第 23 卷 第 11 期 电子与信息学报 Vol.23 No.11
2001 年 11 月 JOURNAL OF ELECTRONICS AND INFORMATION TECHNOLOGY Nov. 2001

G 神经网络函数映射能力的构造性证明 [1]

韦 岗 田传俊

(华南理工大学电子与信息学院 广州 510641)

摘 要 该文研究了 G 神经网络的函数映射能力，给出了前馈 G 神经网络映射任意 G 型多项式的构造性证明．采用该文的方法映射同一个多项式，所用的神经元数目可少至以往方法的 $2/(n+1)$ ，其中 n 是 G 型多项式的次数．

关键词 神经网络， G 神经网络，函数映射， G 型多项式

中图号 TN-052

1 引 言

神经网络的函数映射能力是其实际应用的重要基础之一．目前经研究发现有多种神经网络具有良好的函数映射能力，如多层前馈网络 (MLP) ，径向基网络 (RBF) ，随机神经网络等 [1−5] 都可逼近任意连续函数．

Gelenbe 等在文献 [6-10] 中详细研究了一种特殊的随机神经网络，简称 GNN 或 G 网．它是一时间连续、状态离散的模型，其工作方式与实际生物神经网络较为相似．研究表明 G 网有多种实际用途，如可用于最优化、模式识别、图像压缩等，其优点是易于进行数值计算．本文将讨论 G 网的函数映射能力，首先介绍几种常用的 G 网结构．

1.1 单枝和分枝前馈 G 网的结构

G 网是由若干个 G 型神经元或 G 元组成的，其结构如图 1 所示：图中 G 元在 t 时刻的状态 $k_i(t)$ 为非负整数； “入 + ” 和 “入 − ” 表示从网络外输入的正信号和负信号，并分别服从到达率为 $\Lambda(i)$ 和 $\lambda(i)$ 的普阿松过程； “进 1+ ” 和 “进 1− ” 表示从网络内另一个神经元输入到该元的正和负信号，可以有多个其它神经元同时输入该元；当状态 $k_i(t)>0$ 时，它会输出一个服从指数分布的随机信号，输出率为 $r(i)\geq 0$ ；“出 1+ ” 和 “出 1− ” 表示该元输出时，分别以概率 $p^+(i,j)$ 和 $p^-(i,j)$ 输给另一个神元 j 的正和负信号，可以同时输给多个神经元， $d(i)$ 表示输出信号离开网络的概率，满足 $\Sigma_j(p^+(i,j)+p^-(i,j))+d(i)=1$ ；并假设上述不同的随机过程是相互独立的；当正信号输入时，该元的状态 $k_i(t)$ 会加 1 ；当负信号输入或向其它神经元输出时，若 $k_i(t)>0$ ，则其状态减 1 ，否则不产生影响．将 G 元按不同方式连接起来可组成各种不同的 G 网．若将 G 元按通常多层前馈网络方式进行排列就可得前馈 G 网，其中常用的有单枝前馈 G 网，其结构见图 2 所示．对于有 n 个神经元的 G 网，有下面重要结果．

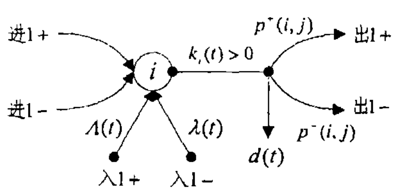

图 1 G 网的神经元结构

定理 1 对 n 元 G 网，记 $w^+(i,j)=r(i)p^+(i,j)$ 和 $w^-(i,j)=r(i)p^-(i,j)$ ，则方程组： $\lambda^+(i)=\Lambda(i)+\Sigma_jq_jw^+(j,i), \lambda^-(i)=\lambda(i)+\Sigma_jq_jw^-(j,i), i=1,\cdots,n,$ 存在非负解 $\lambda^+(i)\geq 0$ 和 $\lambda^-(i)\geq 0$ ，其中， $q_i=\lambda^+(i)/(r(i)+\lambda^-(i))$ ．

