

# 电子枪发射电流的数值计算\*

张水顺 朱协卿

(中国科学院电子学研究所)

## 提 要

本文根据热电子发射的统计理论,运用无穷大平板二极管中考虑电子纵向热速度效应的电位状态与普通电子枪中阴极前面的电位状态相等效的处理方法,编写了电子枪的计算机程序,得到了计算的电子枪发射电流值与实测的电流值相一致的结果。文中还通过计算分析指出,在计算电子束管电子枪的发射电流时,必须考虑电子的纵向热速度效应,其计算的电流值比 $3/2$ 次方定律的电流值大,且更接近实测结果;微波管强流电子枪中,电子纵向热速度效应在低工作电压下比在高工作电压下影响大些,但总的来说,比在电子束管中的影响小得多;电子纵向热速度效应对发射电流的影响随阴极的发射电流密度与阴极发射本领差别的增大而增加,但当这一差别大于一定值后,这种影响的大小趋于恒值。

## 一、引 言

目前, $3/2$ 次方定律已被广泛用来计算阴极处于空间电荷限制条件下的电子枪的发射电流\*\*,在一些场合下,获得了很好的结果。但是,由于它忽略了电子的纵向热速度效应,所以,在那些电子纵向热速度效应显著的情况下,运用这一定律将造成较大的偏差。例如:在我们计算某电子束管的调制特性曲线时,曾发现,用 $3/2$ 次方定律的结果比实测结果小,尤其是在低的工作电压下,前者可以小到只有后者的三分之一。

所谓电子纵向热速度效应指的是,由于电子无规则的热运动,使电子以一定的初速(仅考虑垂直于阴极面方向的,即纵向的速度)分布离开电子枪的阴极,因而改变了电子枪内的电位分布和电子枪发射电流的大小。关于电子热速度效应问题,很早就引起了许多学者的注意,并已做了大量的有益的工作,文献[1]作了系统的综述,这里不再赘述。但是,在电子枪发射电流的数值计算方面,我们见到的报道尚不多,而这方面的工作,实为工程设计所必需。本文根据热电子发射的统计理论,采用文献[1,2]中给出的公式,在计算机程序中,合理地考虑了电子纵向热速度对阴极发射密度、阴极发射面大小、电子运动轨迹和空间电荷等问题的影响,使计算结果在相当大的工作电压范围内与实测结果吻合得很好。

本文提出的考虑电子纵向热速度后,电子枪发射电流的数值计算处理方法,具有一定

\* 1982年12月17日收到。

\*\* 从电子枪的阴极支取出来的电流,本文称为电子枪的发射电流,相应的阴极电流密度称为阴极发射密度,对此电流有贡献的阴极面称为阴极发射面。

的普遍性. 利用本程序可获得与实际相一致的电子枪的发射电流值, 还可获得实际中难以测量的阴极发射面上的发射密度分布的情况.

除特殊说明外, 全文采用 MKS 实用单位制.

## 二、考虑电子纵向热速度效应的电子枪发射电流的数值计算方法

众所周知, 阳极电压为  $V_a$ , 极间距离为  $Z_a$ , 阴极工作温度为  $T$ , 阴极发射本领为  $J_T$  的无穷大平板二极管的阴极发射密度  $J_a$  与空间电位  $V$  之间的关系为:

$$\varepsilon + \varepsilon_m = \begin{cases} \int_r^{\tau_c} \frac{d\gamma}{f_1(\gamma)}, & \text{当 } Z < Z_m; \\ \int_0^{\tau_c} \frac{d\gamma}{f_1(\gamma)} + \int_0^r \frac{d\gamma}{f_2(\gamma)}, & \text{当 } Z > Z_m; \\ \int_0^{\tau_c} \frac{d\gamma}{f_1(\gamma)}, & \text{当 } Z = Z_m; \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $Z$  是所考察的点到阴极面的距离;  $\varepsilon = K_1 \sqrt{J_a} Z - \varepsilon_m$ , 可称为归一化距离;

