

多腔径向耦合输出系统的等效电路分析¹

张世昌

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

摘要: 多腔径向耦合构成的输出系统具有多个频率点(离散状态)的宽带特性, 该文从等效电路的观点出发, 给出了多腔径向耦合输出系统的等效电路, 根据 Kirchhoff 定律建立了矩阵方程, 导出阻抗矩阵, 解出其系统的谐振频率, 鉴于它的多模特点抽出它的典型状态推导出它的模式结构, 揭示了径向耦合双腔的模式分布, 反对称于轴向耦合双腔(双间隙腔), 它是由 $2\pi-\pi-2\pi$ 模构成。

关键词: 宽带, 径向耦合, 多腔, 等效电路

中图分类号: TN12 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)04-0640-05

Analysis of Equivalent Circuit for Radial Coupling Multi-cavity Resonators

Zhang Shi-chang

(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract A multi-cavity output system with radial coupling is provided with broadband characteristics (frequency dispersed distribution in broadband). In this paper, using the method of equivalent circuit, the equivalent circuit of the radial coupling multi-cavity resonator is presented. After determining the nature of radial coupling holes, applying Kirchhoff's second law to the circuit and resulting the equation in matrix form, the three resonance frequencies are given by solving impedance matrix obtained. One of three resonance frequencies, which is in middle of three is selected to obtain the mode structure and the ratio of gap's amplitude of equivalent voltage of main cavity to vice-cavity. One typical mode distribution is $2\pi-\pi-2\pi$ in the radial coupling cavities, it is different from part in axial coupling cavities (two-gap extended-interaction resonators)

Key words Broadband, Radial coupling, Multi-cavity, Equivalent circuit

1 径向耦合多腔输出系统结构

在我们的技术方案里, 它是由 1 个主腔(有电子注加载)和 3 个副腔(空载)构成。它们处在同一水平面上, 主腔和副腔之间通过侧壁孔和中间插一根金属杆进行耦合, 由于耦合孔平面与腔体径向射线垂直相切, 故称其为径向耦合, 以别于双间隙腔的两腔在轴向开孔耦合的布局(Two-gap extended-interaction resonators), E. Lien 和 D. Robinson 对此做了很好的分析^[1]。

图 1 给出了径向耦合的实物图。

为了分析方便, 我们简化了模型, 认为 3 个副腔之间不存在冷态耦合, 那么整个径向耦合多腔, 从电特性上就可分解为 3 对独立的双腔系统。由于 3 对腔的结构相同, 特性相同, 分析方法相同, 仅是谐振频率点不同, 故选取一对腔做为分析模型, 就基本上解决了多腔系统问题。分析模型见图 2。

