T$ ,这样

$$x(t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \beta^{-m/2} \boldsymbol{q}_{m,n}^{\mathsf{T}}[n] \boldsymbol{\psi}_{m,n}(t)$$
$$= \sum_{m \in \mathbb{Z}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \sum_{i=1}^{r} \beta^{-m/2} q_{i,m,n}[n] \boldsymbol{\psi}_{i,m,n}(t)$$
(5)

若令 $\boldsymbol{\theta}_{n}^{\mathrm{H}} = [\boldsymbol{\theta}_{1,n}^{\mathrm{H}}, \boldsymbol{\theta}_{2,n}^{\mathrm{H}}, \cdots, \boldsymbol{\theta}_{r,n}^{\mathrm{H}}]^{\mathrm{T}} = \sum_{m} \beta^{-m/2} \boldsymbol{\psi}_{m,n}$ , 则

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{n} \boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}[n]\boldsymbol{\theta}_{n}^{\mathrm{H}}(t) = \sum_{n} \sum_{i=1}^{r} q_{i}[n]\boldsymbol{\theta}_{i,n}^{\mathrm{H}}(t)$$
(6)

$$\boldsymbol{q}[n] = [q_1[n], q_2[n], \cdots, q_r[n]]^{\mathrm{T}} = \left\langle x, \boldsymbol{\theta}_n^{\mathrm{H}} \right\rangle_{\boldsymbol{\psi}}$$
(7)

在尺度 m 的频带内,产生的用于发送的信号为

$$s_m(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta^{-m/2} \boldsymbol{q}_{m,n}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\psi}_{m,n}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{r} \beta^{-m/2} \boldsymbol{q}_{i,m,n} \boldsymbol{\psi}_{i,m,n}(t)$$
(8)

这里 { $q_{i,m,n}$ } 是 m 尺度用户 i 在时刻 n 数据符号。假定数据在 尺度 m = 0 具有最长的持续时间,多小波扩展因子 m 的范围 为  $(1 - M_U, 0)$ ,可得分形调制输出信号

$$s(t) = \sum_{m=1-M_U}^{0} s_m(t)$$
  
= 
$$\sum_{m=1-M_U}^{0} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{r} \beta^{-m/2} 2^{-m/2} q_{i,m,n} \psi_i(2^{-m}t-n)$$
(9)

多小波是带通滤波器,故 s(t) 是"近似基带"信号。经载波  $\omega_c$  调制后的发送信号为

$$S(t) = \operatorname{Re}[s(t)e^{j\omega_{c}t}]$$
  
= 
$$\operatorname{Re}\left[\sum_{m=1-M_{U}}^{0}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{i=1}^{r}\beta^{-m/2}q_{i,m,n}\psi_{i,m,n}(t)e^{j\omega_{c}t}\right]$$
(10)

本文提出的多小波分形调制的理想时-频特性如图1所示。分



Fig.1 Time-frequency portrait of multiwavelet fractal modulation

形调制方案如图2所示。

若多小波支撑为[0,M],且满足<sup>[6]</sup>

$$\int_{\infty}^{\infty} \psi(t) \overline{\psi(t-k)} dt = \delta(k) I_{r \times r}, \quad k \in \mathbb{Z}$$
(11)

故作为载波的多小波函数经整数时移后可重叠 M 次,使得数据速率提高为原来的 M 倍。



图 2 多小波分形调制解调系统

# Fig.2 The modulation and demodulation system of multiwavelet fractal modulation

## 2.3 功率谱密度

$$\begin{split} \phi_{s_m s_m}(t+\tau,t) &= \frac{1}{2} E[\overline{s_m(t)} s_m(t+\tau)] \\ &= \frac{1}{2} E\left[\sum_{l=-\infty}^{\infty} \beta^{-m/2} \boldsymbol{q}_{m,l}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\psi}_{m,l}(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta^{-m/2} \boldsymbol{q}_{m,n}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\psi}_{m,n}(t+\tau)\right] \\ &= 2^{1-m} \beta^{-m} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{r} E[\overline{q_{i,m,l}} q_{i,m,n}] \\ &\cdot \boldsymbol{\psi}_i(2^{-m}t-l) \boldsymbol{\psi}_i(2^{-m}(t+\tau)-n) \end{split}$$
(12)

