双多进制正交扩频系统的比特软值输出算法

张玉明　　程云鹏　　魏胜群　　沈　良
(解放军理工大学通信工程学院　南京　210007)

摘　要　该文针对双多进制正交扩频与 Turbo 码的联合系统，基于最大后验概率(MAP)准则，提出了双多进制正交扩频输出比特软值的 MAP 算法，并给出了简化 MAP 算法；同时，对算法的定点和浮点性能进行了仿真，且与现有的软值算法进行了比较。结果表明，MAP 算法能使整个系统获得相当的增益，$L=3$ 的简化 MAP 算法在基本不增加复杂度情况下好于现有的双最大值算法约 0.4dB。

关键词　Turbo 码，正交码，最大后验概率算法

中图分类号:TN911.22　　**文献标识码**: A　　**文章编号**：1009-5896(2006)03-0455-06

Bit Soft-Output Algorithm for Dual N-ary Orthogonal Spread Spectrum System

Zhang Yu-ming　　Cheng Yun-peng　　Wei Sheng-qun　　Shen Liang
(*Institute of Communications Engineering, PLAUST, Nanjing* 210007, *China*)

Abstract　Focusing on Turbo-coded dual N-ary orthogonal spread spectrum system, this paper proposes an algorithm for computing bit soft metric based on Maximum *a Posteriori* Probability (MAP) criterion, and then presents a simplified MAP algorithm. Meanwhile, the fixed-point and float-point performances are simulated and compared with several existing algorithms. It is shown that MAP algorithm greatly improves the whole system performance; the simplified MAP algorithm with $L=3$ outperforms the dual-maxima algorithms 0.4dB without extra cost in complexity..

Key words　Turbo code, Orthogonal code, MAP algorithm

1　引言

多进制正交扩频[1]是一种高效扩频方式，缓解了传统的二进制序列扩频技术固有的数据速率与扩频处理增益之间的矛盾。其中每个扩频码可传送 $\log_2 N$ 个数据比特，而系统带宽仅为具有相同处理增益的传统扩频系统的 $1/\log_2 N$，具有较高的带宽效率，特别适合于对带宽有严格限制的环境。

多进制正交扩频是通过正交扩频序列的序号来携带信息的，可以在接收端很方便地恢复出信息比特的硬判决结果。但是，当与信道编译码技术相结合时，特别是与需要软值输入的卷积码、Turbo 码[2]等结合时，硬判决解调导致编码的性能增益有限。如何从多进制正交扩频解调获得较佳的比特软值，使编码能提供较好的编码增益，成为多进制正交扩频与信道编译码技术相结合的关键问题。为此，有多篇文献对正交扩频信号解调输出软值的算法进行了研究，文献[3]针对单纯的多进制正交扩频系统，给出了输出比特软值的双最大值算法和单最大值算法。

为了进一步提高带宽效率，满足在一定的通信带宽内传输高速数据的需求，并且充分利用信道编码增益，本文针对Turbo编码的双多进制正交扩频调制联合系统[4]，基于最大后验概率准则，提出了双多进制正交扩频解调输出比特软值的MAP算法。为了进一步减少运算量，降低算法的复杂度，对MAP算法进行了简化。本文第 2 节介绍了双多进制正交扩频与Turbo码联合的系统模型；第 3 节推导了双多进制正交扩频解调输出软值的MAP算法，并给出了简化算法；第 4 节对文中给出的解调软值算法进行了比较和仿真；最后部分为结束语。

2　系统模型

2.1 总体结构

图 1 给出了系统功能框图。发送端输入的信息比特首先进行 Turbo 编码和交织，再经过双多进制正交扩频调制得到发送信号；接收端对通过信道的信号进行解调得到比特的软

2004-08-25 收到, 2004-12-13 改回

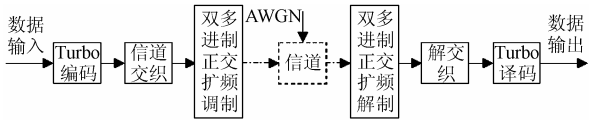

图 1 系统功能框图

值，软值经过解交织，输入 Turbo 译码器进行信道译码，恢复出信息比特。

2.2 双多进制正交扩频调制解调结构

图 2 所示为双多进制正交扩频调制的结构框图。输入数据为图 1 中交织后的数据比特，每 2K比特经串并变换分为两路，分别从两个 $N=2^K$ 维的正交扩频码集合中选择一个正交序列进行发送。正交扩频码集合通常采用沃尔什-哈达玛(Walsh-Hadamard)矩阵，可将一个维数为 $M=2N$ 的哈达玛矩阵分为两部分，记为 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}=\{\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},1},\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},2},\cdots,\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},N}\}$ 和 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}=\{\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},1},\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},2},\cdots,\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},N}\}$，作为I,Q支路的扩频码集合。根据哈达玛矩阵的性质可知，每个扩频码的长度也为 M 。设在第 $(n+1)$ 个符号周期内两支路发送扩频序列分别为 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},i}$ 和 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},j}$，则由图 2 可得发送信号可表示为[5]

$$S_T(t)=\mathrm{Re}\left\{\sum_{l=0}^{M-1}(w_{\mathrm{I},i}^l+jw_{\mathrm{Q},j}^l)g(t-nT_s-lT_c)\exp(j\omega_c t+j\theta)\right\},\quad nT_s\le t\le(n+1)T_s \tag{1}$$

