

## 一种新的信号多参数估计方法<sup>1</sup>

唐 斌 肖先赐

(电子科技大学七系 成都 610054)

**摘 要** 本文基于圆阵列及其输出时延提出了一种空间信号频率、方位角和仰角的联合参数估计新方法。此方法回避了多维谱峰搜索和参数配对,克服了在短数据时离散傅立叶变换测频分辨率低和性能差的不足。计算机模拟证实了该方法的有效性。

**关键词** 圆阵列, 频率, 方位角, 仰角

**中图分类号** TN911.7

### 1 引言

空间谱测向技术是高分辨、高精度信号参数估计研究和应用的一个前沿方向。比较典型的有 MUSIC<sup>[1]</sup> 和 ESPRIT<sup>[2]</sup> 等方法,硬件系统也有报道。它们几乎均是已知信号频率和仰角等于 90° 的一维方位角估计。近年来,空间信号二维参数估计研究也取得了长足进展。随着电子对抗技术的发展,空间信号频率、方位角和仰角等参数估计研究开始引起人们注意。Zoltowski<sup>[3]</sup> 利用单阵元输出离散傅立叶变换和干涉仪原理实现了空间信号频率、方位角和仰角联合估计。该方法的方位角和仰角估计以离散傅立叶变换估计频率为蓝本,在低信噪比和雷达短脉冲信号环境下,其参数估计性能是可想而知的。在空间信号频率、方位角和仰角等参数估计联合估计中,一个直接的问题是阵列几何结构布置。有些人就此作了深入的理论和实验研究,且取得了可喜的成果:阵元数大于 6 的均匀圆阵无空间方向模糊<sup>[4,5]</sup>。基于该事实,本文提出了由均匀圆阵列及其输出时延组成信号接收系统,对构造矩阵特征分解和求解联立方程估计信号频率、方位角和仰角的新方法。该方法充分利用了阵列接收信息,克服了单阵元输出信号离散傅立叶变换测频分辨率低和性能差的弱点;利用求解联立方程方法避免了多维寻峰和将多维问题转化为几个一维问题处理后的参数配对。尽管本文方法是对空间信号频率、方位角和仰角的三维参数估计,运算量与一维算法差不多。计算机模拟表明该方法的参数估计分辨率和精度都比较满意。

### 2 信号模型

考虑  $M$  个阵元且每个阵元输出信号都时延  $\tau$  (小于或等于系统工作频段最高频率倒数) 的均匀圆阵列信号接收系统。假设远场有  $N$  个彼此独立的中心频率为  $f_i$ 、方位角为  $\theta_i$  和仰角为  $\varphi_i$  的窄带信号照射阵列,其中  $i = 1, 2, \dots, N$ 。假设阵元输出噪声是空间独立的、零均值的和方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声,且与信号不相关。阵列及其时延输出信号矢量分别为

$$X(t) = AS(t) + N(t); \quad (1)$$

$$Y(t) = X(t - \tau) = AS(t - \tau) + N(t - \tau); \quad (2)$$

<sup>1</sup> 1995-01-11 收到, 1995-07-04 定稿

其中

$$X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T, \quad (3)$$

$$S(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T, \quad (4)$$

$$N(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T, \quad (5)$$

$$A = [a(f_1, \theta_1, \varphi_1), a(f_2, \theta_2, \varphi_2), \dots, a(f_N, \theta_N, \varphi_N)], \quad (6)$$

$$a(f, \theta, \varphi) = [\exp(-j2\pi f\gamma_1), \exp(-j2\pi f\gamma_2), \dots, \exp(-j2\pi f\gamma_M)]^T, \quad (7)$$

$$\gamma_i = R \cos(\theta - 2\pi i/M) \sin \varphi/c, \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (8)$$

其中  $T$  代表矩阵转置； $s_i(t)$  代表第  $i$  个窄带信号的复包络； $R$  代表阵列半径； $c$  代表电磁波传播速度； $n_i(t)$  代表第  $i$  个阵元输出噪声。

由于信号窄带特性，因此 (2) 式可改写为

$$Y(t) = ADS(t) + N(t - \tau), \quad (9)$$

其中

$$D = \text{Diag}[\exp(-j2\pi f_1\tau), \exp(-j2\pi f_2\tau), \dots, \exp(-j2\pi f_N\tau)]. \quad (10)$$

在本文的信号参数估计问题中， $\omega$ 、 $\theta$  和  $\varphi$  是三个独立参量，任何一个待估计信号参数正是这三个参量生成的三维空间的一点。如果将其转化为三个一维问题处理，在多信号同时估计时，信号间参数配对是相当困难的。