假设数据符号广义平稳,具有均值  $\mu_{d,i}$ 和自相关函数

$$\phi_{i,m,qq}(l) = \frac{1}{2} E[\overline{q_{i,m,l}}q_{i,m,n+l}], \quad [U]$$

$$\phi_{s_m s_m}(t+\tau,t) = (2\beta)^{-m} \sum_{i=1}^r \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_{i,m,qq}(n) \sum_{l=-\infty}^{\infty} \psi_i(2^{-m}t-l) \cdot \psi_i(2^{-m}(t+\tau) - (n+l))\right]$$
(13)

 $\phi_{s_m s_m}(t + \tau, t)$ 具有周期 $T_m = 2^m$ ,  $s_m(t)$ 的均值也具有周期 $T_m$ , 因此 $s_m(t)$ 为循环平稳过程。对式(13)在整个周期上进行积分得到平均自相关函数

$$\overline{\phi}_{s_m s_m}(\tau) = \frac{1}{T_m} \int_{-T_m/2}^{T_m/2} \phi_{s_m s_m}(t+\tau,t) dt$$
$$= \beta^{-m} \sum_{i=1}^{r} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_{i,m,qq}(n) \sum_{l=-\infty}^{\infty} \int_{-T_m/2}^{T_m/2} \psi_i(2^{-m}t-l) \\\cdot \psi_i(2^{-m}(t+\tau) - (n+l)) dt \right]$$
(14)

令
$$v = t - 2^m l$$
, 式(14)变为  
 $\overline{\phi}_{s_m s_m}(\tau)$ 

$$=\beta^{-m}\sum_{i=1}^{r}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}\phi_{i,m,qq}(n)\int_{-\infty}^{\infty}\psi_{i}(2^{-m}v)\psi_{i}(2^{-m}(v+\tau)-n)dv\right]$$
$$=(2\beta)^{-m}\sum_{i=1}^{r}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}\phi_{i,m,qq}(n)\phi_{\psi_{i}\psi_{i}}(2^{-m}\tau-n)\right]$$
(15)

对  $\phi_{\psi_i\psi_i}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_i(t)\psi_t(t-\tau)dt$  做傅里叶变换得到

$$\boldsymbol{\varPhi}_{\boldsymbol{s}_{m}\boldsymbol{s}_{m}}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\beta}^{-m} \sum_{i=1}^{r} \left| \boldsymbol{\Psi}_{i}(2^{m}\boldsymbol{\omega}) \right|^{2} \boldsymbol{\varPhi}_{i,m,qq}(\boldsymbol{\omega})$$
(16)

 $\ddagger \oplus \mathbf{\Phi}_{i,m,qq}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_{i,m,qq}(n) e^{-j\omega nT_m} \ .$ 

若发送的每一路数据都是零均值、互不相关,具有方差

$$\sigma_{i,q}^2 = \frac{1}{2} E[(q_{i,m,n})^* q_{i,m,n}] = \frac{k}{2} = \frac{\log_2 M}{2}$$
(17)

则对所有 m, 功率谱密度为

$$\mathcal{P}_{s_m s_m}(\omega) = \frac{k\beta^{-m}}{2} \sum_{i=1}^r \left| \mathcal{\Psi}_i(2^m \omega) \right|^2 \tag{18}$$

分形调制信号 s(t) 平均功率谱密度是各尺度功率谱密度之和,即

$$\boldsymbol{\varPhi}_{ss}(\boldsymbol{\omega}) = \sum_{m=1-M_U}^{0} \frac{k\beta^{-m}}{2} \sum_{i=1}^{r} \left| \boldsymbol{\varPsi}_i(2^m \boldsymbol{\omega}) \right|^2 \tag{19}$$

s(t)为近似基带信号,若用s(t)调制载波频率 $\omega_c$ ,得到的带通信号功率谱为

$$\Phi_{SS}(\omega) = \frac{1}{2} [\Phi_{ss}(\omega - \omega_c) + \Phi_{ss}(-\omega - \omega_c)]$$
(20)

2.4 误码率

为计算上面载波发送的分形调制信号的误码率,同样先 考虑单尺度 *m* 下的误码率。对二进制情形,限定数据符号 {*q<sub>i,m,n</sub>*} 传送的值为±1。

若将产生的分形调制信号 s(t) 调制到载波  $\omega_c = 2\pi f_c$ ,发送信号可表示为

$$S(t) = \operatorname{Re}[s(t)e^{j\omega_{c}t}] = s(t)\cos(\omega_{c}t)$$
(21)