[1] 2000-01-07 收到， 2000-08-24 定稿
霍英东青年教师基金、国家自然科学基金（ 69772027 ）资助课题

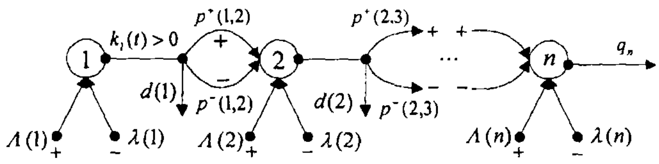

图 2　单枝前馈 G 网

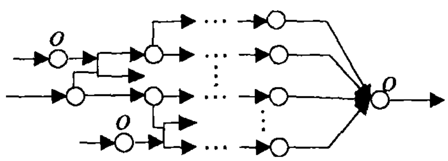

图 3 分枝前馈 G 网

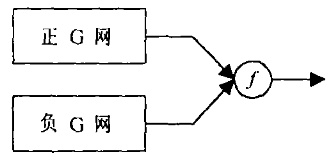

图 4　BG 网

分枝前馈 G 网是从单枝前馈 G 网中各 G 元分别引出一个或多个单枝前馈 G 网而得到的新 G 网，在各分枝上还可进行分枝，在它的最后或某些分枝前也可加一个输出或输入神经元 O，其结构图可见图 3，其中，圆圈表示 G 元。

1.2 双极 G 网或 BG 网的结构

双极 G 或 BG 网是由一个正 G 网和一个负 G 网组成，其中正 G 网就是上面介绍的 G 网；而负网则是由负 G 元组成的，负 G 元的结构与图 1 是相同的，但其参数的含义有所不同，如它的状态 $k_i(t)$ 为非正整数；当负信号输入时，其状态减 1；而当正信号输入或向其它神经元输出时，若 $k_i(t)<0$，则状态加 1，否则不产生影响；从第 i 个负 G 元发出的负信号到达第 j 个负 G 元的概率记为 $p^+(i,j)$，发出正信号的概率为 $p^-(i,j)$，离开网络的概率为 $d(i)$ 等，其它是类似的。BG 网的结构见图 4, f 表示某个连续函数。

Gelenbe 等在文献 [10] 中曾得到下面的结果。

定理 2　设 $f:[0,1]\mapsto R$ 是一个连续函数，则对任意的 $\varepsilon>0$, 存在一个多项式：

$$p(x)=c_0+c_1\left(\frac{1}{1+x}\right)+\cdots+c_m\left(\frac{1}{1+x}\right)^m=\sum_{i=0}^{m}c_i(1+x)^{-i},\qquad 0\le x\le 1 \tag{1}$$

使得 $\sup_{x\in[0,1]}|f(x)-p(x)|<\varepsilon$ 成立，其中 m 是一个自然数。

定理 3　设 $f:[0,1]^s\mapsto R$ 是多元连续函数，则对任意的 $\varepsilon>0$, 存在一个多元多项式：

$$p(x)=p(x_1,\cdots,x_s)=\sum_{m_1\ge 0,\cdots,m_s\ge 0,\sum_{v=1}^{s}m_v=m}c(m_1,\cdots,m_s)\prod_{v=1}^{s}\frac{1}{(1+x_v)^{m_v}} \tag{2}$$

使得 $\sup_{x_1,\cdots,x_s\in[0,1]}|f(x)-p(x)|<\varepsilon$ 成立，其中 $c(m_1,\cdots,m_s)$ 是系数，s 是一个自然数。

下面将形如 (1) 式和 (2) 式的多项式称为 G 型多项式。由定理 2 和 3 可知，在讨论网络逼近连续函数时，只需要讨论它能映射 G 型多项式即可。下面就来讨论这个问题。

2 前馈 G 和 BG 网的函数映射能力

设输入矢量为 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_s)$，因向量函数 $[0,1]^s\mapsto R^w$ 总能被分解成 w 个 $[0,1]^s\mapsto R$ 上的一元函数，故只需讨论多元连续函数的逼近问题。