其中 $w_{\mathrm{I},i}^l,w_{\mathrm{Q},j}^l$ 分别是扩频码 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},i}$ 和 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},j}$ 的第 l 个码片，ω_c 和 θ 表示载波的频率和初始相位，$g(t)$ 为码片成形滤波器，T_s 为符号周期，$T_c=T_s/M$ 为码片周期。

信号经过 AWGN 信道，接收信号为

$$r(t)=S_T(t-\tau)+n(t) \tag{2}$$

其中 τ 为信道时延；$n(t)$ 为均值为零，单边功率谱密度为N_0的高斯白噪声。在接收端，信号经过下变频，码片匹配滤波器(考虑码片能量归一化为 1)和采样得到离散的信号序列，可采用非相干检测方法进行正交码识别得到输出比特[4]。假设接收机达到了码片同步，并在最佳采样时刻以码片速率对接收信号进行采样，则在第 $n+1$ 符号内接收到的信号序列可表示如下，在不引起混淆的情况下，为了书写的方便和简洁，后面接收序列省略下标 $n+1$。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}&=[r(nT_s+T_c),r(nT_s+2T_c),\cdots,r(nT_s+MT_c)]\\&=(\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},i}+j\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},j})\exp(j\phi)+\boldsymbol{n}\end{aligned} \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{n}$ 为复高斯噪声向量，由 M 个相互独立的复高斯随机向量组成，其均值为零，方差为 $N_0/2$；ϕ 为随机相位，假

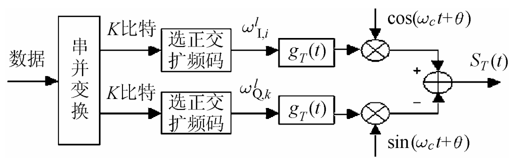

图 2 双多进制正交扩频调制结构

设在 $[0,2\pi]$ 内均匀分布。

3 双多进制正交扩频解调软值的求法

如何从双多进制正交扩频解调获得较佳的软值，使 Turbo 编译码能提供较好的编码增益，是双多进制正交扩频与 Turbo 码联合解调的一个关键问题。因此以下主要讨论双多进制正交扩频解调获得软值的方法，并对性能及运算量进行比较。

3.1 现有的软值求法

文献[3]论述了针对单纯多进制正交扩频系统的软值获取算法，此算法要应用到双多进制正交扩频系统，可以把 I，Q 支路理解为两个独立的多进制正交扩频调制，计算时将 I，Q 支路分开考虑。

如图 3 双多进制正交扩频解调结构框图，一个符号周期内的采样值为 $\boldsymbol{R}$，则与两组正交序列做相关，可得

$$v_{\mathrm{I},k}=\boldsymbol{R}\cdot\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},k},\quad v_{\mathrm{Q},k}=\boldsymbol{R}\cdot(-j\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},k}),\quad 1\le k\le N \tag{4}$$

其中 $v_{\mathrm{I},k}$ 与 $v_{\mathrm{Q},k}$ 表示接收符号序列采样值与相应两支路的第 k 个扩频序列相关的相关值，接收的相关值序列表示为 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{I}}=\{v_{\mathrm{I},1},v_{\mathrm{I},2},\cdots,v_{\mathrm{I},N}\}$ 和 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{Q}}=\{v_{\mathrm{Q},1},v_{\mathrm{Q},2},\cdots,v_{\mathrm{Q},N}\}$，相关值的模平方为

$$E_{\mathrm{I},k}=\left|v_{\mathrm{I},k}\right|^2,\ E_{\mathrm{Q},k}=\left|v_{\mathrm{Q},k}\right|^2,\quad 1\le k\le N \tag{5}$$

由上获得两支路所有相关值的模平方分别为 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{I}}=\{E_{\mathrm{I},1},E_{\mathrm{I},2},\cdots,E_{\mathrm{I},N}\}$ 和 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{Q}}=\{E_{\mathrm{Q},1},E_{\mathrm{Q},2},\cdots,E_{\mathrm{Q},N}\}$。