$$\varepsilon_m = K_1 \sqrt{J_a} Z_m;$$

$\gamma = K_2 V + \gamma_c$ , 可称为归一化电压;  $\gamma_c = \ln J_T / J_a = -\frac{eV_m}{kT}$ ;  $Z_m$  和  $V_m$  见图 1;

$$K_1 = (4 \sqrt{\pi} \eta / \varepsilon_0 \Theta_0^3)^{\frac{1}{2}}; K_2 = e/kT;$$

$$f_1(\gamma) = [\exp(\gamma) - 1 + \exp(\gamma) \operatorname{erf}(\gamma^{\frac{1}{2}}) - 2(\gamma/\pi)^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}};$$

$$f_2(\gamma) = [\exp(\gamma) - 1 - \exp(\gamma) \operatorname{erf}(\gamma^{\frac{1}{2}}) + 2(\gamma/\pi)^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}};$$

$\operatorname{erf}(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-u^2} du$  是误差函数;  $\varepsilon_0$  是真空中介电常数;  $\Theta_0 = (2kT/m)^{\frac{1}{2}}$ , 称为最可

几速率;  $k$  是玻耳兹曼常数;  $m$  是电子的静止质量;  $e$  是电子电荷(绝对值);  $\eta$  是电子的荷质比.

在图 1 中,  $Z < Z_m$  的区域称为第 I 区,  $Z > Z_m$  的区域称为第 II 区.

在计算机程序中, 首先把阴极划分为许多小的发射元, 在阴极表面附近, 把每个小发射元看成是某个无穷大平板二极管的一小部分, 假想阳极可选在阴极前第 2 或第 3 个网格上; 其次, 根据假想阳极的电位和阴极到假想阳极间的距离, 利用 (1) 式, 算出阴极的发射密度  $J_a$  和二极管内的电位分布. 跟以前常用的电子枪程序相比, 只是去掉程序中用 3/2 次方定律求阴极发射密度和在阴极前按 4/3 次方进行电位插值的部分, 换上用上述方法求阴极发射密度和进行电位插值的部分. 现就有关问题分述如下.

1. 计算阴极发射密度  $J_a$  和阴极前电位分布 已知假想阳极电位  $V_a$  和位置  $Z_a$ , 则阴极发射密度和电位分布满足下列方程:

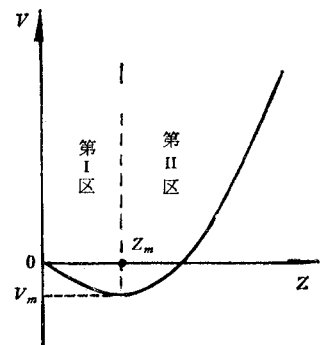


图 1 无穷大平板二极管中的电位分布

$$\left. \begin{aligned} K_1 \sqrt{J_a Z_a} &= \int_0^{r_c} \frac{d\gamma}{f_1(\gamma)} + \int_0^{r_a} \frac{d\gamma}{f_2(\gamma)}, \\ r_c &= \ln J_T / J_a, \\ r_a &= K_2 V_a + r_c. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

通常,采用牛顿迭代法<sup>[2]</sup>来解方程组(2),而我们采用另一种简便方法.首先求出最小的发射密度值  $J_{amin}$  (见下节),然后,在  $J_{amin}$  和  $J_T$  之间,利用(2)式求出一系列  $J_a$  对应的  $V_a$ ,最后,用插值法来求离散点以外的  $V_a$  所对应的  $J_a$ .当  $J_a > J_T$  时,表明二极管工作在温度限制的条件下,程序中取  $J_a = J_T$ .为节省在程序中求(2)式积分的时间,我们先用辛普生积分法算出离散点的数值,供运算时插值.在积分的上限为很大或很小的场合,我们把积分表示成渐近公式.

有了  $J_a$  和  $V_a$  的对应值之后,阴极到假想阳极之间网格节点的电位值可以简单地由(1)式求出.

