

一种基于投影的小波矩及其在图像识别中的应用

崔培玲** 潘泉* 李军宏* 张洪才* 程咏梅*

*(西北工业大学自动化学院 西安 710072)

** (清华大学自动化系 北京 100084)

摘要: 该文提出了一种基于图像投影的小波不变量算法。首先将图像投影到一维空间, 然后引入一种平移和比例不变自适应一维小波变换, 利用该变换获得图像的平移和比例不变特征。由于图像的旋转导致特征矩阵发生行之间的循环平移, 该文利用奇异值分解进行研究, 得到的奇异值向量具有图像的3个不变性。实验分析表明, 本文方法具有较好的图像识别效果。

关键词: 图像识别, 投影, 小波变换, 不变量, 奇异值分解

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2005)11-1774-04

Image Recognition Using a Projection-Based Wavelet Moment

Cui Pei-ling** Pan Quan* Li Jun-hong* Zhang Hong-cai* Cheng Yong-mei*

*(Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

** (Department of Automatic, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract In this paper, a new wavelet invariant moment based on image projections is proposed. Firstly, Radon transform is used to project the image to 1-D space. Then, a translation and scaling invariant adaptive 1-D wavelet transform is introduced, and the projection data is transformed to wavelet domain to get a feature matrix with translation and scaling invariance. Since the feature matrix is influenced to be cyclically shifted of rows when image rotates, Singular Value Decomposition (SVD) is employed and singular value vector is invariant under image translation, scaling and rotation. Simulation results are given to obtain insight into the efficiencies offered by this method.

Key words Image recognition, Projection, Wavelet transform, Invariant, Singular Value Decomposition (SVD)

1 引言

基于不变量特征的图像识别是模式识别中的重要问题之一。所提取的特征需要具有位移、比例和旋转不变性, 同时要能够较好地反映出图像的特征(形状或纹理)。1961年Hu^[1]首先提出了矩不变量, 并利用算术式的非线性组合得到一组具有RTS不变性的矩特征; 潘泉等^[2]针对比例因子对不变矩的影响, 给出了一种修正归一化中心矩的方法, 研究了比例因子较大时对不变矩的影响; Lo等^[3]利用三阶矩建立图像不变量进行图像目标识别, 过程比较复杂; Khotanzad等^[4]讨论了Zernike矩的不变性, 并指出该不变矩较其它正则矩方法有着较好的识别效果, 但是计算量非常大; 其它还有一些矩如伪Zernike矩、Legendre矩、旋转矩及复数矩等也有

较多的研究^[5,6]。

小波矩也是近几年来研究较多的一种重要的不变量方法^[7-10]。Shen等^[7]提出一种具有旋转不变性的小波矩特征, 其比例和比例不变性是通过将图像进行归一化处理获得, 所以该方法并不是完全的不变量; Xiong等^[8]提出一种具有平移和比例不变的小波矩, 但是该矩并不具有旋转不变性; Pun等^[9]提出利用两次小波包分解获得具有旋转和比例不变性的小波不变量, 但是不具有平移不变性。

以上方法均是在二维图像空间直接进行小波变换, 计算比较复杂。当图像发生一定变化时, 会引起变换系数的较大变化。本文提出采用Radon变换将图像数据从二维空间投影到一维空间, 通过对投影数据进行平移和比例不变的自适应一维小波变换, 得到的特征矩阵具有比例和比例不变性。由

于图像旋转导致特征矩阵发生行之间的循环平移, 本文提出利用奇异值分解的方法获得旋转不变特性。实验分析表明, 本文提出的方法能够较好地用于图像目标识别。

2 Radon 变换

一个函数 $f(x,y)$ 的 Radon 变换是该函数沿包含该函数的平面内的一族直线的线积分^[11], 如式(1)所示。

$$R\{f(x,y)\} = \iint f(x,y)\delta(t-x\cos\theta-y\sin\theta)dx dy = p_\theta(t) \quad (1)$$