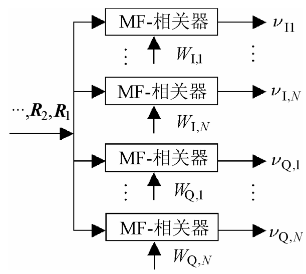

图 3 双多进制正交扩频解调结构

双最大值算法[3]是针对单纯多进制正交扩频调制系统，基于MAP准则逐比特计算对数似然比值(即比特软值)。计算 I(Q)支路第 $k\in[1,K]$ 比特软值时，将该支路的模平方值按硬判第k比特数据为“1”和“0”分为两子集 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{I},k}^+,\boldsymbol{S}_{\mathrm{I},k}^-$ ($\boldsymbol{S}_{\mathrm{Q},k}^+,\boldsymbol{S}_{\mathrm{Q},k}^-$)，则两支路的第k数据比特软值分别为

$$\begin{aligned}\Lambda(d_{\mathrm{I},k})&=\max_{k1\in\boldsymbol{S}_{\mathrm{I},k}^+}\{E_{\mathrm{I},k1}\}-\max_{k2\in\boldsymbol{S}_{\mathrm{I},k}^-}\{E_{\mathrm{I},k2}\}\\\Lambda(d_{\mathrm{Q},k})&=\max_{k1\in\boldsymbol{S}_{\mathrm{Q},k}^+}\{E_{\mathrm{Q},k1}\}-\max_{k2\in\boldsymbol{S}_{\mathrm{Q},k}^-}\{E_{\mathrm{Q},k2}\}\end{aligned} \tag{6}$$

其中 $d_{\mathrm{I},k},d_{\mathrm{Q},k}$ 分别表示 I 支路和 Q 支路硬判的第 k 比特数据。

单最大值算法[1,3]也是针对单纯多进制正交扩频解调软

值的算法，相当于对双最大值算法进行粗略的近似得到的。如上双最大值算法，一般与发送扩频码做相关所得相关值模平方最大，在信道条件较好的情况下，其他相关值的模平方比较小。但通常其他相关值模平方很多也较大，此处为说明单最大的理论根据，认为其他相关值平方比较小。将这些较小的值近似为零，则双最大值算法就进一步简化成为单最大值算法，计算比特软值可表示为

$$\Lambda(d_{\mathrm{I},k}) = (2d_{\mathrm{I},k}-1)\max_{1\le j\le N}\left\{E_{\mathrm{I},j}\right\}$$
$$\Lambda(d_{\mathrm{Q},k}) = (2d_{\mathrm{Q},k}-1)\max_{1\le j\le N}\left\{E_{\mathrm{Q},j}\right\} \tag{7}$$

其中 $d_{\mathrm{I},k}, d_{\mathrm{Q},k}$ 是根据最大相关值所恢复出的硬判决结果。

由上可知，已有的算法计算出的 I 支路和 Q 支路的软值互不相关，只与本支路接收的相关值有关，没对两支路联合检测，因此会损失一定的性能。特别是单最大值接收每 K 比特一组判决的可信度一样，还损失了 K 比特内的信息，此种算法运算量虽小，但性能较差。因此下节基于 MAP 准则讨论 I，Q 支路联合检测如何获得比特软值。

3.2 最大后验概率(MAP)算法

假设 I，Q 支路发送的扩频序列为 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},i}$ 和 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},j}$，由式(3)，图 3 中相关值可表示为

$$v_{\mathrm{I},k} = v_{\mathrm{I},k}^{c} + jv_{\mathrm{I},k}^{s} = \begin{cases} M\cos\phi + n_{\mathrm{I},k}^{c} + j(M\sin\phi + n_{\mathrm{I},k}^{s}), & k = i \\ n_{\mathrm{I},k}^{c} + jn_{\mathrm{I},k}^{s}, & k \ne i \end{cases}$$
$$v_{\mathrm{Q},k} = v_{\mathrm{Q},k}^{c} + jv_{\mathrm{Q},k}^{s} = \begin{cases} M\cos\phi + n_{\mathrm{Q},k}^{c} + j(M\sin\phi + n_{\mathrm{Q},k}^{s}), & k = j \\ n_{\mathrm{Q},k}^{c} + jn_{\mathrm{Q},k}^{s}, & k \ne j \end{cases} \tag{8}$$

其中 $n_{\mathrm{I},1}^{c}, n_{\mathrm{I},1}^{s}, \cdots, n_{\mathrm{I},N}^{c}, n_{\mathrm{I},N}^{s}, n_{\mathrm{Q},1}^{c}, n_{\mathrm{Q},1}^{s}, \cdots, n_{\mathrm{Q},N}^{c}, n_{\mathrm{Q},N}^{s}$ 是相互统计独立的高斯随机变量，其均值为零，方差 $\delta^2 = M\cdot N_0/2$。那么 I 和 Q 两支路的相关值的联合分布即为各个边缘分布的概率的乘积。