2. 二极管截止发射的判断和假想阳极位置的选取 按照热发射的统计理论,即使二极管中的最低电位比阴极电位低很多,总会有一部分初能量相当高的电子能够离开阴极而到达阳极.实际计算时,逐个求出各个阴极小发射元的发射密度,如果求得的阴极发射密度足够小以致于小于某一小量(记为  $J_{amin}$ ),我们就忽略此发射元对阴极发射电流的贡献,并认为,这个阴极发射密度的最小值( $J_{amin}$ )对应于假想阳极处于  $Z_m$  的位置的情况,即此时,二极管只有图1中的第I区,  $Z_a = Z_m$ ,所对应的假想阳极的电压(记为  $V_{amin}$ )  $V_{amin} = V_m$ ,我们称之为截止电压.

利用(2)式得:  $J_{amin} = \left[ \int_0^{r_c} \frac{d\gamma}{f_1(\gamma)} \right]^2 / (K_1 Z_a)^2$  由于此时  $r_c$  很大,所以采用积分的渐近式,即

$$\int_0^{r_c} \frac{d\gamma}{f_1(\gamma)} = \int_0^{r_0} \frac{d\gamma}{f_1(\gamma)} + \int_{r_0}^{r_c} \frac{d\gamma}{f_1(\gamma)} \approx F_c(r_0) + \sqrt{2} [\exp(-r_0/2) - \exp(-r_c/2)]$$

式中,  $F_c(r_0) = \int_0^{r_0} \frac{d\gamma}{f_1(\gamma)}$ ,  $r_0$  是程序中用辛普生积分法给出积分值时所用的最大  $r$  值;一般情况下,我们取  $r_0 = 3.0$ .最后,  $J_{amin}$  可以表示为:

$$J_{amin} = [F_c(r_0) + \sqrt{2} \exp(-r_0/2)]^2 / (K_1 Z_a + \sqrt{2/J_T})^2. \quad (3)$$

从(3)式可知,不同的阴极发射本领  $J_T$ ,不同的阴极工作温度  $T$ ,不同的  $Z_a$ ,将得到不同的  $J_{amin}$  (亦即得到不同的截止电压  $V_{amin}$ ).因此,适当的选取  $Z_a$  是重要的.当假想阳极选得太近于阴极 ( $Z_a$  太小),会使求得的  $J_{amin}$  (以及  $V_{amin}$ ) 偏高.此种情况意味着,有比较多的电子枪发射电流在计算中被略去,结果与实际情况的差别较大;当假想阳极选得距阴极太远,实际电子轨迹在二极管内就有可能弯曲,这与无穷大平板二极管的条件不符,同样造成计算上的误差.一般地说,如果电子轨迹在阴极前弯曲不厉害,可以选  $Z_a$  大些.在我们的工作中,选取假想阳极位于距离阴极两个网格的地方.

### 三、计算机结果

本节采用与实测结果相比较的方法给出计算机结果.在实际工作中非常渴望知道的

阴极面上的发射密度分布情况是实测中难以测量到的,采用本程序则可以计算出来。

在电子束管整个调制特性曲线族这样宽的工作电压范围内,把计算结果与实测结果比较,可以看出计算机程序所依据的模型和所采用的计算方法的准确程度。

图 2 中的实线是某电子束管调制特性曲线族的实测结果,“ $\otimes$ ”是本程序计算的结果。图中  $V_{a1}, V_{a2}$  分别为电子枪的第一、二阳极电压。从图中看出,在整个调制特性曲线族范围内,两种结果吻合得较好,最大偏差小于 20%。