对于 s 个输入，1 个输出，L 层的前馈 G 网络，用 (l,i) 表示第 l 层的第 i 个神经元，M_l 表示第 l 层神经元的个数，$l=1,2,\cdots,L$。前馈网络的构造方法如下 [10]：

(1) 在第一层中，设 $\Lambda(1,i)=x_i$, $\lambda(1,i)=0$, $r(1,i)=1$, $i=1,2,\cdots,s$, 于是 $q_{1,i}=x_i$；

(2) 在第 l 层中 $(l\geq 2)$, $\Lambda(l,i)$, $\lambda(l,i)$, $r(l,i)$, $w^+(\cdot,\cdot)$ 和 $w^-(\cdot,\cdot)$ 是可变的参数，第 l 层第 i 个神经元的“输出” $q_{l,i}$ 由下式给出，一般有 $q_{L,1}\in[0,1)$，

$$q_{l,i}=\frac{\Lambda(l,i)+\sum_{h<l}\sum_{j\leq M_h}q_{h,j}w^+((h,j),(l,i))}{\lambda(l,i)+r(l,i)+\sum_{h<l}\sum_{j\leq M_h}q_{h,j}w^-((h,j),(l,i))} \tag{3}$$

(3) 在第 L 层即输出层唯一的神经元的输出 $q_{L,1}$ 上加上一个非线性变换，使得整个网络的输出为 $A_{L,1}=q_{L,1}/(1-q_{L,1})$，显然 $A_{L,1}\in[0,\infty)$。

Gelenbe[10] 给出了 G 网连续函数逼近能力的存在性证明. 对 G 型多项式，其构造性的证明是很“粗糙”的。本文将给出 G 网映射 G 型多项式新的更精细的构造性证明方法。

2.1 一元 G 型多项式映射的构造性证明

定理 4 设 $p^+(x)$ 是一个形如 (1) 式的多项式，且 $c_v\geq 0$, $v=0,1,2,\cdots,m$，则存在一个有 $m+2$ 个神经元的分枝前馈 G 网，使得对一切输入 $x\in[0,1]$，其唯一的输出神经元 (O) 的输出为 $q_O=p^+(x)/(1+p^+(x))$，因此网络输出 $A_O=p^+(x)$。

证明 下面先构造一个具有 $m+1$ 个神经元的单枝前馈 G 网，每层的神经元记为 (1, 1), (2, 1), $\cdots,(m+1,1)$。令 $C=c_0+c_1+\cdots+c_m$，构造方法如下:

(1) $\Lambda(1,1)=x$, $\Lambda(2,1)=1/m$, $\Lambda(m+1,1)=(c_0+c_1)/C$ 和 $\Lambda(j,1)=0$, $j=3,\cdots,m$；

(2) $\lambda(j,1)=0$，对一切 $j=1,2,\cdots,m+1$；

(3) $w^-((1,1),(m+1,1))=1$, $w^-((1,1),(j,1))=1/m$, 对一切 $j=2,\cdots,m$；

(4) $w^+((1,1),(j,1))=0$，且 $j=2,\cdots,m$, $w^+((j,1),(j+1,1))=1/m$, $j=2,\cdots,m-1$；

(5) $w^+((1,1),(m+1,1))=c_0/C$, $w^+((j,1),(m+1,1))=c_j/C$，对一切 $j=2,\cdots,m$；

(6) $r(m+1,1)=1$, $r(j,1)=1/m$，对一切 $j=2,\cdots,m$；

(7) $d(m+1,1)=1$, 且 $d(j,1)=0$, $j=1,2,\cdots,m$。

显然有 $q_{1,1}=x$，由 (3) 式可得 $q_{2,1}=1/(1+x)$。假设对一切 $j:2\leq j\leq m-1$, 有 $q_{j,1}=1/(1+x)^{j-1}$，则不难证明 $q_{j+1,1}=1/(1+x)^j$。故由 (3) 式，得 $q_{m+1,1}=p^+(x)/C$。在上面的单枝前馈 G 网后增加一个神经元 (O) 组成一个分枝前馈 G 网，使原 G 网中的各个参数保持不变，神经元 $(m+1,1)$ 的输出率为 $r(m+1,1)>0$，且