$$\begin{aligned} p\left(\boldsymbol{V}_{\mathrm{I}},\boldsymbol{V}_{\mathrm{Q}}/\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},i},\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},j},\phi\right) &= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta}\right)^{4N} \\ &\cdot\exp\left(-\frac{1}{2\delta^2}(v_{\mathrm{I},i}^{c}-M\cos\phi)^2 - \frac{1}{2\delta^2}(v_{\mathrm{I},i}^{s}-M\sin\phi)^2\right) \\ &\cdot\exp\left(-\frac{1}{2\delta^2}(v_{\mathrm{Q},j}^{c}-M\cos\phi)^2 - \frac{1}{2\delta^2}(v_{\mathrm{Q},j}^{s}-M\sin\phi)^2\right) \\ &\cdot\exp\left(-\frac{1}{2\delta^2}\left(\sum_{k=1,k\ne i}^{N}\left((v_{\mathrm{I},k}^{c})^2+(v_{\mathrm{I},k}^{s})^2\right)\right.\right. \\ &\left.\left.+\sum_{k=1,k\ne j}^{N}\left((v_{\mathrm{Q},k}^{c})^2+(v_{\mathrm{Q},k}^{s})^2\right)\right)\right) \end{aligned} \tag{9}$$

其中 $v_{\mathrm{I},i}^{c}$ 和 $v_{\mathrm{I},i}^{s}$ 分别是 $v_{\mathrm{I},i}$ 的实部与虚部。通过概率密度函数 $p\left(\boldsymbol{V}_{\mathrm{I}},\boldsymbol{V}_{\mathrm{Q}}/\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},i},\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},j},\phi\right)$ 对随机载波相位 ϕ 求平均，可得概率密度函数 $p\left(\boldsymbol{V}_{\mathrm{I}},\boldsymbol{V}_{\mathrm{Q}}/\left(\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},i},\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},j}\right)\right)$。

$$\begin{aligned} &p\left(\boldsymbol{V}_{\mathrm{I}},\boldsymbol{V}_{\mathrm{Q}}/\left(\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},i},\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},j}\right)\right) \\ &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} p\left(\boldsymbol{V}_{\mathrm{I}},\boldsymbol{V}_{\mathrm{Q}}/\left(\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},i},\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},j}\right),\phi\right)\cdot\mathrm{d}\phi \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta}\right)^{4N}\exp\left[-\frac{1}{2\delta^2}\left(\sum_{k=1}^{N}\left((v_{\mathrm{I},k}^{c})^2\right.\right.\right. \\ &\left.\left.\left.+(v_{\mathrm{I},k}^{s})^2+(v_{\mathrm{Q},k}^{c})^2+(v_{\mathrm{Q},k}^{s})^2\right)+2M^2\right)\right] \\ &\cdot\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\exp\left(\frac{M}{\delta^2}\left(\cos\phi(v_{\mathrm{I},i}^{c}+v_{\mathrm{Q},j}^{c})+\sin\phi(v_{\mathrm{I},i}^{s}+v_{\mathrm{Q},j}^{s})\right)\right)\mathrm{d}\phi \end{aligned} \tag{10}$$

上式中的积分项可用第一类零阶贝塞尔函数表示为[6]

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\exp\left(\frac{M}{\delta^2}\left(\cos\phi(v_{\mathrm{I},i}^{c}+v_{\mathrm{Q},j}^{c})+\sin\phi(v_{\mathrm{I},i}^{s}+v_{\mathrm{Q},j}^{s})\right)\right)\cdot\mathrm{d}\phi \\ &= I_0\left(\frac{M\left|v_{\mathrm{I},i}+v_{\mathrm{Q},j}\right|}{\delta^2}\right) \end{aligned} \tag{11}$$

参考文献[7]，基于 MAP 准则，比特软值对应的比特似然比值为

$$\Lambda(d_k) = \log\left(\frac{P\left(d_k=1\,|\,\boldsymbol{V}_{\mathrm{I}},\boldsymbol{V}_{\mathrm{Q}}\right)}{P\left(d_k=0\,|\,\boldsymbol{V}_{\mathrm{I}},\boldsymbol{V}_{\mathrm{Q}}\right)}\right) \tag{12}$$

双多进制正交扩频解调就是通过上式求得比特软值。每接收一个符号对应解调 $2K$ 比特数据软值，对称的 I，Q 支路各对应 K 比特，为了方便表述，以下计算数据比特软值时两支路分开表示。硬判数据比特为 $d_{\mathrm{I},k}, d_{\mathrm{Q},k}$，$1\le k\le K$，软值为 $\Lambda(d_{\mathrm{I},k}), \Lambda(d_{\mathrm{Q},k})$，$1\le k\le K$。由上式可知，利用两支路所有相关值，不妨先求 I 支路对应的 K 比特数据软值可得：

$$\Lambda(d_{\mathrm{I},k}) = \log\left(\frac{\sum_{i\in\boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,1},\,j\in\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}} P(\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},i},\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},j},\boldsymbol{V}_{\mathrm{I}},\boldsymbol{V}_{\mathrm{Q}})}{\sum_{i\in\boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,0},\,j\in\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}} P(\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},i},\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},j},\boldsymbol{V}_{\mathrm{I}},\boldsymbol{V}_{\mathrm{Q}})}\right) \tag{13}$$