图 3 是 Moss 枪的一条调制特性曲线<sup>[3]</sup>。枪的参量是,  $t/D = 0.2$ ,  $B/D = 0.6$ ,  $f/D = 0.5$ 。计算时,取  $J_T = 5.0 \text{ A/cm}^2$ ,  $V_a = 500 \text{ V}$ ,  $T = 1100 \text{ K}$ 。从图中看出,考虑了电子的纵向热速度效应之后,计算机结果(图中的“ $\otimes$ ”点)与 Moss 的测量结果(图中的实线)吻合得很好。特别要指出的是,截止电压数值非常接近, Moss 测得的截止电压为  $-60 \text{ V}$ , 而计算机结果为一  $57 \text{ V}$ 。

用  $3/2$  次方定律计算的电子枪发射电流值与实测值差别较大,将在下节中给出。

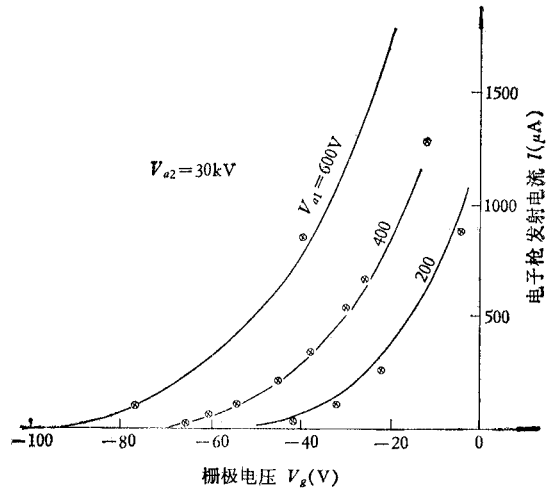


图 2 某一电子束管电子枪的调制特性曲线族

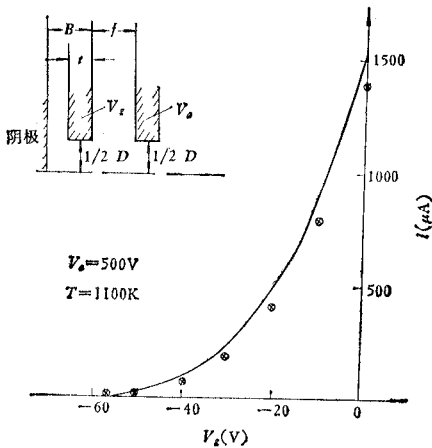


图 3 MOSS 枪的调制特性曲线

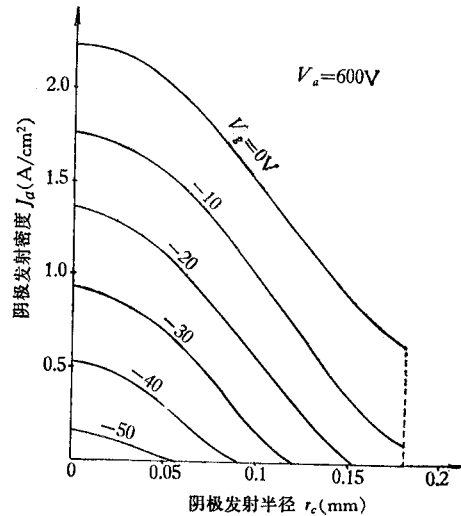


图 4 考虑电子纵向热速度效应后,不同栅压下的阴极发射密度分布

图 4 是 Moss 枪在调制过程中阴极发射面上的阴极发射密度分布的计算机结果。这一电子枪的电极尺寸同图 3, 它的阴极发射面限制在  $r_c = 0.18 \text{ mm}$  以内, 所以, 当栅压高于  $-10 \text{ V}$  时, 整个阴极发射面都有发射, 随着栅极电压的降低, 阴极的发射面逐渐缩小, 发射区内的发射密度值也随之下降, 直至截止。图 4 给出了定量的结果, 从图中可方便地

计算出在某栅压下,最大发射密度值与平均发射密度值之比,因而,给设计者选择阴极类型提供了依据.

### 四、结果讨论

尽管电子纵向热速度效应在所有电子枪中是存在的,但在不同的具体场合下,影响的程度是不一样的.现就三个具体问题讨论如下.