(8) $r(O)=r(m+1,1)/(2C)$，且 $(m+1,1)$ 到 (O) 的参数为 $w^+((m+1,1),O)=r(m+1,1)/2$, $w^-((m+1,1),O)=r(m+1,1)/2$，则由 (3) 式得 $q_O=p^+(x)/(1+p^+(x))$。 证毕

仿照定理 4 的证明，不难得到如下结果。

定理 5 设 $p(x)$ 是任一形如 (1) 式的一元 G 型多项式，则存在一个 BG 网，记其正 G 网输出神经元为 $(O,+)$，负 G 网输出神经元为 $(O,-)$，总神经元数目不超过 $2m+4$，使对一切 $x\in[0,1]$，其输出满足 $p(x)=A_{[O,+]}+A_{[O,-]}$，即 BG 网可映射 $p(x)$。

证明 令 $c_v^+=\max\{0,c_v\}$, $c_v^-=\min\{0,c_v\}$, $v=1,\cdots,m$，和

$$p^+(x)=c_0^++c_1^+(1+x)^{-1}+\cdots+c_m^+(1+x)^{-m}\geq 0 \tag{4}$$

$$p^-(x)=c_0^-+c_1^-(1+x)^{-1}+\cdots+c_m^-(1+x)^{-m}<0 \tag{5}$$

那么 $p(x)=p^+(x)+p^-(x)$。由定理 4 或仿照其证明可知，存在一个正单枝前馈 G 网和一个负单枝前馈 G 网，其神经元数目都不超过 $m+2$，使得它们的输出分别为

$q_{[O,+]}=p^+(x)/(1+p^+(x))$ 和 $q_{[O,-]}=-p^-(x)/(1-p^-(x))$,

故 $A_{[O,+]} = q_{[O,+]}/(1-q_{[O,+]}) = p^+(x)$ 和 $A_{[O,-]} = -q_{[O,-]}/(1-q_{[O,-]}) = p^-(x)$.

证毕

注 1　文献 [10] 中是利用若干个单枝前馈 G 网映射多项式的。这样对于一个形如 (1) 式的多项式，若每项的系数都大于零，共需要 $1+2+\cdots+(m+1) = (m+1)(m+2)/2$ 个神经元；而利用定理 4 ，只要 $m+2$ 个神经元，故当 m 较大时，可减少许多神经元的数目。

2.2 多元 G 型多项式映射的构造性证明

定理 6　设 $p^+(x) = p(x_1,\cdots,x_s)$ 是如 (2) 式的多项式，且对一切 $(m_1,m_2,\cdots,m_s)$ 满足 $c(m_1,\cdots,m_s) \ge 0$ ，其中 $\sum_{v=1}^{s} m_v = m$ ，则存在具有唯一输出神经元 (O) 的分枝前馈 G 网，使得其输出 $q_O = p^+(x)/(1+p^+(x))$ 和 $A_O = p^+(x)$ 。

证明　假设 $p^+(x)$ 的所有非零项共有 N 项，设为

$$c(m_{11},\cdots,m_{1s})\prod_{v=1}^{s}(1+x_v)^{-m_{1v}},\cdots,c(m_{N1},\cdots,m_{Ns})\prod_{v=1}^{s}(1+x_v)^{-m_{Nv}} \tag{6}$$

其中 $c(m_{11},\cdots,m_{1s}) > 0,\cdots,c(m_{N1},\cdots,m_{Ns}) > 0,\ \sum_{t=1}^{s} m_{kt} = m,\ m_{kt} \ge 0,\ 1 \le k \le N$.