¹ 2002-12-13 收到, 2003-04-24 改回

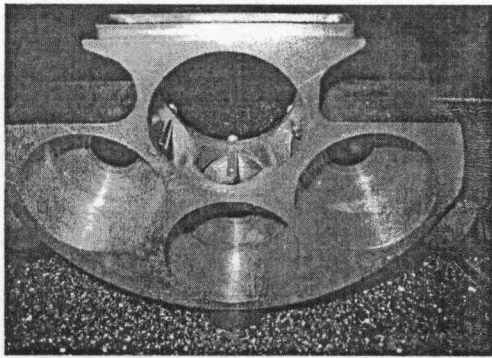


图 1 输出腔照片

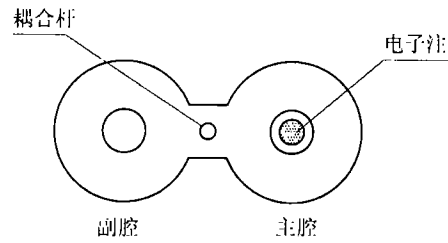


图 2 对腔结构

2 径向耦合腔等效电路

速调管普遍使用的是圆柱谐振腔，其等效电路是众所周知的，1 个电感和 1 个电阻与 1 个电容的并联。当两个腔通过耦合孔和耦合杆在径向方向耦合在一起时，腔内的场若用场解更能严格反映系统的本质，但鉴于腔间强耦合的复杂性，故选择较直观的等效电路方法来分析。那么等效电路如何确立？关键是小孔和耦合杆的电特性的确立。径向耦合性质决定于圆柱腔工作模式和耦合孔的位置。由于孔比较大， $\beta > 1$ 属于强耦合，场的幅度和相位都有较大变化，简单的分析解比较困难。但是判定它的耦合性质，从定性的角度出发不妨作一个理论模型的简化，把两腔之间看成小孔耦合，不难看出腔中工作模式 E_{01} 在耦合孔处既有电耦合 ($\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}$)， \mathbf{n} 是小孔的法线方向，也有磁耦合 ($\mathbf{n} \times \mathbf{H}$)。对于驻波腔来说其场分量分布是 $E_z = 2E_{zm} J_0[x_{01}r/a] \sin \beta z$ ， $H_\varphi = -2(\omega \epsilon_0 a / X_{01}) E_{zm} J_0[x_{01}r/a] \cos \beta z$ 作为两个耦合场量 E_z 和 H_φ 在数值上它们之间差一个特性阻抗，由于耦合孔位置处于腔壁中心，其 $\beta l / 2 = 90^\circ$ (l 是腔长)，故 E_z 最大， H_φ 最小就决定了径向耦合的基本特性是电耦合，因此等效电路以电容表示，定义为 C_0 。小孔中心插一根调谐杆，无疑是起到一个电容调谐的作用，这个设定在双腔的数值模拟和多腔的冷测实验中证明是正确的^[2]。耦合性质确立后，双腔径向耦合系统的等效线路就迎刃而解了，等效线路图如图 3 所示。

图 3 中 $C_1 L_1$ 为主腔等效电容、电感， $C_2 L_2$ 为副腔等效电容、电感， C_0 为耦合孔等效电容， I 为主腔感应间隙电流， V 为主腔间隙电压， i_1 为主腔回路电流， i_2 为副腔回路电流。

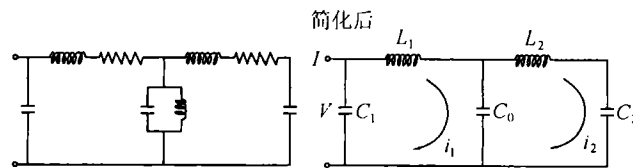


图 3 径向耦合双腔等效电路图

根据上述等效电路建立阻抗矩阵方程：

设主腔复阻抗： $Z_1 = j\omega L_1 + 1/(j\omega C_1)$ ，副腔复阻抗： $Z_2 = j\omega L_2 + 1/(j\omega C_2)$ ，耦合孔复阻抗： $Z_0 = 1/(j\omega C_0)$ ，主腔间隙复阻抗： $Z_{C_1} = 1/(j\omega C_1)$ ，副腔间隙复阻抗： $Z_{C_2} = 1/(j\omega C_2)$ ，双腔的谐振角频率为 ω 。

由 Kirchhoff 第二定律建立矩阵方程:

$$\begin{vmatrix} Z_1 + Z_0 & -Z_0 \\ -Z_0 & Z_2 + Z_0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_1 \\ i_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Z_{C_1} I \\ 0 \end{vmatrix} \quad (1)$$

当无激励 $i = 0$ 时, 式 (1) 成为

$$\begin{vmatrix} Z_1 + Z_0 & -Z_0 \\ -Z_0 & Z_2 + Z_0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (2)$$

显然, 只有当 $i = 0$ 或 $K = \begin{vmatrix} Z_1 + Z_0 & -Z_0 \\ -Z_0 & Z_2 + Z_0 \end{vmatrix} = 0$ 时式 (2) 才成立。

根据欧姆定律有 $V = iZ_{C_1} - i_1Z_{C_1} = -i_1Z_{C_1}$, 则

$$i_1 = -V/Z_{C_1} \quad (3)$$

要使 $i_1 \rightarrow 0$, 除非 $Z_{C_1} \rightarrow \infty$ 。但这是不存在的状态, 因此要使式 (2) 成立, 必是 $K = 0$, 即:

$$K = \begin{vmatrix} Z_1 + Z_0 & -Z_0 \\ -Z_0 & Z_2 + Z_0 \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