*S*(*t*) 经过一个具有加性高斯噪声(AWGN)信道,收端的信号为

$$r(t) = S(t) + n(t) \tag{22}$$

这里 n(t) 具有零均值, 方差  $\sigma^2 = N_0/2$ 。收端先将接收信号 乘以和发端一样的正弦波,得

$$v(t) = [S(t) + n(t)]\cos(\omega_c t) = s(t)\cos^2(\omega_c t) + n(t)\cos(\omega_c t) \quad (23)$$

v(t) 被送到具有  $M_U$  个相关器组的相关器阵列,每组相关器 对应不同的尺度,在每组相关器的每个相关器内,信号先被 具有时移 n=0,尺度 m' 的多小波相乘,得到

$$\begin{aligned} v_{i,m'}(t) &= v(t)\psi_{i,0}^{m'}(t) \\ &= 2^{-m'/2}v(t)\psi_i(2^{-m'/2}t) \\ &= 2^{-m'/2}\psi_i(2^{-m'/2}t)[s(t)\cos^2(\omega_c t) + n(t)\cos(\omega_c t)] \\ &= 2^{-m'/2}\psi_i(2^{-m'/2}t) \left[ \sum_{m=1-M_U}^0 \sum_{n=-\infty}^\infty \sum_{i=1}^r \beta^{-m/2} 2^{-m/2} q_{i,m,n} \psi_{i,m,n}(t) \right] \\ &\cdot \cos^2(\omega_c t) + 2^{-m'/2} n(t)\psi_i(2^{-m'/2}t)\cos(\omega_c t) \end{aligned}$$
(24)

在尺度 m' 对  $w_{i,m'}(t)$  进行一个周期的积分,得到检测器统计检验值

$$z_{i,T_{m'}} = \int_{0}^{T_{m'}} w_{m'}(t) dt$$
$$= \left[ \sum_{m=1-M_U}^{0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_{i,m,n} \int_{0}^{T_{m'}} 2^{-(\frac{m+m'}{2}-1)} \psi_i(2^{-m}t-n) \right]$$
$$\cdot \psi_i(2^{-m'}t) [1 - \cos(2\omega_c t)] dt + N_{i,T_{m'}}$$
(25)

这里  $N_{i,T_{m'}} \equiv \int_{0}^{T_{m'}} 2^{-m'/2} n(t) \psi_i(2^{-m'}t) \cos(\omega_c t) dt$ 。通常  $T_{i,m'} >>$  $1/\omega_c$ , 二次谐波可被忽略。式(25)只有在 n = 0 和 m = m' 非 零 , 这 样  $z_{i,T_{m'}} = q_{i,m,0}E_{i,b} + N_{i,T_{m'}}$ , 这 里  $E_{i,b} \equiv \int_{0}^{T_0} \psi_i^2(t) \cos^2(\omega_c t) dt$ 。相关器输出  $z_{i,T_{m'}}$ 为一高斯随机变 量 具 有 均 值  $E[z_{i,T_{m'}}] = q_{i,m',0}E_{i,b} \equiv m_{z_i}(q_{i,m',0})$  和 方 差  $\sigma_{z_i}^2 = E_{i,b}N_{i,0}$ 。相关器输出与门限零进行比较,若  $z_{i,T_{m'}} > 0$ 则 判决为+1;若  $z_{i,T_{m'}} < 0$ 则判决为 – 1。若数据等概分布,误码 率:

$$P_{e}(z_{i,T_{m'}}m) = \frac{1}{2} \Big[ P_{r}(z_{i,T_{m'}} < 0 \mid q_{i,m',0} = 1) + P_{r}(z_{i,T_{m'}} \ge 0 \mid q_{i,m',0} = -1) \Big] (26)$$

由于 z<sub>i,Tm</sub>, 是一高斯随机变量,

$$P_{i,r}(z_{i,T_{m'}} < 0 \mid q_{i,m',0} = 1) = P_{i,r}(z_{i,T_{m'}} \ge 0 \mid q_{i,m',0} = -1)$$

$$= \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{i,z}^{2}}} e^{-z_{i} - m_{z_{i}}(q_{i,m',0})/2\sigma_{z_{i}}^{2}} dz_{i}$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_{i,b}}{N_{i,0}}}\right)$$
(27)

所有的相关器输出 $\{z_{i,T_{m'}} | m' \in (0, M_U)\}$ 均为相互独立、同分 布的随机变量,因此各尺度、各路信号的误码率都是一样的,即

$$P_{i,e} = P_{i,e}(z_{i,T_m}, m) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_{i,b}}{N_{i,0}}}\right)$$
(28)