下面将构造一个分枝前馈 G 网来映射 $p^+(x)/(1+p^+(x))$ 。首先构造 s 个子 G 网，然后再将它们连接起来组成一个分枝前馈 G 网来完成该映射，其中第一个子网络为单枝前馈 G 网，其它的则是分枝前馈 G 网。构造过程分成以下两步：

2.2.1 各个子网络的构造　第一个子网络为单枝前馈 G 网，其构造如下：令 $m_1 = \max(m_{11},\cdots,m_{N1}) > 0$ ，该子网具有 m_1+1 个神经元，每层的神经元分别记为 $(1,1),\cdots,(1,m_1+1)$ ，各参数为

(1) $\Lambda(1,1) = x_1,\quad \Lambda(1,2) = 1/m_1,\quad \Lambda(1,j) = 0$, 对于 $j = 3,\cdots,m_1+1$;

(2) $\lambda(1,1) = 0,\quad \lambda(1,j) = 0$ 和 $r(1,j) = 1/m_1$, 对于 $j = 1,2,\cdots,m_1+1$;

(3) $w^-((1,1),(1,j)) = 1/m_1$, 对于 $j = 2,\cdots,m_1+1$;

(4) $w^+((1,1),(1,j)) = 0,\quad j = 2,\cdots,m_1+1,\quad w^+((1,j),(1,j+1)) = 1/m_1,\quad j = 2,\cdots,m_1$ ；不难证明各个神经元 $(1,j+1)$ 的输出为 $q_{1,j+1} = 1/(1+x_1)^j,\quad j = 1,\cdots,m_1$.

第二个子网为分枝前馈 G 网，其构造如下：首先约定在 (6) 式各项关于 x_2 的次数 $m_{12},m_{22},\cdots,m_{N2}$ 的非零数中，当某两个相等时，设 $m_{i2} = m_{j2}, i \ne j$ ，且 $m_{i1} = m_{j1}$ ，则 m_{i2} 与 m_{j2} 只算一个，否则算两个不同的元素。这样一共有 t_2 个非零的不同元素，设为 $m_{2k1},m_{2k2},\cdots,m_{2kt_2}$, $m_{2ki} \in \{m_{12},m_{22},\cdots,m_{N2}\},\quad 1 \le i \le t_2$ 。若 $t_2 = 0$ ，则无 x_2 确定的第二个子网络；当 $t_2 > 0$ 时，它的第一层只有一个神经元 $(2,1)$ 或 $(2,1,1)$ ，设其参数为

(1) $\Lambda(2,1,1) = x_2$, 它的第二层一共有 t_2 个神经元，分别设为 $(2,2,m_{2k1}),\cdots,(2,2,m_{2kt_2})$ ，其中记号中的第一个分量 2 表示第二个网络，第二个分量 2 表示它的第二层。第一层神经元 $(2,1,1)$ 与每个神经元 $(2,2,m_{2k1}),\cdots,(2,2,m_{2kt_2})$ 都有连接。但第二层的每个神经元 $(2,2,m_{2ki})$, $i = 1,\cdots,t_2$, 都是单对单地连接到第三层，这样直到第 $m_{2ki}+1$ 层的神经元。各层的神经元记为 $(2,3,m_{2ki}),\cdots,(2,m_{2ki}+1,m_{2ki}),\ i = 1,\cdots,t_2$. 第 i 个分支的参数设置为

(2) $\Lambda(2,j,m_{2ki}) = 0$, 对于 $j = 2,\cdots,m_{2ki}+1$, 其中 $i = 1,2,\cdots,t_2$;

(3) $\lambda(2,1) = 0,\ \lambda(2,j,m_{2ki}) = 0$ 和 $r(2,j,m_{2ki}) = 1/m_{2ki}$ ，对于 $j = 2,\cdots,m_{2ki}+1$;

(4) $w^-((2,1),(2,j,m_{2ki})) = 1/m_{2ki}$, 对于 $j = 2,\cdots,m_{2ki}+1$;

(5) $w^+((2,1),(2,j,m_{2ki})) = 0$ ，对于 $j = 2,\cdots,m_{2ki}+1$;