这里 $\delta(t)$ 是 Dirac 函数, 该函数在 $t=0$ 之外的所有点处值均为 0。该定义是将函数 $f(x,y)$ 沿着直线 $t-x\cos\theta-y\sin\theta=0$ 进行积分, 从而获得在任意 (t,θ) 处 $f(x,y)$ 沿着该直线的求和值 $p_\theta(t)$ 。所有的投影组成的集合 $\{p_\theta(t), \theta \in [0, 2\pi)\}$ 就是图像的 Radon 变换。对图像的几何变换如平移、比例以及旋转变换等, 其 Radon 变换具有如下性质^[12]。

(1) 平移 设图像目标在 X 和 Y 方向平移量为 t_x 和 t_y , 则

$$R\{f(x-t_x, y-t_y)\} = p_\theta[t-(t_x\cos\theta+t_y\sin\theta)] = p_\theta(t-t_\theta) \quad (2)$$

这里 $t_\theta = t_x\cos\theta + t_y\sin\theta$ 。

(2) 比例 用上标 s 表示变化量, λ 是比例因子, 则

$$R\{f(x/\lambda, y/\lambda)\} = p_\theta^s(t) = \lambda p_\theta(t/\lambda), \quad \forall \theta \quad (3)$$

(3) 旋转 设图像 $f(x,y)$ 投影序列为 $p_\theta(t)$, 旋转 $\phi \in [0, 2\pi)$ 度后图像为 $f_\phi(x,y)$, 则 $R\{f_\phi(x,y)\} = p_{\theta+\phi}(t)$, 即图像旋转使得投影数据沿投影角度方向发生了循环平移。

3 构建投影空间小波不变量

3.1 平移和比例不变量

从 Radon 变换的定义可以得到, 对图像在某一个角度处进行投影, 得到的是一个一维序列。将 $[0, 2\pi)$ 角度范围等分为 P 个投影角度 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p\}$, 在每个角度处的投影点个数均为 Q 。对一个角度 θ_i , 得到的投影序列为 $p_{\theta_i}(t), t=1, 2, \dots, Q$ 。全部角度投影得到的变换结果如下:

$$R = \begin{bmatrix} p_{\theta_1}(1) & p_{\theta_1}(2) & \dots & p_{\theta_1}(Q) \\ p_{\theta_2}(1) & p_{\theta_2}(2) & \dots & p_{\theta_2}(Q) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{\theta_p}(1) & p_{\theta_p}(2) & \dots & p_{\theta_p}(Q) \end{bmatrix} \quad (4)$$

这里 R 的每一行数据 $p_{\theta_i}(t), t=1, 2, \dots, Q$ 表示某一个角度下的投影序列。由于普通小波变换不具有比例和平移不变性质, 对该序列进行普通小波变换, 无法消除图像变化带来的影响。对此, 本文引入一种具有平移和比例不变的一维自适应小波变换进行研究, 该算法描述如下^[8,10]。

已知一维信号 $f(t)$ 满足 $f(t) \geq 0$, 令 $m_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt$ 。定

义均值 $\mu_f = \frac{1}{m_f} \int_{-\infty}^{+\infty} tf(t) dt$, 定义方差 $\sigma_f^2 = \frac{1}{m_f} \int_{-\infty}^{+\infty} (t-\mu_f)^2 f(t) dt$ 。

设信号 $g(t)$ 满足 $g(t) = f(at+b)$, 这里 $a > 0$, b 为任意实数。设 φ 和 ψ 分别为尺度函数和小波函数, 则有

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\sigma_f t + \mu_f) \varphi_{j,k} dt &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(\sigma_g t + \mu_g) \varphi_{j,k} dt \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(\sigma_f t + \mu_f) \psi_{j,k} dt &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(\sigma_g t + \mu_g) \psi_{j,k} dt \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

这里 $f(\sigma_f t + \mu_f)$ 是由信号 $f(t)$ 重整后的信号, $g(\sigma_g t + \mu_g)$ 是由信号 $g(t)$ 重整后的信号。上式表明, 信号 $f(\sigma_f t + \mu_f)$ 和 $g(\sigma_g t + \mu_g)$ 的小波变换系数是相同的。由于 $g(t)$ 是 $f(t)$ 发生比例和平移变化后的信号, 所以式(5)说明, 重整后信号的小波变换可以获得比例和平移不变性。由于信号的重整只利用了信号自身的一阶和二阶统计量, 即均值和方差, 所以该变换被称为是自适应的平移和比例不变小波变换。

