

基于分数阶傅里叶变换的无线电引信信号的侦察

黄光明 赵惠昌 熊刚 王李军
(南京理工大学光电学院 南京 210094)

摘要: 该文首先论证了分数阶傅里叶变换侦察线性调频信号的理论基础,指出由于分数阶傅里叶变换是线性变换,克服了双线性变换带来的交叉项干扰,因此在复杂的电子对抗环境中具有更好的检测效果。接着提出了一种可变窗谱峰搜索算法。仿真结果验证了算法的有效性。

关键词: 分数阶傅里叶变换, 无线电引信, 可变窗谱峰搜索算法

中图分类号: TJ434.1, TN97 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)03-0431-03

Radio Fuze Signal Reconnaissance Based on Fractional Fourier Transform

Huang Guang-ming Zhao Hui-chang Xiong Gang Wang Li-jun

(School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology, NUST, Nanjing 210094, China)

Abstract In this paper, LFM signal reconnaissance theory based on fractional Fourier transform is discussed firstly. Compared with bilinear transform, the fractional Fourier transform is a linear operator and it can eliminate the intercross terms. Hence, it has better detection capability in severe electronic warfare environment. And then variable window search peak algorithm is presented. The simulation results validate the effectiveness of this algorithm.

Key words Fractional Fourier transform, Radio fuze, Variable window search peak algorithm

1 引言

无线电引信对抗是现代电子战的重要组成部分,要对无线电引信实施有效的干扰,必须对无线电引信发射的信号进行侦察,以获取引信发射信号的调制方式、调制参数等特征信息。线性调频信号是一种低截获概率信号,采用这种发射信号的无线电引信具有较强的抗干扰能力,而且战场环境信号十分复杂,不仅存在多种类型的信号,而且同一种类型但参数不同的信号还有很多个,因此对于干扰而言如何获取这种引信信号的特征参数就显得尤为重要。

2 分数阶傅里叶变换简介

分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier Transform, FRFT),是一种广义的傅里叶变换,传统的傅里叶变换是信号在频域中表示,FRFT 则是信号在分数阶傅里叶域中表示。分数阶傅里叶变换最早由 Namias 于 1980 年提出^[1],文献[2,3]详细叙述了分数阶傅里叶变换的特点及其与时频表示的关系,文献[4]给出了分数阶傅里叶变换与 Radon-Wigner 变换的关系。下面简单介绍一下分数阶傅里叶变换。

信号 $x(t)$ 的分数阶傅里叶变换定义为

$$X_\alpha(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(\alpha, t, u)x(t)dt \quad (1)$$

其中 $K(\alpha, t, u) = 1/\sqrt{j \sin \alpha} \exp[j(\alpha/2) + j\pi((t^2 + u^2)\cos \alpha - 2tu)/\sin \alpha]$ 。令 $\alpha = \rho\pi/2$, 并称 ρ 为分数阶傅里叶变换的阶。

分数阶傅里叶逆变换定义为

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(-\alpha, t, u)X_\alpha(u)du \quad (2)$$

3 分数阶傅里叶变换侦察 LFM 信号的理论基础

首先定义 $|X_\alpha(u)|^2$ 为分数阶傅里叶变换的功率谱。由定义可得

$$|X_\alpha(u)|^2 = \frac{1}{|\sin \alpha|} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp[j\pi(t^2 \cot \alpha - 2ut \csc \alpha)] dt \right|^2 \quad (3)$$

信号 $x(t)$ 的 RWT(Radon-Wigner Transform)变换定义为

$$D_x(u, \alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_x(u \cos \alpha - v \sin \alpha, u \sin \alpha + v \cos \alpha) dv \quad (4)$$

令 $m = -\cot \alpha$, $\omega_0 = u/\sin \alpha$ 。由于 $t = u \cos \alpha - v \sin \alpha$, 故 $dv = -dt/\sin \alpha$ 。将上述关系代入 $D_x(u, \alpha)$ 可得

$$\begin{aligned} D_x(u, \alpha) &= \frac{1}{|\sin \alpha|} \int_{-\infty}^{+\infty} W_x(t, \omega_0 + mt) dt \\ &= \frac{1}{|\sin \alpha|} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_x(t, \omega) \delta(\omega - \omega_0 - mt) dt d\omega \end{aligned} \quad (5)$$