(6) $w^+((2,j,m_{2ki}),(2,j+1,m_{2ki})) = 1/m_{2ki}$, 对于 $j = 2,\cdots,m_{2ki}$;

第三至第 s 个子网都是分枝前馈 G 网，参数设置与上相似，故不再赘述。

2.2.2 子网络间的连接　下面给出各子网络间的连接方式，以 (6) 式的第一项如何映射为例，其它项相同。

若 $m_{11} \neq 0$，则在第一个网络的第 $m_{11}+1$ 神经元引出一条连接线，若 $m_{12} \neq 0$，则将它连接到第二个子网络的第二层的某个具有 m_{12} 个神经元的分支上，其参数为 $w^+((1,m_{11}+1),(2,2,m_{12}))=1/m_{12}$，则由 (3) 式，$q_{2,2,m_{12}}=1/\{(1+x_1)^{m_{11}}(1+x_2)\}$。若 $m_{12}=0$，设 $m_{1i} \neq 0$，且 $m_{1j}=0, 1<j<i$，即 m_{1i} 是 m_{11} 后第一个非零的数，则将它连接到第 i 个子网络的第二层的某个具有 m_{1i} 个神经元的分支上，取其参数为 $w^+((1,m_{11}+1),(i,2,m_{1i}))=1/m_{1i}$；然后再从这一分支的最后一个神经元引出一条连接线，其方式与上面相同，直到 $m_{11},m_{12},\cdots,m_{1N}$ 中的最后一个非零次数对应的变量所确定的网络上。显然，其最后一个神经元 $(O,1)$ 的输出为 $q_{(O,1)}=\prod_{v=1}^{s}(1+x_v)^{-m_{1v}}$。

若 $m_{11}=0$，则在 $m_{11},m_{12},\cdots,m_{1N}$ 中找出第一个不为零的数，设为 $m_{1i}, i>1$。在变量 x_i 所确定的第 i 个网络中找出一个具有 m_{1i} 个神经元的分支，从这一分支出发进行与以上相似的连接同样可得到输出 $q_{(O,1)}=\prod_{v=1}^{s}(1+x_v)^{-m_{1v}}$。

对 (6) 式中其它项也作与以上相似的连接，可得一个 G 网。设它各个分支的最后输出神经元分别为 $(O,1),\cdots,(O,N)$，则它们输出的全体为

$$q_{(O,1)}=\prod_{v=1}^{s}(1+x_v)^{-m_{1v}},\cdots,q_{(O,N)}=\prod_{v=1}^{s}(1+x_v)^{-m_{Nv}}$$

设 $C=\max\{1,\max(c(m_{k1},\cdots,m_{ks}),k=1,\cdots,N)\}$。在每个输出神经元的后面增加一个神经元 (O)，各个神经元 $(O,1),\cdots,(O,N)$ 到 (O) 的连接参数为

(1) $w^+((O,j),O)=c(m_{j1},\cdots,m_{js})/(2C),\quad j=1,\cdots,N$；

(2) $w^-((O,j),O)=c(m_{j1},\cdots,m_{js})/(2C),\quad j=1,\cdots,N$；

(3) $\Lambda(O)=\lambda(O)=0,\ r(O)=1/(2C)$。由 (3) 式，得 $q_O=p^+(x)/(1+p^+(x))$，因而 $A_O=p^+(x)$。 证毕

注 2 由证明过程，所需神经元数不超过 $1+s+m_1+\sum_{u=2}^{N}\sum_{v=2}^{s}m_{ukt_v} \leq 1+s+\sum_{u=1}^{N}\sum_{v=1}^{s}m_{uv}$。

与一元 G 型多项式情形一样可得下面的结果。

定理 7 设 $p(x)$ 是任一形如 (2) 式的齐次多元多项式，则存在一个 BG 网，记其正网的输出神经元为 $(O,+)$，负网的输出神经元为 $(O,-)$，对一切输入变量 x，其输出满足 $p(x)=A_{[O,+]}+A_{[O,-]}$，即 BG 网可映射任意齐次 G 型多项式。