由 Radon 变换的性质可知, 当图像同时发生比例和平移变化时, $p_{\theta_i}(t)$ 变为 $\lambda p_{\theta_i}(t/\lambda - t_{\theta_i})$, 这里 $t=1, 2, \dots, Q$ 。设 $f(t) = p_{\theta_i}(t)$, 发生比例和平移变化后的信号为

$$g(t) = \lambda p_{\theta_i}(t/\lambda - t_{\theta_i}), \quad t=1, 2, \dots, Q$$

对信号 $f(t)$ 和 $g(t)$ 的幅值分别进行归一化处理(如进行最大值归一), 得到

$$f'(t) = \frac{f(t)}{\max(f(t))} = \frac{p_{\theta_i}(t)}{\max(p_{\theta_i}(t))}$$

$$g'(t) = \frac{g(t)}{\max(g(t))} = \frac{\lambda p_{\theta_i}(t/\lambda - t_{\theta_i})}{\max(\lambda p_{\theta_i}(t/\lambda - t_{\theta_i}))} = \frac{p_{\theta_i}(t/\lambda - t_{\theta_i})}{\max(p_{\theta_i}(t/\lambda - t_{\theta_i}))}$$

则有 $g'(t) = f'(t/\lambda - t_{\theta_i})$ 。令 $a=1/\lambda$, $b=-t_{\theta_i}$, 则信号 $f'(t)$ 和 $g'(t)$ 满足以上平移和比例不变自适应小波变换的条件。将 $f'(t)$ 和 $g'(t)$ 分别进行重整, 然后进行小波变换, 得到的小波变换系数是相同的(式(5))。

该一维平移和比例不变自适应小波变换详细计算过程可参见文献[8]。

3.2 旋转不变量

从上节可知, 自适应小波变换后得到的系数是图像的比例和平移不变量。设投影角度数为 P , 小波变换后系数长度为 L , 则得到图像的比例和平移不变特征矩阵如下(以尺度系数进行说明)。

$$F = \begin{bmatrix} c_{\theta_1}(1) & c_{\theta_1}(2) & \dots & c_{\theta_1}(L) \\ c_{\theta_2}(1) & c_{\theta_2}(2) & \dots & c_{\theta_2}(L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{\theta_p}(1) & c_{\theta_p}(2) & \dots & c_{\theta_p}(L) \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中 $c_{\theta_i}(j)$ 表示在 θ_i 角度处投影数据的第 j 个小波变换尺度系数。由 Radon 变换的性质可知, 当图像发生旋转变换时,

式(6)中矩阵 F 将会发生行的循环平移, 而且不同的旋转角度使得该矩阵行循环平移的程度不同。为得到旋转不变特性, 需消除行循环位移对矩阵带来的影响, 本文提出采用奇异值分解的方法进行研究。

奇异值分解过程为: 设矩阵 C 是一个 $N \times M$ 维的实矩阵, 其秩为 r , 则存在正交矩阵 U ($N \times N$ 维), V ($M \times M$ 维) 和对角线矩阵 Σ ($N \times M$ 维) 满足

$$C = U\Sigma V^T$$

其中 $\Sigma = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r, 0, 0, \dots, 0)$ 。 λ_1 到 λ_r 是矩阵 C 的奇异值, 也就是矩阵 CC^T 的特征值。 U 和 V 分别为矩阵 C 的左和右奇异矩阵。

设 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r > 0$, 令 $A = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$ 。由于矩阵的奇异值具有与其行列位置的无关性^[13], 即当矩阵的行顺序发生交换时, 奇异值仍将保持不变。由于特征矩阵满足平移和比例不变性, 故这里 A 就是具有 3 个不变性的图像的特征向量。

根据以上讨论, 这里给出本文算法的计算步骤如下。

步骤 1 对输入图像进行 Radon 变换, 得到各个投影角度下的投影序列;

