

耦合腔结构的相互作用阻抗的计算*

宋文森 李镇淮 陈秀岚 吴静贤

(中国科学院电子学研究所)

1. 引言 相互作用阻抗是行波管设计中一个十分重要的参量。在耦合腔行波管中, 由于电路结构的复杂性, 迄今还没有一种分析方法能够精确地计算其相互作用阻抗。所以通过冷测来计算相互作用阻抗几乎还是唯一实用的方法。虽然利用谐振法测量耦合腔结构的 ω - β 图和用频率微扰法来测量电场已经是成熟的方法, 但是如何从测量的结果来计算相互作用阻抗却仍是一个正在探索的问题^[1,2]。本文讨论了从大微扰的测量结果, 利用 Kosmahl 的电路模型^[3], 来计算总的相互作用阻抗和负一次谐波耦合阻抗的方法; 并给出了一个计算机程序, 可以直接从冷测的频率、相移和频偏这三组输入数据计算出相互作用阻抗。这一阻抗计算的程序直接与大信号相互作用的程序相联接, 就可以从相互作用的计算结果来验证这一相互作用阻抗的测试、分析和计算方法的有效性。

2. 计算公式 在大信号理论中, 需要的是总的相互作用阻抗 Z_c , 它可以表示为:

$$Z_c = \frac{|V_G|^2}{2P}, \quad (1)$$

这里 P 为功率流, V_G 为隙缝电压。为了计算 Z_c , 必须先得到频偏与电场之间的关系, 从微扰理论可得:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\int_{\Delta V} (\mathbf{eD} - \mathbf{Ed})dv}{\int_V (\mathbf{ED} + \mathbf{HB})dv}, \quad (2)$$

这里 $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{D}, \mathbf{B}$ 为无微扰时的本征场, $\mathbf{e}, \mathbf{h}, \mathbf{d}, \mathbf{b}$ 为微扰体插入后引起的场增量, v 为整个腔链体积, ΔV 为微扰体的体积。把半径为 r_m 、相对介电常数为 ϵ' 的介质棒微扰体从轴上插入谐振腔链时, 如忽略场的径向分量, (2) 式可化为:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{-\epsilon_0(\epsilon' - 1)\pi r_m^2 \int_0^l E^2(z)dz}{4W_0}. \quad (3)$$

为了与大信号计算时的电场模型相一致, 这里取 E 为微扰体上的平均纵向场, l 是腔链的长度, W_0 是总储能。如果令单位长度的储能为 w , 则

$$W_0 = 2wl. \quad (4)$$

代入功率流与 w 的关系: $P = wv_g(v_g$ 为群速), 整理后得:

$$P = \frac{-\epsilon_0(\epsilon' - 1)\pi r_m^2 v_g \int_0^l E^2 dz}{8\Delta\omega/\omega l}. \quad (5)$$

* 1982年9月6日收到。

采用 Kasmahl 模型,可以得到:

$$E(z) = -\frac{\mu V_G}{Ll_G \sinh(\mu)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{c_n(\mu, \beta_n) I_1(v_n r_m)}{v_n r_m I_0(v_n r_a)} 2 \cos(\beta_n z), \quad (6)$$

其中

$$c_n(\mu, \beta_n) = \frac{2l_G [\mu \sinh(\mu) \cos(\beta_n l_G) + \beta_n l_G \cosh(\mu) \sin(\beta_n l_G)]}{\mu^2 + (\beta_n l_G)^2}, \quad (7)$$

$$\beta_n = \beta_0 + \frac{2n\pi}{L}, \quad (8)$$

$$v_n = \sqrt{\beta_n^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}. \quad (9)$$

令:

$$W_n(r_m) = \frac{\mu}{Ll_G \sinh(\mu)} \frac{c_n(\mu, \beta_n) I_1(v_n r_m)}{v_n r_m I_0(v_n r_a)}, \quad (10)$$

其中 r_a 为漂移管内径, L 为腔周期长度, l_G 为隙缝宽度的一半, μ 为场形系数. 把 W_n 代入 (6) 式, 利用三角函数的正交性得:

$$\int_0^l E^2(z) dz = 2lV_G^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_n^2(r_m). \quad (11)$$

把 (11) 式入 (5) 式, 并和 (1) 式比较就可得到:

$$Z_c = \frac{2\Delta\omega/\omega}{-\varepsilon_0(\varepsilon' - 1)\pi r_m^2 v_g \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_n^2(r_m)}. \quad (12)$$