利用 LFM 信号 $\exp[j(\omega_0 t + (1/2)mt^2)]$ 的 Wigner 分布为

$2\pi\delta(\omega - \omega_0 - mt)$ 和 Moyal 公式, 可得

$$D_x(u, \alpha) = \frac{1}{2\pi|\sin\alpha|} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp[-j(\omega_0 t + \frac{1}{2}mt^2)] dt \right|^2 \quad (6)$$

比较式(3), 与式(6)可知

$$|X_\alpha(u)|^2 = 2\pi D_x(u, \alpha) \Big|_{\substack{m = -2\pi \cot\alpha \\ \omega_0 = 2\pi u \csc\alpha}} \quad (7)$$

由于 LFM 信号 $\exp[j(\omega_0 t + (1/2)mt^2)]$ 的 RWT 会在对应的参数 (m, ω_0) 处出现尖峰, 所以可以根据 RWT 估计 LFM 信号的参数。由式(7)知也可利用分数阶傅里叶变换的功率谱估计 LFM 信号的参数^[4]。算法如下:

步骤 1 搜索分数阶傅里叶变换三维图形的谱峰, 记下谱峰的位置 (α, u) ;

步骤 2 计算线性调频信号 $\exp[j(\omega_0 t + (1/2)mt^2)]$ 的参数:

$$m = -2\pi \cot\alpha \quad (8)$$

$$\omega_0 = 2\pi u \csc\alpha \quad (9)$$

因为 $\exp[j(\omega_0 t + \frac{1}{2}mt^2)] = \exp[j2\pi(f_0 t + \frac{1}{2}\frac{m}{2\pi}t^2)] = \exp[j2\pi(f_0 t + \frac{1}{2}m't^2)]$, 所以

$$m' = -\cot\alpha \quad (10)$$

$$f_0 = u \csc\alpha \quad (11)$$

即线性调频信号 $\exp[j2\pi(f_0 t + (1/2)mt^2)]$ 的参数计算公式为

$$m = -\cot\alpha \quad (12)$$

$$f_0 = u \csc\alpha \quad (13)$$

4 谱峰搜索算法

在这里, 谱峰的搜索是一个关键问题, 在后面画出的分数阶傅里叶变换功率谱三维图形中可以清楚直观地找到谱峰, 但是应该认识到在实际工程应用时我们只是算得一堆数据, 不会给你一个直观的三维图形让你去找峰值。下面给出一种搜索谱峰的算法, 暂时称为可变窗谱峰搜索法。

搜索谱峰的位置 (α, u) 时涉及到 3 个矩阵: $A_{m \times 1}$ (α 参量矩阵), $U_{1 \times n}$ (u 参量矩阵), $X_{m \times n}$ (分数阶功率谱 $|X_\alpha(u)|^2$ 矩阵), 这 3 个矩阵的元素之间的对应关系为

$$\left. \begin{matrix} \alpha_i \\ u_j \end{matrix} \right\} \leftrightarrow x_{ij} \quad (14)$$

由于矩阵 $A_{1 \times m}$ 和 $U_{1 \times n}$ 是行向量, 所以用 α_i 表示 $A_{1 \times m}$ 的第 i 个元素, 用 u_j 表示 $U_{1 \times n}$ 的第 j 个元素。 x_{ij} 表示矩阵 $X_{m \times n}$ 的第 i 行、第 j 列元素。式(14)表示位置 (α_i, u_j) 处的分数阶傅里叶变换功率谱值为 x_{ij} , 如图 1 所示(下面为了表示方便, 记 $\alpha_i = \alpha(i)$, $u_j = u(j)$, $x_{ij} = x(i, j)$)。