### 3 信号参数估计算法

根据前面假设， $X(t)$  的空间协方差矩阵为

$$R_X = E\{X(t)X^H(t)\} = AR_S A^H + \sigma I, \quad (11)$$

其中  $E$  代表数学期望； $H$  代表矩阵 Hermite 转置； $R_S = E\{S(t)S^H(t)\}$  是信号协方差矩阵； $I$  是单位矩阵。

由于时延  $\tau \neq 0$ ，因此  $Y(t)$  和  $X(t)$  的空间互协方差矩阵为

$$R_{YX} = E\{Y(t)X^H(t)\} = ADR_S A^H. \quad (12)$$

假设  $\text{Rank}(A) = \text{Rank}(R_S) = N$ 。于是，有  $\text{Rank}(AR_S A^H) = N$ ，且有

**引理** 如果  $\text{Rank}(A) = \text{Rank}(R_S) = N$ ，那么对  $R_X$  作特征分解，有

$$\mu_1 \geq \mu_2 \geq \dots \mu_N \gg \mu_{N+1} = \dots = \mu_M = \sigma^2, \quad (13)$$

$$\text{Span}(A) \perp \text{Span}(E_N), \quad (14)$$

其中  $\{\mu_i, i = 1, 2, \dots, M\}$  是  $R_X$  的特征值，对应的特征矢量为  $\{\nu_i, i = 1, 2, \dots, M\}$ ； $E_N = [\nu_{N+1}, \nu_{N+2}, \dots, \nu_M]$ ，即噪声子空间； $\text{Span}(\cdot)$  代表生成空间。

证明见文献 [1]。

由 (14) 式得到三维 MUSIC 频率、方位角和仰角谱计算公式：

$$P(\omega, \theta, \varphi) = \left\{ \sum_{i=N+1}^M \|\nu_i^H a(\omega, \theta, \varphi)\|^2 \right\}^{-1}. \quad (15)$$

下面我们给出一种有效的参数估计方法。

构造矩阵

$$R_1 = R_{YX} R_0^\#, \quad (16)$$

其中  $R_0 = R_X - \sigma^2 I = A R_S A^H$ ; # 代表矩阵伪逆。

**定理** 如果  $\text{Rank}(A) = \text{Rank}(R_S) = N$  且对角矩阵  $D$  的对角元素互异, 那么对角矩阵  $D$  的对角元素和信号频率、方位角和仰角矢量 (7) 式分别是矩阵  $R_1$  的非零特征值和对应的特征矢量, 也就是  $R_1 A = D A$ 。

证明见文献 [6,7]。

根据此定理, 有如下方程

$$\exp(-j2\pi f_l \tau) = \lambda_l, \quad (17)$$

$$a(f_l, \theta_l, \varphi_l) = u_l, \quad l = 1, 2, \dots, N, \quad (18)$$

其中  $\lambda_l$  和  $u_l$  分别是  $R_1$  的第  $l$  个非零特征值和对应的特征矢量。

根据时延  $\tau$  的取法, 有  $2\pi f_l \tau \leq 2\pi$ . 由 (17) 式有

$$f_l = -\text{Arg}(\lambda_l)/2\pi\tau, \quad l = 1, 2, \dots, N, \quad (19)$$

其中  $\text{Arg}(\cdot)$  代表复数复角。因为阵元数大于 6 的均匀圆阵列无空间方向模糊<sup>[4,5]</sup>, 所以由 (8)、(19) 式经过简单运算得到

$$F Z_l = B_l, \quad (20)$$

其中

$$F = \begin{bmatrix} R \cos(2\pi/M) & R \cos(2\pi \times 2/M) & \cdots & R \cos(2\pi \times M/M) \\ R \sin(2\pi/M) & R \sin(2\pi \times 2/M) & \cdots & R \sin(2\pi \times M/M) \end{bmatrix}^T, \quad (21)$$

$$Z_l = [2\pi f_l \cos \theta_l \sin \varphi_l / c, 2\pi f_l \sin \theta_l \sin \varphi_l / c]^T, \quad (22)$$

$$B_l = [-\text{Arg}(u_{l1}), -\text{Arg}(u_{l2}), \dots, -\text{Arg}(u_{lM})]^T. \quad (23)$$

求解 (20) 式超定方程, 有

$$Z_l = (F^T F)^{-1} F^T B_l = [c_{1l}, c_{2l}]^T. \quad (24)$$

根据 (22)、(24) 式, 信号方位角和仰角为

$$\theta_l = \text{tg}^{-1}(c_{2l}/c_{1l}), \quad (25)$$

$$\varphi_l = \sin^{-1}[c_{1l} \cdot c / (2\pi f_l \cos \theta_l)], \quad l = 1, 2, \dots, N. \quad (26)$$