步骤 2 对每个投影序列进行幅值归一化处理;

步骤 3 对归一化后的序列进行平移和比例不变的自适应小波变换, 得到具有平移和比例不变性的小波变换系数;

步骤 4 将各角度投影数据的小波变换系数组成特征矩阵(式(6)), 求取该矩阵的奇异值向量。

根据以上步骤获得的奇异值向量可直接用于图像识别。在前面进行的自适应小波分解中, 可同时得到细节信息系数和尺度信息系数。由于尺度系数足以反映图像的形状信息, 且对噪声不敏感, 故这里仅选择尺度系数组成特征矩阵, 然后求取其奇异值向量进行识别。

4 仿真分析

为验证算法的有效性, 这里进行图像识别实验。实验采

用 Maryland 大学一个模式识别小组给出的 106 幅 Logo 图片^[14]。从中随机选取 20 幅图像(图 1), 规则化为 128×128 像素大小。经过不同变化, 得到以下 3 个测试图像库, 全部测试库共 2280 幅图。

测试图库 1 图像发生旋转、比例和平移变化。旋转角度为从 0 到 165° , 间隔 15° ; 比例变化为从 0.6 到 1.4, 间隔 0.2, 共得到 $20 \times 12 \times 5 = 1200$ 幅图。

测试图库 2 图像仅仅发生旋转变化。旋转角度为从 0 到 175° , 间隔 5° , 共得到 $20 \times 36 = 720$ 幅图。

测试图库 3 图像仅仅发生比例变化。比例变化为从 0.48 到 1.84, 间隔 0.08, 共得到 $20 \times 18 = 360$ 幅图。

选择用于 Radon 变换的角度间隔为 5° , 选择小波为 Db2。由于 Radon 变换在 $[0^\circ, 360^\circ)$ 上投影的对称性, 实验中只需选择投影角度范围为 $[0^\circ, 180^\circ)$, 共得到 36 个投影值。实验采用测试图库 2 的前 20 幅图进行训练, 以其各训练样本结果均值作为聚类中心。分类阶段采用最小距离分类器进行分类。

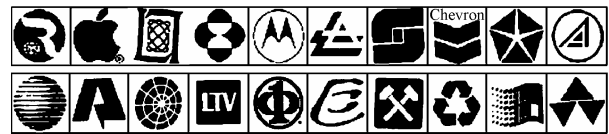


图 1 测试图像集

本实验将本文算法同 Hu 矩^[1]进行图像识别比较。为测试特征在噪声下的鲁棒性能, 对各个样本均进行加噪实验, 噪声为高斯白噪声。信噪比定义为

$$SNR = 10 \lg \frac{E_I}{E_N} = 10 \lg \frac{\sum_{x=1}^n \sum_{y=1}^n I^2(x, y)}{\sum_{x=1}^n \sum_{y=1}^n N^2(x, y)}$$

其中 E_I 为原图像的能量, E_N 为所加噪声能量, $I(x, y)$ 和 $N(x, y)$ 分别为图像和噪声对应 (x, y) 位置的值。对每一组数据分别进行实验, 表 1 给出两种方法在不同信噪比条件下、不同类别图像库的识别结果。

表 1 不同信噪比下识别率

| 信噪比 | | ∞ | 25 | 20 | 15 | 10 | 5 | 0 |
|------|-------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Hu 矩 | 测试库 1 | 0.820 | 0.645 | 0.543 | 0.448 | 0.320 | 0.200 | 0.113 |
| | 测试库 2 | 0.926 | 0.771 | 0.667 | 0.467 | 0.278 | 0.161 | 0.092 |
| | 测试库 3 | 0.633 | 0.503 | 0.447 | 0.383 | 0.314 | 0.233 | 0.136 |
| 本文方法 | 测试库 1 | 0.883 | 0.878 | 0.878 | 0.871 | 0.866 | 0.842 | 0.563 |
| | 测试库 2 | 0.932 | 0.928 | 0.928 | 0.922 | 0.910 | 0.879 | 0.686 |
| | 测试库 3 | 0.817 | 0.811 | 0.797 | 0.803 | 0.803 | 0.783 | 0.461 |