其中 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,1}$ 表示 I 支路对应数据第 k 比特为“1”的码字的集合；$\boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,0}$ 表示 I 支路对应数据第 k 比特为“0”的码字的集合。假定输入数据是同分布，因此可合理地认为调制时选任一扩频序列先验等概，则式(13)可简化为

$$\Lambda(d_{\mathrm{I},k}) = \log\left(\frac{\sum_{i\in\boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,1},\,j\in\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}} p(\boldsymbol{V}_{\mathrm{I}},\boldsymbol{V}_{\mathrm{Q}}/(\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},i},\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},j}))}{\sum_{i\in\boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,0},\,j\in\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}} p(\boldsymbol{V}_{\mathrm{I}},\boldsymbol{V}_{\mathrm{Q}}/\boldsymbol{W}_{\mathrm{I},i},\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q},j})}\right) \tag{14}$$

将式(10)代入上式可得

$$\Lambda(d_{\mathrm{I},k}) = \log\left(\frac{\sum_{i\in\boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,1},\,j\in\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}} I_0\left(M\left|v_{\mathrm{I},i}+v_{\mathrm{Q},j}\right|/\delta^2\right)}{\sum_{i\in\boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,0},\,j\in\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}} I_0\left(M\left|v_{\mathrm{I},i}+v_{\mathrm{Q},j}\right|/\delta^2\right)}\right) \tag{15}$$

式(15)中对数可表示为两对数之差，则此时两对数内的值就为第一类零阶贝塞尔函数求和。由图 4 可得近似式 $\log(I_o(x)) \approx x+3,\ x\in[0,700]$，即第一类零阶贝塞尔函数与指数函数变化趋势一致，而指数函数之和主要由具有最大指数项决定，当指数值之间差距越大近似越好。因此，式(15)中零阶贝塞尔函数之和也主要由具有最大参数的项决定，即 $\max\limits_{i\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,1},\, j\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}}\left(M\left|v_{\mathrm{I},i}+v_{\mathrm{Q},j}\right|/\delta^2\right)$ 和 $\max\limits_{i\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,0},\, j\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}}\left(M\left|v_{\mathrm{I},i}+v_{\mathrm{Q},j}\right|/\delta^2\right)$ 决定，由后仿真信噪比范围可得其最大值以极大概率落于区间 $[100,700]$ 内，且在此范围内上述近似式的近似程度更佳，因此上式可近似为[6,8]

$$\Lambda(d_{\mathrm{I},k}) \approx \log\left(\frac{\max\limits_{i\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,1},\, j\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}}\left\{I_0\left(M\left|v_{\mathrm{I},i}+v_{\mathrm{Q},j}\right|/\delta^2\right)\right\}}{\max\limits_{i\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,0},\, j\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}}\left\{I_0\left(M\left|v_{\mathrm{I},i}+v_{\mathrm{Q},j}\right|/\delta^2\right)\right\}}\right) \tag{16}$$

为表示简洁，定义：

$$\left.\begin{aligned}(m_1,k_1)&=\left\{(i,j)\left|\max_{i\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,1},\, j\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}}\left|v_{\mathrm{I},i}+v_{\mathrm{Q},j}\right|\right.\right\}\\(m_2,k_2)&=\left\{(i,j)\left|\max_{i\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{I}}^{k,0},\, j\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}}\left|v_{\mathrm{I},i}+v_{\mathrm{Q},j}\right|\right.\right\}\end{aligned}\right. \tag{17}$$

由上可得近似式 $\log(I_0(x)/I_0(y)) \approx x-y$，那么式(14)进一步近似为

$$\Lambda(d_{\mathrm{I},k}) \approx \frac{M}{\delta^2}\left(\left|v_{\mathrm{I},m_1}+v_{\mathrm{Q},k_1}\right|-\left|v_{\mathrm{I},m_2}+v_{\mathrm{Q},k_2}\right|\right),\quad 1\le k\le K \tag{18}$$

其中同一系统中信道参数 $M/\delta^2=2/N_0$ 为一常数，因此可进行归一化。

由上式知计算比特软值时需要求模运算，而在实现过程中，求模平方比求模运算更易实现，所以在实际应用中比特软值定义为

$$\Lambda(d_{\mathrm{I},k}) = \left|v_{\mathrm{I},m_1}+v_{\mathrm{Q},k_1}\right|^2-\left|v_{\mathrm{I},m_2}+v_{\mathrm{Q},k_2}\right|^2,\quad 1\le k\le K \tag{19}$$

图 5 给出了分别利用式(18)和式(19)求得软值进行 Turbo 译码的性能仿真曲线，仿真表明：取模值平方求得软值与推导软值分别进行 Turbo 译码的性能基本没有差异。