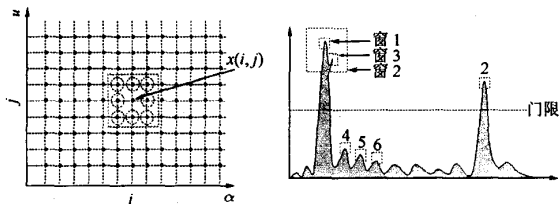


图 1 矩阵元素之间的对应关系 图 2 谱峰搜索示意图

由图 1 易知, 如果 $x(i, j)$ 是一个峰值, 必须满足以下条件:

$$\left. \begin{matrix} x(i, j) > x(i-1, j-1) \\ x(i, j) > x(i-1, j) \\ x(i, j) > x(i-1, j+1) \\ x(i, j) > x(i, j-1) \\ x(i, j) > x(i, j+1) \\ x(i, j) > x(i+1, j-1) \\ x(i, j) > x(i+1, j) \\ x(i, j) > x(i+1, j+1) \end{matrix} \right\} \quad (15)$$

也就是大于它周围的 8 个元素, 也就是虚线框(这里称之为窗)中的最大元素。当然, 如果只是用这个条件寻找峰值, 会找到很多个, 原因可以从图 2 看出来。

可见, 尽管应该搜到的谱峰应为“1”和“2”, 但用式(15)的方法会搜到“1”, “2”, “3”, “4”, “5”, “6”, …。而且“3”的峰值甚至大于“2”的峰值。如何去掉这些虚假的谱峰呢? 分两种情况讨论:

(1) 对于“4”, “5”, “6”等这样的谱峰可以采用设定门限的方法剔除;

(2) 对于“3”这样的谱峰由于它的值比“2”的都大, 所以不能采用情况(1)的方法解决。前面提到谱峰就是窗中最大的值, 如果把窗加大, 即由窗 1 变为窗 2(如图 2 所示), 则“3”这个虚假的峰值就被去掉了。

这就是可变窗谱峰搜索法的基本思想。

对于窗的选取, 可以这样进行: 首先可以选 3×3 的矩阵作为起始窗(也称为最小窗); 然后以 5×5 , 7×7 , … 改变窗的大小。直到满足要求为止。

对于门限的选取, 可以这样进行: 首先可以设定门限 $x_{th} = (1/2)\max(X)$ ($\max(X)$ 为矩阵 X 的最大元素), 以最小窗(3×3)搜索。如果搜到的谱峰少于要求的数量, 则减小门限; 反之则加大门限。直到满足要求为止。

下面总结一下可变窗谱峰搜索法的步骤:

步骤 1 设定需要得到的峰值个数 N_{need} , 最大峰值个数 N_{max} (建议取 $N_{max} = 2N_{need}$);

步骤 2 找到矩阵 X 的最大元素 $\max(X)$, 设定初始门限 $x_{th} = (1/2)\max(X)$;

步骤3 在初始门限 x_{in} 的约束条件下, 以最小窗 (3×3) 搜索。如果搜到的谱峰数量小于 N_{max} , 则减小门限后重新搜索; 反之则加大门限重新搜索。直到搜到的谱峰数量等于 N_{max} ;

步骤4 加大窗继续搜索, 直到搜到的谱峰数量等于 N_{need} ;

步骤5 记录各谱峰的位置 $(i_1, j_1), (i_2, j_2), \dots, (i_{N_{need}}, j_{N_{need}})$ (也就是各峰值在矩阵 X 中的行、列号);

步骤6 然后根据关系式(14)得到对应的 $(\alpha_i, u_i), (\alpha_{i_2}, u_{i_2}), \dots, (\alpha_{i_{N_{need}}}, u_{i_{N_{need}}})$ 。

5 仿真结果

首先记 LFM 信号 $s(t) = \exp[j2\pi(f_0 t + (1/2)mt^2)]$, $s_1(t) = \{s(t) | m = 2, f_0 = 100\text{MHz}\}$, $s_2(t) = \{s(t) | m = 3, f_0 = 120\text{MHz}\}$, $s_3(t) = \{s(t) | m = 4, f_0 = 150\text{MHz}\}$ 。

5.1 单分量信号的检测

对于单分量 LFM 信号 $s_1(t)$ 的分数阶傅里叶变换的功率谱的三维图形如图 3 所示。搜索峰值可得 $(\alpha, u) = (-0.4650, -0.4529 \times 10^8)$, 由式(12)、式(13)可得 $m = -\cot\alpha = 1.9933$, $f_0 = u \csc\alpha = 1.0100 \times 10^8 \text{Hz} = 101.00\text{MHz}$ 。