由于信号参数 (19)、(25) 和 (26) 式是对矩阵  $R_1$  特征分解和求解联立方程得到的, 因此其计算量比 (15) 式的三维谱峰搜索小得多。由于 (25) 式估计信号方位角, 其主值是  $-\pi/2 \sim \pi/2$ , 因此作下面讨论: (1) 如果仰角在  $0 \sim \pi/2$  时, 其正弦大于零, 正确的方位角估计视 (24) 式中的  $c_{1l}$  和  $c_{2l}$  所处象限而定。(2) 如果仰角在  $-\pi/2 \sim 0$  时, 即俯角, 其正弦小于零, 正确的方位角估计仿照 (1) 而定。(3) 如果信号中既有仰角又有俯角, 那么此方法失败。

表 1 多信号模拟

	$S_1(t)$			$S_2(t)$		
	频率 (GHz)	方位角 ( $^{\circ}$ )	仰角 ( $^{\circ}$ )	频率 (GHz)	方位角 ( $^{\circ}$ )	仰角 ( $^{\circ}$ )
真值	2.6	30	80	8.6	210	40
均值	2.603	29.765	80.614	8.594	210.312	40.163
标准差	$3.012 \times 10^{-3}$	$6.479 \times 10^{-3}$	$5.761 \times 10^{-3}$	$2.116 \times 10^{-3}$	$2.774 \times 10^{-3}$	$2.012 \times 10^{-3}$

表 2 SNR 对信号参数估计精度的影响

信噪比 (SNR) (dB)	频率 (GHz)		方位角 ( $^{\circ}$ )		仰角 ( $^{\circ}$ )	
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
-5.0	7.421	$8.473 \times 10^{-2}$	49.342	$6.012 \times 10^{-2}$	70.810	$2.476 \times 10^{-1}$
0.0	7.379	$1.308 \times 10^{-2}$	49.830	$8.212 \times 10^{-3}$	70.528	$9.051 \times 10^{-2}$
10.0	7.330	$4.449 \times 10^{-3}$	50.036	$3.769 \times 10^{-3}$	70.147	$8.652 \times 10^{-3}$

显然在 (18) 式求解时, 有些等式出现相位模糊, 但超定方程解的唯一性确保了参数的正确估计。

#### 4 计算机模拟实验

为了验证方法的有效性, 我们作了下面两组 100 次随机计算机模拟实验。假设系统工作频段是 2 ~ 18GHz。均匀圆阵列的阵元数  $M=8$ , 半径  $R = 5\lambda_{\min}$ , 时延  $\tau = \lambda_{\min}/c$ , 其中  $\lambda_{\min}$  是系统工作的最短波长。

4.1 多信号模拟 两个信号分别为: (2.6GHz, 30°, 80°) 和 (8.6GHz, 210°, 40°), 采样点数为 100, 信噪比 (SNR) 都为 10dB。结果示于表 1。

4.2 信噪比 (SNR) 对信号参数估计精度的影响 信号为 (7.3GHz, 50°, 70°), 采样点数为 128。结果示于表 2。

#### 5 结束语

本文利用均匀圆阵列无空间方向模糊和阵元输出时延技术实现了宽频段内多个空间信号源高分辨、高精度的频率、方位角和仰角较快速的联合估计。它为数字式微波测频、测方位角和仰角接收机研究向前迈进了一大步。

#### 参 考 文 献

- [1] Schmidt R O. IEEE Trans. on AP, 1986, AP-34(3): 267-286.
- [2] Roy R, et al. IEEE Trans. on ASSP, 1989, ASSP-37(7): 984-995.
- [3] Zoltowski M D, et al. Real-Time Frequency and 2-D Angle Estimation with Sub-Nyquist Spatial-Temporal Sampling, Proc.ICASSP'93, Minnesota: 1993, IV:117-120.
- [4] 肖先鹏. 空间谱估计测向的应用前景. 电子对抗国防重点实验室论文集, 1994.
- [5] Padmini C U, et al. Signal Processing, 1994, 37: 243-254.
- [6] 殷勤业, 等. 通信学报, 1991, 12(1):1-7.

- [7] Sakarya F A, *et al.* Estimation 2-D Angles of Arrival Using Overlapping Volume Arrays, Proc. ICASSP'91, Toronto: 1991, 3353-3356.

## A NOVEL METHOD FOR SIGNAL PARAMETERS ESTIMATION

Tang Bin    Xiao Xianci

*(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)*

**Abstract** Based on uniform circular array and its elements output signal delay, a novel method for estimation of spatial frequency, azimuth and elevation is presented. Without any spectral peak search and parameters pairing, the resulting method is computationally efficient with high resolution and small variance, even in the short data length. Computer simulation demonstrates the effectiveness of this method.

**Key words** Circular array, Frequency, Azimuth, Elevation

唐 斌： 男，1964年生，博士，现从事雷达和地球物理等方面的信号处理研究工作。

肖先赐： 男，1933年生，教授，博士生导师，现从事信号处理在通信和雷达等方面的教学和研究工作。