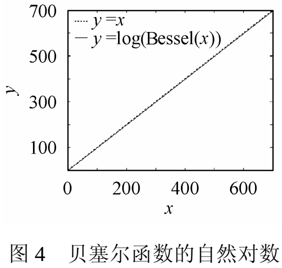

图 4　贝塞尔函数的自然对数

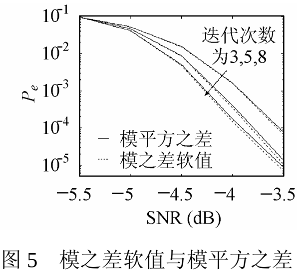

图 5　模之差软值与模平方之差软值的译码性能比较

同理可推导出 Q 支路的数据比特软值。设 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}^{k,1}$ 表示 Q 支路对应数据第 k 比特为“1”的码字集合；$\boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}^{k,0}$ 表示 Q 支路对应数据第 k 比特为“0”的码字集合。模值最大值的位置与模平方最大值一样，且计算模平方值更易实现，则在此直接选出最大模平方值的序号如式(20)，其实质与式(17)选出最大模值的序号是一样的。

$$\left.\begin{aligned}(m_1',k_1')&=\left\{(i,j)\left|\max_{i\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{I}},\, j\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}^{k,1}}\left|v_{\mathrm{I},i}+v_{\mathrm{Q},j}\right|^2\right.\right\}\\(m_2',k_2')&=\left\{(i,j)\left|\max_{i\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{I}},\, j\in \boldsymbol{W}_{\mathrm{Q}}^{k,0}}\left|v_{\mathrm{I},i}+v_{\mathrm{Q},j}\right|^2\right.\right\}\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

则 Q 支路的第 k 比特数据软值为

$$\Lambda(d_{\mathrm{Q},k}) = \left|v_{\mathrm{I},m_1'}+v_{\mathrm{Q},k_1'}\right|^2-\left|v_{\mathrm{I},m_2'}+v_{\mathrm{Q},k_2'}\right|^2,\quad 1\le k\le K \tag{21}$$

分析式(17)，(19)，(20)和(21)可知，MAP 算法至少需要计算 N^2 个复数的模值平方。并且，每计算一个比特的软值，都需要对这 N^2 个数值按该比特的硬判“0”和“1”分为两个相同大小子集，再分别从两子集中搜索出最大值做差得到软值。因此，算法的运算量大、复杂度较高，实际实现时，需要对算法进行简化。

3.3 简化 MAP 算法

简化的 MAP 算法主要是大大降低 MAP 算法中搜索最大值的范围，并减少模平方运算的数量。其步骤是，首先分别计算出 I，Q 支路的相关值的模平方值，并按其从大到小选出模平方值对应的 L 个相关值 $v_{\mathrm{I},1},v_{\mathrm{I},2},\cdots,v_{\mathrm{I},L}$ 和 $v_{\mathrm{Q},1},v_{\mathrm{Q},2},\cdots,v_{\mathrm{Q},L}$，然后联合这两支路，求出 $E_{i,j}=\left|v_{\mathrm{I},i}+v_{\mathrm{Q},j}\right|^2$，显然组合只有 L^2 可能，可见搜索范围大大降低，且只需计算 L^2+2N 个模平方值。软值求法与 MAP 的思想一样，现计算 I(Q)支路的第 k 比特数据软值，首先将所有 $E_{i,j}$ 按硬判对应 I(Q)支路第 k 比特数据为“0”和“1”分为两个子集 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{I},k}^1,\boldsymbol{E}_{\mathrm{I},k}^0$ ($\boldsymbol{E}_{\mathrm{Q},k}^1,\boldsymbol{E}_{\mathrm{Q},k}^0$)，此时第 k 比特的软值为

$$\left.\begin{aligned}\Lambda(d_{\mathrm{I},k})&=\max_{E_{i,j}\in \boldsymbol{E}_{\mathrm{I},k}^1}\{E_{i,j}\}-\max_{E_{i,j}\in \boldsymbol{E}_{\mathrm{I},k}^0}\{E_{i,j}\}\\\Lambda(d_{\mathrm{Q},k})&=\max_{E_{i,j}\in \boldsymbol{E}_{\mathrm{Q},k}^1}\{E_{i,j}\}-\max_{E_{i,j}\in \boldsymbol{E}_{\mathrm{Q},k}^0}\{E_{i,j}\}\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