与二进移相键控(BPSK)的误码率一样。

#### 3 性能和仿真

分别仿真了基于多小波和单小波的分形调制系统。使用 支撑长度 3、重数 r = 2 的CL3<sup>[7]</sup>、JQT1和JQT2<sup>[8]</sup>多小波,其 中JQT2 是经过时-频优化设计的多小波。采用同样支撑长度 单小波dB2。选择调制尺度数  $M_U = 4$ ,在尺度 m = 0, -1, -2, -3分别具有采样点数 768,384,192,96。仿真的多小波分形 调制在每一尺度传输数据速率为单小波分形调制的 2 倍。谱 匹配对分形调制的解调至关重要<sup>[2]</sup>,对于信道中的加性高斯 噪声,分形调制对应的 H = -1/2,即幅度因子  $\beta = 1$ ,本文 的仿真中 H = -1/2。

仿真的两种分形调制的频谱图和带外功率衰落如图 3(a),图(b)3 所示。计算得第一旁瓣功率及两种分形调制在 归一化频率下90%和99%功率带宽B<sub>0.90</sub>和B<sub>0.99</sub>如表1。可以 得到:(1)多小波分形调制B<sub>0.90</sub>在主瓣中,能更好地抑制旁瓣 功率。(2)仿真的多小波分形调制在各尺度数据速率是单小 波分形调制的2倍,但其B<sub>0.90</sub>小于单小波分形调制B<sub>0.90</sub>的2 倍。且多小波分形调制的B<sub>0.99</sub>小于单小波分形调制的B<sub>0.99</sub>,即 在用户数增加的同时,多小波分形调制所需带宽反而减 少。若分别使用CL3,JQT1和JQT2,则系统带宽B<sub>0.99</sub>分别 只有dB2的单小波分形调制系统的91.5%,90.2%和84.7%, 分别节省8.5%,9.8%和15.3%的带宽。可见,多小波分形调



图 3 (a)多小波分形调制功率谱密度

(b)多小波分形调制带外功率谱密度

Fig.3 (a) The power spectra of multiwavelet fractal modulation

(b) The out-band power spectra

表 1	频谱性能比较

Table 1   The spectra property					
分形调	第一旁瓣	90%功率带	99%功率带	田白粉	
制载波	功率(dB)	宽 B <sub>0.90</sub>	宽 B <sub>0.99</sub>	用厂数	
dB2	- 16.1	0.0345	0.0995	1	
CL3	- 19.5	0.0637	0.0910	2	
JQT1	- 22.2	0.0640	0.0897	2	
JQT2	- 23.8	0.0631	0.0843	2	

制增加用户数的同时,在旁瓣抑制和频带利用率方面比单小 波分形调制具有更好的效果,这正是多小波自身优点带来 的。

#### 3.1 频谱图和频带利用率

#### 3.2 高斯信道和 Rayleigh 信道下的性能

多小波分形调制所有用户在其尺度的误码率相同,如图 4 为多小波 CL3 分形调制(尺度 0)的两个用户和单小波 dB2 分形调制(尺度 0)的用户在加性高斯信道和 Rayleigh 信道下的仿真误码率和理论误码率。



图 4 (a)高斯信道下的误码率 (b) Rayleigh 信道下的误码率 Fig.4(a)Performances in AWGN (b) Performances in Rayleigh channel 3.3 多径信道下的性能

为分析两种分形调制在多径信道的性能,求得 CL3, JQT1, JQT2 和 dB2 的周期自相关函数如图 5 所示。由于支 撑长度均为 3, 且均与其整数时移正交, 即周期自相关函数 至少有两个过零点(t=1和t=2)。然而由图 5 可知, dB2 有过零点 4 个, CL3-1, JQT1-1, JQT2-1 有 8 个, CL3-2, JOT1-2, JOT3-2有10个, 且CL3, JOT1, JOT2在中心为t=1.5 的小区间内近似正交,说明函数和其自身时移到该点或该区 间时正交或近似正交。理论分析得到:(1)多径时延落入周期 自相关函数过零点或近似正交区间,多径干扰可以完全消除 或减小很多。CL3, JOT1, JOT2 的周期自相关函数过零点 个数比 dB2 多, 信号多径时延落入过零点或近似正交区间的 可能性增大,抗多径干扰能力增强。(2)多小波周期自相关函 数过零点增多,根据过零点数作正交时移重叠,可获得比单 小波分形调制高的传输速率, 重叠次数为过零点个数。(3) 多小波各子函数的周期自相关函数过零点数不同、位置不完 全相同,使用不同子函数的用户抗多径干扰能力不同。(4) 多小波 CL3, JQT1, JQT2 的周期自相关函数基本相同,具 有相同的抗多径干扰能力,但 JQT1 和 JQT2 具有更高的频 带利用率。