1. 在电子束管电子枪中的情况 在电子束管的电子枪中,由于阴极发射面随工作电压而变(图4),因此,考虑电子纵向热速度效应与3/2次方定律的结果之间偏差较大(我们称之为热速度影响较严重).

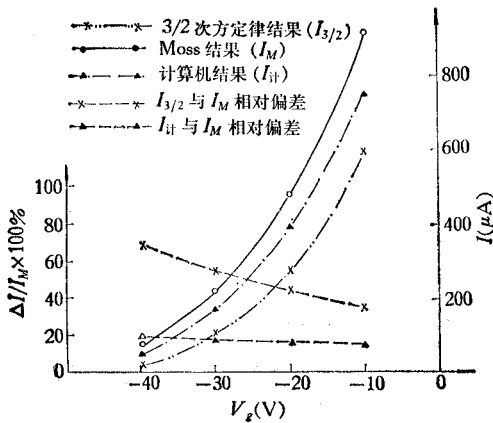


图5 电子束管电子枪中电子纵向热速度的影响

图5中画出了Moss结果、本程序的计算机结果和3/2次方定律的结果随栅压变化的情形.电极参量和工作状态与图3相同.从图中看出,用本程序计算的电流值大,且更接近Moss结果.图中的虚线是它们的相对偏差.可以看出,本程序的计算结果与Moss值的相对偏差不大于20%,而3/2次方定律的结果与Moss值的相对偏差则大得多,尤其是在低的工作电压下,这一偏差超过了68%,亦即Moss值是3/2次方定律结果的三倍.

2. 强流电子枪中的情况 一般强流电子枪的阴极发射面大小不随工作电压而变,所以,当工作电压变化时,电子纵向热速度的影响要比电子束管中小些.图6是不同导流系数下,考虑电子纵向热速度效应后的电流值与3/2次方定律结果的相对偏差.电极尺寸如图3所示,具有固定的阴极发射半径  $r_c = 0.1\text{mm}$ .在所计算的例子中,当导流系数  $P > 0.1\mu\text{p}$  时,相对偏差小于2%.

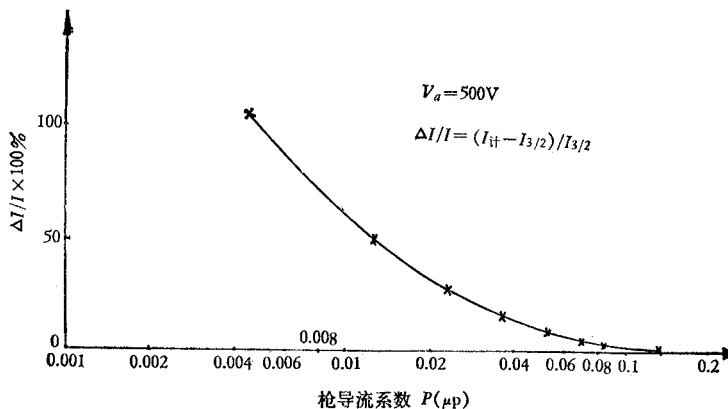


图6 不同导流系数下,电子枪中电子纵向热速度的影响

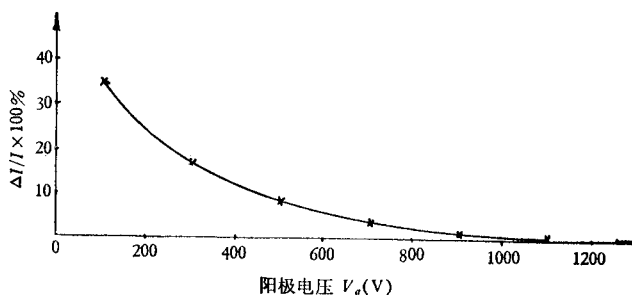


图7 不同阳极电压下,电子纵向热速度对发射电流的影响

图7是在同一导流系数下,电子纵向热速度对发射电流的影响随阳极电压  $V_a$  变化的情形. 所计算的例子是,平面阴极电子枪,枪的导流系数为  $1.60\mu p$ . 从图中可知,在同一导流系数下,电子纵向热速度的影响随阳极电压的上升而下降,在较低的阳极电压下,考虑电子纵向热速度效应的电流值与  $3/2$  次方定律的电流值的相对偏差超过了 30%. 在所计算的例子中,当阳极电压超过 1000V 时,这种相对偏差下降到 1% 以下.