下面就根据式 (4) 求解双腔谐振频率。

3 径向耦合双腔谐振频率 ω

把矩阵方程式 (4) 展开, 有

$$(Z_1 + Z_0)(Z_2 + Z_0) - Z_0^2 = Z_1Z_2 + Z_0Z_2 + Z_1Z_0 = 0 \quad (5)$$

再把 $Z_1, Z_2, Z_0, Z_{C_1}, Z_{C_2}$ 表达式代入式 (5) 导出四次方程式 $C_0\omega^4 - [(C_0 - C_1)\omega_1^2 + (C_0 - C_2)\omega_2^2]\omega^2 + (C_0 - C_1 - C_2)\omega_1^2\omega_2^2 = 0$ 最终得到

$$\begin{aligned} \omega^2/\omega_1^2 = & \{(C_0 - C_1) + (C_0 - C_2)\omega_2^2/\omega_1^2 \pm [((C_0 - C_1) + (C_0 - C_2)\omega_2^2/\omega_1^2)^2 \\ & - 4C_0(C_0 - C_1 - C_2)\omega_2^2/\omega_1^2]^{1/2}\}/(2C_0) \end{aligned} \quad (6)$$

由二次方程根的判别式 $b^2 - 4ac \geq 0$ 不难看出式 (6) 有以下 3 个实根 $\omega_{01}, \omega_{02}, \omega_{03}$

$$\begin{aligned} \omega_{01}^2/\omega_1^2 = & \{(C_0 - C_1) + (C_0 - C_2)\omega_2^2/\omega_1^2 - [((C_0 - C_1) + (C_0 - C_2)\omega_2^2/\omega_1^2)^2 \\ & - 4C_0(C_0 - C_1 - C_2)\omega_2^2/\omega_1^2]^{1/2}\}/(2C_0) \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\omega_{02}^2/\omega_1^2 = [(C_0 - C_1) + (C_0 - C_2)\omega_2^2/\omega_1^2]/(2C_0) \quad (7b)$$

$$\begin{aligned} \omega_{03}^2/\omega_1^2 = & \{(C_0 - C_1) + (C_0 - C_2)\omega_2^2/\omega_1^2 + [((C_0 - C_1) + (C_0 - C_2)\omega_2^2/\omega_1^2)^2 \\ & - 4C_0(C_0 - C_1 - C_2)\omega_2^2/\omega_1^2]^{1/2}\}/(2C_0) \end{aligned} \quad (7c)$$

其顺序是 $\omega_{01} < \omega_{02} < \omega_{03}$ 。这 3 个频率解, 在数值模拟^[2]中同样可以得到, ω_{01} 和 ω_{02} 在单独的主腔或副腔中场分布是 E_{01} 模, 而 ω_{03} 是 E_{21} 模, 由于 ω_{03} 频率与 ω_{01}, ω_{02} 频率相距甚远, 高出很多, 几乎是倍频关系, 在宽带速调管的设计里并不使用 ω_{03} 频率点。

从式 (7) 中, 很难看出双腔的谐振频率 ω 与单腔的谐振频率 ω_{01} 和 ω_{02} 在定量关系上有什么差别的变化? 我们选择 ω_{02} 来分析, 当 $\gamma_2 = \omega_2/\omega_1 = 1$ 时 $C_1 = C_2, L_1 = L_2$ 即主腔和副腔结构完全相同式 (7b) 成为

$$\frac{\omega_{02}^2}{\omega_1^2} = \frac{(C_0 - C_1) + (C_0 - C_2)}{2C_0} = \frac{C_0 - C_1}{C_0} = 1 - \frac{C_1}{C_0} = 1 - \frac{1}{\alpha} \quad (8)$$

定义 $\alpha = C_0/C_1$ 为耦合度, 从式 (8) 不难看出当 $C_1 > C_0$ 时 ω_{02} 无解, 也就是两腔没有构成径向耦合系统, 也就不存在系统频率 ω_{02} 。

当 $C_1 = C_0$ 时为临界状态, 仍不存在 ω_{02} ;

当 $C_0 > C_1$ 时即 $\alpha > 1$ 时, ω_{02} 才有解, 才存在一个双腔径向耦合的系统;

当 $C_0 \gg C_1$ 时

$$\omega_{02} = \omega_1 \quad (9)$$

径向耦合双腔系统, 一般是 $C_0 \gg C_1$, 这由耦合孔结构所决定。因此, 当变动调谐杆时, C_0 改变量很有限, 对 ω_{02} 频率变化的影响很小, 可以近似认为调谐杆不影响 ω_{02} 。后面证明了 ω_{02} 是 π 模, 电容调谐杆的变动不影响 π 模频率。