注 3 由以上证明方法知，对于一般非齐次 G 型多项式也可用 BG 网来映射。

下面用例子说明 G 网在映射多元 G 型多项式时，本文所得结果较文献 [10] 的优越之处。

例 1 设 $p(x,y,z)=(1+x)^{-6}(1+y)^{-3}(1+z)^{-1}+(1+x)^{-6}(1+y)^{-1}(1+z)^{-3}+(1+x)^{-4}(1+y)^{-4}(1+z)^{-2}+(1+x)^{-4}(1+y)^{-2}(1+z)^{-4}$，则利用文献 [10] 的方法需要 $(7+4+2)+(7+2+4)+(5+5+3)+(5+3+5)+1=53$ 个神经元；而用本文的方法需要 $7+(1+3+1+4+2)+(1+1+3+2+4)+1=30$ 个神经元，减少了 1/3 多的神经元数目。

3 结 论

本文采用更精细的构造性证明方法得到了 G 网能映射任意的 G 型多项式，从而可逼近任意连续函数。从给出的例子可看出，利用本文的方法映射 G 型多项式较文献 [10] 中的方法所用 G 网的神经元数要少许多，因而更加精确。这样在应用时更加方便。

参 考 文 献

[1] C. Chui, X. Li, Approximation by ridge functions and neural networks with one hidden layer, Journal of Approximation Theory, 1992, 70(2), 131–141.

[2] 韦岗，李华，徐秉铮，关于前馈多层神经网络多维函数逼近能力的一个定理，电子科学学刊， 1997, 19(4), 433–438.

[3] 韦岗，贺前华，欧阳景正，关于多层感知器的函数逼近能力，信息与控制， 1996, 25(6), 321–324.

[4] K. Hornik, Some results on neural network approximation, Neural Networks, 1993, 6(8), 1069–1072.

[5] J. Park, I. W. Sandberg, Universal approximation using radial-basis-function networks, Neural Comput., 1991, 3(2), 246–257.

[6] E. Gelenbe, Y. Feng, K. R. R. Krishnan, Neural network methods for volumetric magnetic resonance imaging of the human brain, Proc. IEEE., 1996, 84(10), 1529–1543.

[7] E. Gelenbe, Random neural networks with negative and positive signals and product form solution, Neural Comput., 1989, 1(4), 502–511.

[8] E. Gelenbe, Learning in the recurrent random neural network, Neural Comput., 1993, 5(1), 154–164.

[9] E. Gelenbe, A. Stafylopatis, A. Likas, Associative memory operation of the random network model, in Proc. Int. Conf. Artificial Neural Networks, Helsinki, Finland, 1991, 307–312.

[10] E. Gelenbe, Z. H. Mao, Y. D. Li, Function approximation with spiked random networks, IEEE Trans. on Neural Networks, 1999, NN-10(1), 3–9.

CONSTRUCTIONAL METHOD OF FUNCTION APPROXIMATION OF GNN

Wei Gang Tian Chuanjun

(*College of Electron. and Info. Eng., South China Uni. of Tech., Guangzhou* 510641, China)

Abstract In this paper, the function approximation of Gelenbe Neural Network (GNN) is discussed and it is proved that GNN can approximate any G-type polynomial by using constructional method. Number of units used by this method can be reduced to $2/(n+1)$ of that used by previous methods for a same G-type polynomial, where n is the degree of G-type polynomial.

Key words Neural network, GNN, Function approximation, G-type polynomial

韦 岗: 男， 1963 年生，教授，博士生导师，国家自然科学基金委员会电子与信息学科评委；中国电子学会通信学分会、电子线路与系统分会及信息论分会委员；中国通信学会通信理论委员会委员. 主要研究方向为通信与信号处理，神经网络等.

田传俊: 男， 1964 年生，副教授，博士生，主要研究方向为神经网络，微分和差分方程稳定性等.