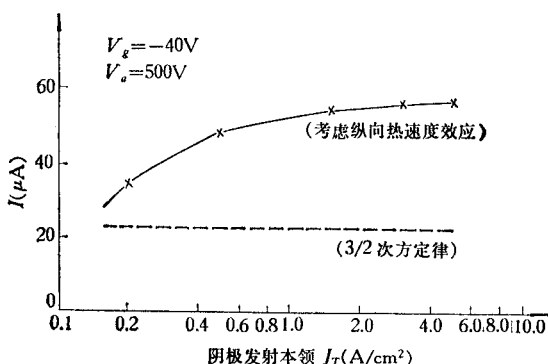


图8 不同阴极发射本领下,电子纵向热速度的影响

3. 不同阴极发射本领的情况 图8是 Moss 枪(见图3)的阴极发射本领变化时,考虑电子纵向热速度效应时的发射电流值与  $3/2$  次方定律的电流值的比较. 从图中可知,阴极发射本领越大,这两个值的偏差也越大. 但当发射本领大于某一定值后(例如在所计算的例子中,  $J_c > 3.0\text{A}/\text{cm}^2$  时),这两个值的偏差趋于恒定.

## 五、结 论

本文根据热电子发射的统计理论,运用无穷大平板二极管中考虑电子的纵向热速度效应后的电位分布与普通电子枪阴极面前的电位分布相等效的处理方法,编写了计算机程序,得到了与实测值基本一致的发射电流计算值以及阴极面上的发射密度分布. 文中还对电子纵向热速度对电子枪发射电流的影响,作了计算分析和讨论,结果为:

1. 考虑电子纵向热速度效应时的计算电流值比按  $3/2$  次方定律计算的电流值大,且更接近于实测结果;
2. 电子纵向热速度的影响在电子束管的电子枪中比在强流电子枪中更显著;
3. 电子枪阴极的发射密度比阴极发射本领小得多时,电子纵向热速度的影响更严重些.

本文图2的测量结果是张金忠、庄寿雨同志提供的,在此表示感谢.

## 参 考 文 献

- [1] 朱协卿,电子束热速度效应综述,1979年,中国科学院电子学研究所内部报告.  
[2] 二宫敬虔、浦野忠矢和大越孝敬,电子通信学会论文誌,54-B(1971), 490.  
[3] H. Moss, *Narrow Angle Electron Gun And Cathode Ray Tubes*, 1968, Academic Press., pp. 15-24.

## NUMERICAL COMPUTATION OF THE EMISSION CURRENT IN AN ELECTRON GUN

Zhang Shuishun, Chu Xieqing

*(Institute of Electronics, Academia Sinica)*

A computer program for calculating emission current in an electron gun has been worked out, and good agreement between calculations and experiments has been achieved. The computation model is based on the statistical theory of thermal electron emission, and the potential distribution in front of the cathode is equivalent to that of an infinite planar diode in which the effect of the longitudinal thermal velocity of electron (ELTVE) is included.

It is shown by the computation:

1. In the case of CRT, the ELTVE must be taken into account. The calculated currents are greater than that estimated by the 3/2 power law and are closer to experimental results than in the latter case.
2. In high density gun, the ELTVE is noticeable when it works at low voltage, but on the whole it is much smaller than in a CRT gun.
3. The ELTVE becomes significant as the difference between the operating current density and the cathode loading limit increases, and the effect remains unchanged when the difference is beyond a certain value.