4 模式的判别

径向耦合双腔存在的基本模式是 2π 模和 π 模, 场分布见图 4:

ω_{01}, ω_{02} 和 ω_{03} 是什么模式? 由于 3 个模式的对称性 ω_{01} 与 ω_{03} 是相同的, 同时径向空间展开的奇偶性, 我们只要确定 ω_{02} 的模式, 其余 ω_{01}, ω_{03} 的模式也就知道了。设腔间隙电压为 V_1, V_2 。 $V_1 = Z_{C_1}(I - i_1), V_2 = Z_{C_2}i_2$ 。由此得到

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= -Z_{C_1}^{-1}V_1 \\ i_2 &= -Z_{C_2}^{-1}V_2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

代入式 (2) 得

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{K} \cdot [\mathbf{Z}_C^{-1} \cdot \mathbf{V}] = 0 \quad (11)$$

把式 (10) 代入式 (11) 展开阻抗矩阵, 得到

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{C_2}{C_0} / \left(\frac{\omega^2}{\omega_1^2} - 1 - \frac{C_1}{C_0} \right) \quad (12)$$

将 ω_{02} 频率代入式 (12), 则

$$V_1/V_2 = -1/2 \quad (13)$$

用指数形式表示 V_1, V_2 得到

$$V_1/V_2 = Ae^{i\theta} = -1/2$$

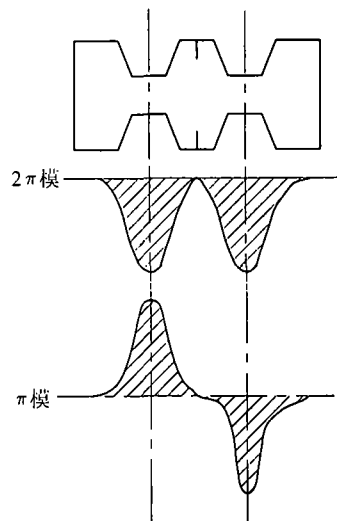


图 4 $2\pi, \pi$ 模场分布图

则 $\theta = \pi$ 。此结果说明对 ω_{02} 频率点, 主腔和副腔间隙电压的相位角差 180° , 充分证明 ω_{02} 频率点是 π 模, 自然 ω_{01} 和 ω_{03} 就是 2π 模。

以上分析判断假设在 $\gamma_2 = 1$ 的情况下, 而实际的多腔输出系统, 共有 3 对双腔组成, 一个主腔 3 个副腔。每对腔的 γ_2 都不同, 这是为了追求宽带和在有些工作频率点的模式简并。因此 3 对腔的 γ_2 一般设计在 $\gamma_2 < 1$, $\gamma_2 = 1$, $\gamma_2 > 1$ 。从式 (7) 也表现出 γ_2 对 ω_{01} 和 ω_{03} 有很大影响。 γ_2 的调节也是调带宽的一个重要手段。同时 γ_2 也直接影响主腔间隙的特性阻抗, 这也是对频带内的各频率点, 很难做到一致性间隙阻抗的原因。利用 γ_2 的变化调带宽, 这也是与双间隙腔技术 (轴向耦合) 不同之处。

5 结 论

本文对新型的宽带高频输出系统——径向耦合多腔系统的高频特性作了等效电路分析。首先分析了谐振腔和径向耦合孔的高频特性, 确立等效电路和集中参数。然后通过阻抗矩阵分析方法, 推导了对腔的 3 个谐振频率, 以及指出耦合度 α 和主、副腔频率比 γ_2 在频宽中的意义。并分析推导, 对腔的模式结构由 $2\pi-\pi-2\pi$ 构成, 而不同于轴向耦合双间隙腔的 $\pi-2\pi-\pi$ 结构。

该文虽然仅限于对新结构的谐振频率和模式的理论推导, 没有详尽分析回路电流、电压的矢量关系, 但初步的分析结果与用场数值模拟方法得到的结果一致^[2], 在冷测模型实验中也得到论证。

参 考 文 献

- [1] Lien E, Robinson D. Study and investigation leading to the design of broadband high power klystron amplifiers, AD813227.
- [2] 张世昌, 方希曾, 秦文珍, 顾伟. 径向耦合多腔输出系统数值模拟分析. 电子与信息学报, 2003, 25(4): 551-556.

张世昌, 男, 1939 年生, 研究员, 研究方向: 高功率微波器件。