从上不难看出 L 较小时(比如为 2 或 3 时)，则就有可能出现所有 $E_{i,j}$ 的硬判对应的第 k 比特数据都为“0”或“1”，即出现以上所分的两子集中有一个为空集的情况。因此下面给出两支路第 k 比特的软值为

$$\begin{rcases}\Lambda(d_{\mathrm{I},k})=\begin{cases}\max\limits_{E_{i,j}\in\boldsymbol{E}_{\mathrm{I},k}^{1}}\{E_{i,j}\}-\max\limits_{E_{i,j}\in\boldsymbol{E}_{\mathrm{I},k}^{0}}\{E_{i,j}\}, E_{\mathrm{I},k}^{1}\notin\Phi\text{且}E_{\mathrm{I},k}^{0}\notin\Phi\\(2d_{\mathrm{I},k}-1)\left(\max\{E_{i,j}\}-\min\{E_{i,j}\}\right),\text{其它}\end{cases}\\\Lambda(d_{\mathrm{Q},k})=\begin{cases}\max\limits_{E_{i,j}\in\boldsymbol{E}_{\mathrm{Q},k}^{1}}\{E_{i,j}\}-\max\limits_{E_{i,j}\in\boldsymbol{E}_{\mathrm{Q},k}^{0}}\{E_{i,j}\}, E_{\mathrm{Q},k}^{1}\notin\Phi\text{且}E_{\mathrm{Q},k}^{0}\notin\Phi\\(2d_{\mathrm{Q},k}-1)\left(\max\{E_{i,j}\}-\min\{E_{i,j}\}\right),\text{其它}\end{cases}\end{rcases}\quad(23)$$

其中 Φ 表示空集，$d_{\mathrm{I},k},d_{\mathrm{Q},k}\in\{0,1\}$ 分别为两支路的第 k 比特的硬判值。

4　算法比较和性能仿真

4.1 性能仿真与分析

为了评估上述算法在实际应用中的性能，本文利用定点DSP和C++等工具进行了大量的仿真，得到了各种软值算法的误比特率与码片信噪比的性能曲线，并比较了浮点和定点运算的性能差异。在仿真过程中采用复杂度较低的码率为2/3 的Turbo乘积码[9]，该Turbo码内交织长度为 1024，信道交织是长度为 2048 的循环移位交织[10]，正交扩频码采用长度为 32 的哈达码序列，每一符号传输 8 bit数据，即I，Q支路各传 4 bit，信道采用AWGN信道。

图 6 给出了定点与浮点运算性能差异比较曲线，定点运算采用 128 级台阶量化，软值计算采用MAP算法，分别考虑Turbo译码 5 次迭代和 8 次迭代情况，从图 6 不难看出定点和浮点运算性能差异不大，在误比特率为 10^{-5}时，定点运算性能损失在 0.1dB以内，且随着信噪比增加和迭代次数增多，性能差异稍微增大。

图 7 给出 MAP 算法不同迭代次数的性能，由图看出随迭代次数的增加，每次迭代的性能增益迅速减小，即收敛速度较快，8 次迭代相对 5 次迭代性能增益大约只有 0.08dB，可见 8 次迭代性能基本收敛。因此本文仿真中都仿真了 5 次迭代和 8 次迭代译码性能曲线，在利用定点 DSP 设计实际系统时，也可以根据整个系统运算量情况来选择迭代次数。

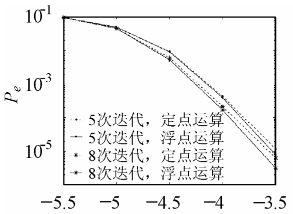

图 6　定点浮点仿真性能比较

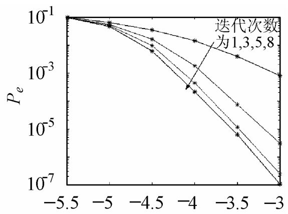

图 7　MAP 算法不同迭代次数性能

最后两图给出了几种不同软值算法的性能仿真曲线，图 8 和图 9 分别是迭代 5 次和迭代 8 次译码的性能仿真。仿真结果显示：(1)各算法迭代 5 次和迭代 8 次Turbo译码的性能趋势一样， 5 次迭代和 8 次迭代译码性能差异都基本在0.15dB以内；(2)MAP算法的性能最好，在误比特率为 10^{-5}时，比双最大值算法好约 0.7dB，单最大算法性能最差；(3)简化MAP算法性能比MAP算法差，当 $L=2$ 时，简化MAP算法性能在低信噪比时略优于双最大值算法，高信噪比时比双最大算法性能差；当 $L=3$ 时，简化MAP算法性能优于双最大算法，在误比特率为 10^{-4}时好约 0.4dB；(4) $L=4$ 时，简化MAP算法的性能在误比特率为 10^{-4}时只与MAP算法相差约为 0.16dB，可知当 $L>4$ 时，简化MAP算法接近MAP算法性能。