由表 1 中数据可看出, 当无噪时, 无论是在比例变化、平移变化、旋转变化或是组合变化情况下, 本文方法的识别效果都要优于 Hu 矩的效果。图 2 给出了两种方法总体识别率的比较, 该总体识别率是 3 个测试库的测试平均数据。可以看出, 当信噪比降低时, Hu 矩的识别率显著变低, 而本文方法的识别率则变化较为平稳。即使信噪比为 0, 本文方法仍然可以达到 58.6% 的识别率, 而 Hu 矩识别率仅为 11.0%。

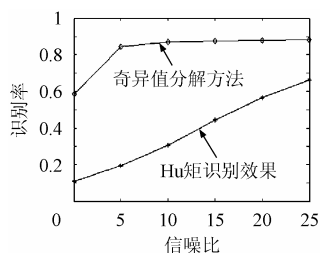


图 2 不同信噪比下总体识别率比较

5 结束语

不变量方法是图像识别研究中的重要内容, 本文首先利用 Radon 变换将图像投影到一维空间, 然后引入一种平移和比例不变的自适应小波变换构造出具有比例和平移不变性的图像的特征矩阵。通过对特征矩阵进行奇异值分解, 得出奇异值向量具有 3 个不变性, 实验对比分析表明了本文算法的优越性。

参 考 文 献

- [1] Hu M K. Visual pattern recognition by moment invariant. *IRE Trans. on Information Theory*, 1962, 1(8): 179 – 187.
- [2] 潘泉, 程咏梅, 杜亚娟, 张洪才. 离散不变矩算法极其在目标识别中的应用. *电子与信息学报*, 2001, 23(1): 30 – 36.
- [3] Lo C H, Don H S. Pattern recognition using 3-D moments. 10th International Conference on Pattern Recognition, Atlantic City, USA, 1990, 1: 540 – 544.
- [4] Khotanzad A, Hong Y H. Invariant image recognition by Zernike moments. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(5): 489 – 497.
- [5] Liao S X, Pawlak M. On image analysis by moments. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1996, 18(3): 254 – 266.
- [6] The C H, Chin R T. On image analysis by the methods of

moments. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1988, 10(4): 496 – 513.

- [7] Shen D G, Ip H. Discriminative wavelet shape descriptors for recognition of 2-D patterns. *Pattern Recognition*, 1999, 32(2): 151 – 165.
 - [8] Xiong H L, Zhang T X, Moon Y S. A translation- and scale-invariant adaptive wavelet transform. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2000, 9(12): 2100 – 2108.
 - [9] Pun C M, Lee M C. Log-polar wavelet energy signatures for rotation and scale invariant texture classification. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003, 25(5): 590 – 603.
 - [10] Tian J. Comments on "A translation- and scale-invariant adaptive wavelet transform". *IEEE Trans. on Image Processing*, 2003, 12(9): 1091 – 1093.
 - [11] Deans S R. The Radon transform and some of its applications. New York, Wiley, 1983, : 10.
 - [12] Li J H, Pan Q, Zhang H C, Cui P L. Image recognition using Radon transform. The IEEE 6th International Conference on Intelligent Transportation Systems-IV: Image Analysis, Shanghai, China, 2003, 4: 741 – 745.
 - [13] Al-Shaykh O K, Doherty J F. Invariant image analysis based on Radon transform and SVD. *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II: Analysis and Signal Processing*, 1996, 43(2): 123 – 133.
 - [14] ftp://ftp.cfar.umd.edu/pub/documents/contrib/databases/UMDlog_o_database.tar
- 崔培玲: 女, 1975 年生, 博士, 现为清华大学博士后, 研究方向为信息融合、目标识别。
- 潘 泉: 男, 1961 年生, 教授, 研究方向为目标识别、图像处理、信息融合等。
- 李军宏: 男, 1976 年生, 博士生, 研究方向为图像处理、目标识别。
- 张洪才: 男, 1938 年生, 教授, 研究方向为目标识别、图像处理、信息融合等。
- 程咏梅: 女, 1960 年生, 教授, 研究方向为目标识别、多目标跟踪等。