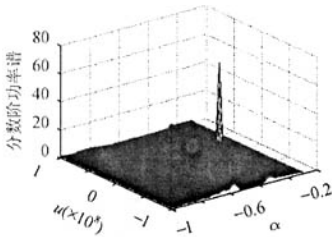


图3 单分量信号分数阶傅里叶变换的功率谱

5.2 多分量信号的检测

对于两分量 LFM 信号 $s_1(t) + s_3(t)$ 的分数阶傅里叶变换的功率谱的三维图形如图 4 所示。搜索峰值可得 $(\alpha_1, u_1) = (-0.4600, -0.4637 \times 10^8)$, $(\alpha_2, u_2) = (-0.2400, -0.3534 \times 10^8)$, 由式(12)、式(13)可得 $m_1 = -\cot\alpha_1 = 2.0184$, $f_{01} = u_1 \csc\alpha_1 = 1.0445 \times 10^8 \text{Hz} = 104.45\text{MHz}$, $m_2 = -\cot\alpha_2 = 4.0864$, $f_{02} = u_2 \csc\alpha_2 = 1.4867 \times 10^8 \text{Hz} = 148.67\text{MHz}$ 。

对于三分量 LFM 信号 $s_1(t) + s_2(t) + s_3(t)$ 的分数阶傅里叶变换的功率谱的三维图形如图 5 所示。搜索峰值可得 $(\alpha_1, u_1) = (-0.4550, -0.4737 \times 10^8)$, $(\alpha_2, u_2) = (-0.3250, -0.3612$

$\times 10^8)$, $(\alpha_3, u_3) = (-0.2500, -0.3744 \times 10^8)$ 。由式(12)、式(13)可得 $m_1 = -\cot\alpha_1 = 2.0440$, $f_{01} = u_1 \csc\alpha_1 = 1.0779 \times 10^8 \text{Hz} = 107.79\text{MHz}$, $m_2 = -\cot\alpha_2 = 2.9678$, $f_{02} = 1.1312 \times 10^8 \text{Hz} = 113.12\text{MHz}$, $m_3 = -\cot\alpha_3 = 3.9163$, $f_{03} = u_3 \csc\alpha_3 = 1.5133 \times 10^8 \text{Hz} = 151.33\text{MHz}$ 。

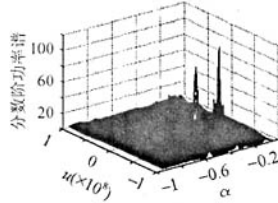


图4 两分量信号分数阶傅里叶变换的功率谱

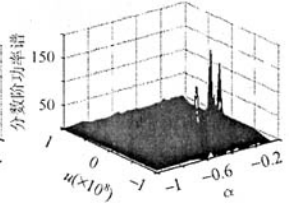


图5 三分量信号分数阶傅里叶变换的功率谱

6 结束语

从仿真结果可以看出, 分数阶傅里叶变换对线性调频信号具有很好的侦察效果。这是因为分数阶傅里叶变换是线性变换, 克服了双线性变换的交叉项干扰。仿真也证明了可变窗谱峰搜索法的有效性。

参考文献

- [1] Namias V. The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics. *J. Inst. Math. Appl.*, 1980, 25: 241 - 265.
- [2] Almeida B. The fractional Fourier transform and time-frequency representation, *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 21(11): 3084 - 3091.
- [3] 张贤达, 保铮. 非平稳信号分析与处理. 北京: 国防工业出版社, 1998年, 第1版: 186 - 223.
- [4] 王宏禹. 非平稳随机信号分析与处理. 北京: 国防工业出版社, 1999年, 第1版: 112 - 122.

黄光明: 男, 1975年生, 博士生, 主要从事信号处理、电子对抗等研究。
 赵惠昌: 男, 1958年生, 教授, 博士生导师, 主要从事无线电引信系统、无线电引信干扰与抗干扰技术研究。近5年来, 在各类刊物、学会上独立或合作发表论文近40篇。
 熊刚: 男, 1977年生, 博士生, 主要从事信号处理、数字仿真等研究。
 王李军: 男, 1978年生, 博士生, 主要从事信号处理、GPS等研究。