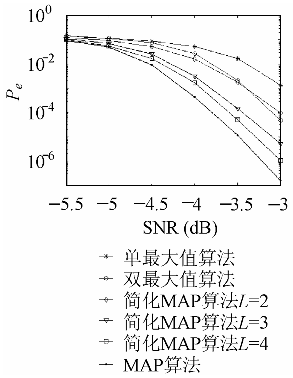

图 8　几种算法迭代 5 次译码的误码性能

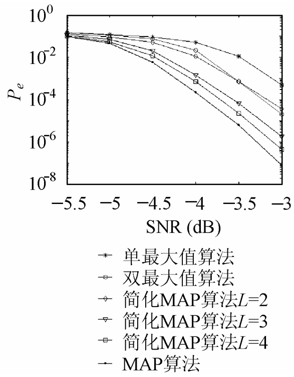

图 9　几种算法迭代 8 次译码的误码性能

4.2 解调软值运算量比较

现考虑在整个符号周期内，解调双多进制正交扩频所有比特软值的运算量。表 1 给出了不同解调软值算法的运算量比较。解调软值的运算量主要由模平方运算和搜索最大值决定，因此表中只统计了模平方运算次数和搜索最大值所需的比较操作次数，其中假设从 m 个数据中选出最大值需要 $m-1$ 次比较操作。

简化MAP算法首先分别在I，Q支路中根据相关值的模平方由大到小选出L个相关值，此过程需要进行 $2N$次模平方运算和 $(2N-L-1)L$ 次比较操作；然后联合I，Q支路解调比特软值，两支路各 L 个相关值共有L^2种组合，所以需要L^2次模平方运算；在此搜索范围内计算比特软值，共需要进行 $2K(L^2-2)$ 次比较操作。

由表 1 知，MAP算法的运算量最大，由图 8 和图 9 知，其性能也最好，单最大值算法运算量最低，性能最差。当L较小时，简化MAP算法的运算量大大低于MAP算法。如文中给出的仿真条件下(即N=16，K=4)，L=3 的简化MAP算法与双最大值算法的运算量基本相当，其性能还优于双最大值算法，在误比特率为 10^{-4}时好约 0.4dB。特别随着N增大，MAP算法运算量将变得难以承受，而N较大时，L=3 的简化MAP算法的运算量甚至比双最大值算法还要低。

表 1　几种不同解调软值算法的运算量比较

	复数模平方运算	比较操作
单最大值算法	$2N$	$2(N-2)$
双最大值算法	$2N$	$2K(N-2)$
MAP 算法	N^2	$2K(N^2-2)$
简化算法(参数为 L)	L^2+2N	$2K(L^2-2)+(2N-L-1)L$

5　结束语

本文针对双多进制正交扩频与 Turbo 码联合解调系统，提出了双多进制正交扩频解调输出软值的 MAP 算法，仿真结果表明，该算法使整个联合系统获得可观的增益，与双最大值算法相比能提供约 0.7dB 的性能增益。但其复杂度较大，为此本文给出了简化 MAP 算法，$L=3$ 的简化 MAP 算法性能优于双最大值算法约 0.4dB，且运算量与双最大值算法基本相当。

参 考 文 献

[1] Jalloul L M, Holtzman J M. Performance analysis of DS/CDMA with noncoherent M-ary orthogonal modulation in multipath fading channels. *IEEE J. on Select. Areas Commun.*, 1994, 12(6): 862 − 870.

[2] Berrou C, Glavieux A, Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes (1). IEEE Int. Conf. Communications ICC’93, Geneva, Switzerland. May 1993, 2/3(5): 1064 − 1071.

[3] Li Bin, Tong Wen, Wang Rui. Multiple-symbol detection for orthogonal modulation in CDMA system. *IEEE Trans.on VT*, 2001, 50(1): 321 − 325.

[4] 魏胜群，程云鹏，沈良．一种新的双多进制正交扩频复合调制方案．军事通信抗干扰学术研讨会，合肥，2003: C. 242 − 246．

[5] 孙文江，张平，胡健栋，正交序列扩频多码 CDMA 系统在 AWGN 信道的性能分析，通信学报，1998, (10): 52 − 58.

[6] Proakis J G. Digital Communication, 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2001: 300 − 307.

[7] Hagenauer J, Offer E, Pake L. Iterative decoding of binary block and convolutional codes. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 1996, 42(3): 429 − 445.

[8] Hagenauer J. Source-controlled channel decoding. *IEEE Trans. on Commun.*, 1995, 43(9): 2449 − 2457.

[9] Pyndiah R M. Near-optimum decoding of product codes: block turbo codes. *IEEE Trans. on Commun.*, 1998, 46(8): 1003 − 1010.

[10] 刘东华 编著．Turbo 码原理与应用技术．北京：电子工业出版社，2004, 第 6 章.

张玉明:　男，1979 年生，研究生，研究信道编译码和通信信号处理.

程云鹏:　男，1977 年生，博士，研究方向为信道编译码\DS-CDMA 关键技术及信号处理.

魏胜群:　男，1979 年生，博士生，研究兴趣为移动通信和通信信号处理.

沈　良:　男，1967 年生，教授，研究方向为短波通信及信号处理.