Fig.5 The period auto-correlation function of multiwavelet

为比较多小波分形调制和单小波分形调制在多径信道 下的性能, 仿真了二者在 SUI-5, SUI-6 信道下的性能。分形 调制是多尺度调制,各尺度数据速率不同,带宽不同,在多 径信道中的表现不同。若仿真中每个采样对应 0.5 µs,则信 码在尺度 0, -1, -2, -3 的持续时间分别为 384 µs, 192 µs, 96 µs, 48 µs。理论上, 信码持续时间越长, 受多径干扰影 响越小。多小波分形调制和单小波分形调制在 SUI-5 和 SUI-6 中的性能如图 6 所示,可以看到: (1)在尺度 0, -1 受多径 影响最小,在尺度-2,-3受影响最大。基本符合信码持续 时间越长,受多径干扰影响越小的规律。但在 SUI-6 的某些 尺度如-3, -2 误码率优于或接近尺度-1 的误码率。(2) 在这两个信道中,CL3-1 用户误码率几乎在所有尺度低于使 用单小波 dB2 的分形调制,但 CL3-2 用户的性能要差一些, 因此,在同样的信道条件下,不同子函数抗多径干扰能力不 同,某些子函数具有更强的抗多径干扰能力。(3)使用 CL3, JQT1 和 JQT2 作分形调制,在多径信道中性能接近,如图 6(c),但 JQT1 和 JQT2 更节省频带。以上结论均可由周期 自相关函数得到解释。





### 4 结束语

理论分析和仿真表明:(1)多小波分形调制在每一尺度有 r个子频带,能同时为r路用户服务。多小波同时具备短支 撑、对称性、高逼近阶和消失矩性能,使得多小波分形调制 具有更高的频带利用率,用户增加后并不增加频带宽度,若 合理选择多小波基函数,还可以减少频带宽度。(2)多小波支 撑为[0,M],通过整数时移和波形重叠,可以提高传输速率 M倍。进一步,可根据多小波子函数周期自相关函数过零 点个数,进行波形时移和重叠,再一次提高传输速率。(3) 在多径信道中,若多径时延在多小波周期自相关函数的过零 点处或近似正交区间时,多径干扰可以消除或减小很多;多 小波周期自相关函数过零点个数多于单小波,多径时延落入 过零点的可能性增大,抗多径干扰能力增强;多小波基函数 中不同子函数的周期自相关函数的过零点个数和位置不同, 抗多径干扰能力不同;不同多小波,若其周期自相关函数过 零点个数和位置相同,则在多径信道中性能相同,但有的多 小波可以降低频带宽度,如JQT1和JQT2。(4)根据文献[4], 多小波分形调制合成的近似分形信号较单小波分形调制信 号更接近分形信号,在解调时能更好地完成谱匹配,性能会 更好。

## 参 考 文 献

- Wornell G W. Communication over fractal channels. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, New York, 1991:1945 – 1948.
- [2] Wornell G W, Oppenheim A V. Wavelet-based representations for a class of self-similar signals with application to fractal modulation. *IEEE Trans. on Information Theory*,1992, 38(2): 785 – 800.
- [3] Ptasinski H S, Fellman R D. Implementation and simulation of a fractal modulation communication system. IEEE Supercomm/Intern ational Communications Conference'94:Serving Humanity Though Communications, New York, 1994:1551 – 1555.
- [4] 阎晓红,刘贵忠,刘峰. 分形信号的多小波基表示. 自然科学进展, 2004, 14(3): 354-358.
- [5] 阎晓红,刘贵忠,刘峰. 1/f 信号的积分多小波变换表示. 电 子与信息学报, 2004, 26(10):1638 – 1644.
- [6] Mariantonia C, Montefusco L B, Puccio L. Multiwavelet anlaysis and signal processing. *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing*, 1998, 45(8): 970 – 987.
- [7] Chui C K, Lian J. A study of orthonormal multi-wavelets. J. Applied Numerical Mathematics, 1996, 20(3): 273 – 298.
- [8] Qingtang Jiang. Orthogonal multiwavelets with optimum time-frequency resolution. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, 46(4): 830 – 844.
- 阎晓红: 男,1974年生,博士生,研究方向为多小波理论应用、 扩频通信.
- 张太镒: 男,1944年生,教授,博士生导师,研究方向为通信信号处理、图像处理.
- 陈 希: 女,1979年生,博士生,研究方向为小波理论应用、图 像处理.
- 武林俊: 男, 1968年生, 博士生, 研究方向为移动通信.