另一个使人感兴趣的是负一次谐波的耦合阻抗. 假定电子注半径为 r_b , 在半径为 r_b 的电子注上电路的负一次谐波的平均电场为:

$$E_{-1}(z) = -\frac{\mu}{Ll_G \sinh(\mu)} \frac{c_{-1}(\mu, \beta_{-1}) I_1(v_{-1} r_b)}{v_{-1} r_b I_0(v_{-1} r_a)} V_G e^{-i\beta_{-1} z}. \quad (13)$$

同样令:

$$W_{-1}(r_b) = \frac{\mu}{Ll_G \sinh(\mu)} \frac{c_{-1}(\mu, \beta_{-1}) I_1(v_{-1} r_b)}{v_{-1} r_b I_0(v_{-1} r_a)}, \quad (14)$$

得:

$$E_{-1}(z) = V_G W_{-1}(r_b) e^{-i\beta_{-1} z}. \quad (15)$$

根据定义:

$$Z_{-1} = \frac{E_{-1}^2}{2\beta_{-1}^2 P} = Z_c \frac{W_{-1}^2(r_b)}{\beta_{-1}^2}. \quad (16)$$

我们就是用 (12) 和 (16) 式来计算总的和负一次谐波的耦合阻抗的. 对于我们所用的近似方法希望 r_m 和 r_b 之间的差别不要太大.

3. 程序设计 程序设计的主要问题是群速度的计算问题. 群速度

$$v_g = d\omega/d\beta. \quad (17)$$

如采用一般的数值微商的方法从测量的 ω 和 β 值求导数会引入不能允许的误差. 因而必

须先对 ω - β 曲线进行函数拟合. 我们假定:

$$\cos \beta L = A_0 + A_1 f^2 + A_2 f^4. \quad (18)$$

$\{A_i\}$ 为待求系数. 如果有 N 个取样点, 即 $\{\beta_i\}$ 和 $\{f_i\} (i = 1, \dots, N)$ 是已知的. 令:

$$Y_j = \cos \beta_j L, \quad j = 1, \dots, N \quad (19)$$

和

$$X_j = f_j^2, \quad j = 1, \dots, N, \quad (20)$$

则 (18) 式变为标准的二次多项式

$$Y_j = A_0 + A_1 x_j + A_2 x_j^2, \quad j = 1, \dots, N. \quad (21)$$

对于这种二次多项式, 我们采用标准的最小二乘法的拟合程序^[4]. 求出了 $\{A_i\}$ 以后, 我们把 $\{\beta_j\}$ 作为自变量, 找出拟合后的频率 $\{f_i\}$

$$f_i = \sqrt{\frac{-A_1 + \sqrt{A_1^2 + 4A_2(A_0 - \cos \beta_i L)}}{2A_2}}. \quad (22)$$

我们还采用多种函数形式来代替 (18) 式进行拟合, 发现其均方误差均大于 (18) 式的结果. 这是因为 (18) 式所表示的色散特性和 Curnow^[5] 的等效电路模型相符. 从 A_0 , A_1 和 A_2 还可用来计算等效电路参量. 这些等效电路参量又可用来计算耦合腔电路的特性阻抗^[6].

在实际计算中为了防止溢出和减少计算误差, 频率 f 以 GHz 作单位, 且函数拟合部分的计算程序中采用了双精度量. 群速的公式可以表示为:

$$v_g = -\frac{2\pi 10^9 L \sin(\beta L)}{2A_1 f + 4A_2 f^3}. \quad (23)$$

4. 计算结果和讨论 我们计算了自己研制的 3cm 耦合腔行波管电路的总作用阻抗和负

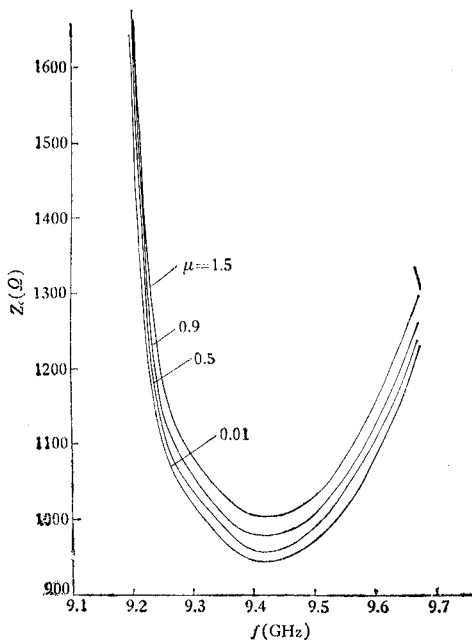


图 1 总相互作用阻抗 Z_c 与频率的关系

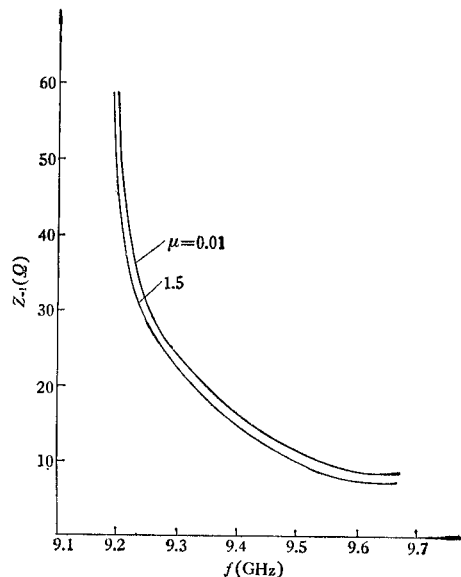


图 2 负一次谐波耦合阻抗与频率的关系

一次谐波的作用阻抗。场形系数 μ 从 0.01 变到 1.5。实际进行大信号计算时,取

$$\mu = 0.7.$$

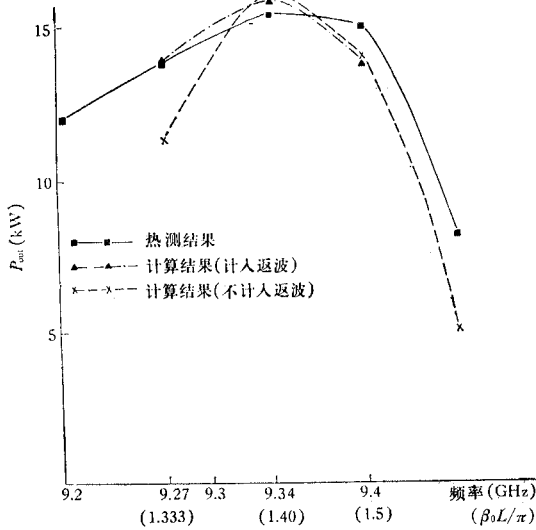


图3 3cm 耦合腔行波管热测和计算结果的比较

结果表明两者相差很小。从理论上说,后者更合理,但为了和一维的大信号计算模型相一致就采用了前者。如果对 E^2 求平均,那么在大信号计算中也应对场作类似的修正,但由于计算中发现两者差别极小,所以未做这一修正。

总阻抗的计算结果示于图 1。总阻抗值在 $1k\Omega$ 上下, μ 越大, Z_c 也越大。而对于负一次谐波的耦合阻抗则相反, μ 大, Z_{-1} 反而小些,但差别很小(见图2)。图 3 是利用这一阻抗进行的大信号计算结果,并与测试结果进行了比较^[7]。从结果来看,阻抗的计算还是比较合理的。

在我们的程序中还给出了另一种假定下的阻抗计算,即当处理场在 r 方向的分布时,不先对电场 E 取平均,而对 $E^2(r)$ 取平均。这时只需把上面公式中所有的 $(I_1(\nu_n r)/\nu_n r)^2$ 用

$$[I_0^2(\nu_n r) - I_1^2(\nu_n r)]/4$$

来代替就行了(r 代表 r_m 或 r_b)。计算

参 考 文 献

- [1] 四机部微波管设计手册编委会编,耦合腔行波管设计参考资料(内部资料),1977年。
- [2] J. Connolly, *IEEE Trans. on ED* ED-23 (1976), 491.
- [3] H. G. Kosmahl, et al., *IEEE Trans. On ED*, ED-20 (1973), 621.
- [4] 中国科学院沈阳计算技术研究所编,电子计算机常用算法,科学出版社,1976年,第450页。
- [5] H. J. Curnow, *IEEE Trans. on MTT*, MTT-13 (1965), 671.
- [6] 中国科学院电子学研究所 D2016 组,电子学通讯,1975年,第4期,第40页。
- [7] 宋文淼等,耦合腔行波管的大信号理论和计算,1982年全国电真空专业学术年会论文。

INVESTIGATION ON THE INTERACTION IMPEDANCE OF THE COUPLED-CAVITY STRUCTURE

Song Wenmiao, Li Zhenhuai, Chen Xiulan, Wu Jingxian

(Institute of Electronics, Academia Sinica)

The formula and program for calculating the total and negative first harmonic interaction impedance from the data of "large perturbation measurement" are given. This program is a part of the programs for CCTWT design.