干涉相位图的各向异性扩散方程滤波算法

黄 倩^{①2} 麻丽香^{①2} 张冰尘^① 王岩飞^① ^①(中国科学院电子学研究所 北京 100080) ^②(中国科学院研究生院 北京 100039)

摘 要 该文提出了一种基于各向异性扩散偏微分方程抑制干涉合成孔径雷达(INSAR)相位噪声的算法。该算法给 出了一种新的基于实数域干涉相位的扩散系数表达式,利用干涉相位图的局部统计特征,在干涉复图像中的均匀 区域各向同性扩散,边缘区域各向异性扩散。试验结果表明,该算法在抑制干涉相位噪声的同时保持了条纹边缘 细节信息,处理后的相位可以顺利展开。

关键词 干涉合成孔径雷达,相位,滤波,各向异性 中图分类号: TN958 文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)11-1998-05

An Anisotropic Diffusion Equation for SAR Speckle Reduction

Huang Qian^{10,2} Ma Li-xiang^{10,2} Zhang Bing-chen¹⁰ Wang Yan-fei¹⁰ ¹⁰(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China) ²⁰(Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract In this paper, a new method which is based on anisotropic diffusion equation for INSAR phase noise reduction is proposed. With the local statistics values, the new method provides anisotropic diffusion in the heterogenous area and isotropic diffusion in the homogeneous area. In the experiment, the new method is proved good performance in reducing INSAR phase noise and preserves edges and details at the same time. Furthermore, the filtered INSAR phase can be unwrapped successfully.

Key words INSAR, Phase, Filter, Anisotropic

1 引言

干涉合成孔径雷达(INSAR)突破了传统SAR 仅能得到地 形二维测绘图像的局限性,能够全天时、全天候获取大面积、 高精度三维数字高程模型(DEM)。在 INSAR 测量中,干涉相 位的精度直接决定了干涉处理后生成的 DEM 精度。由于 INSAR 系统的空间去相关、时间去相关等因素引入的噪声以 及雷达系统本身的热噪声影响,使得干涉信号中存在比较严 重的噪声,从而经过干涉处理之后得到的干涉相位图中也存 在比较严重的相位噪声。相位噪声使得相位图中存在大量的 残余点,造成相位展开无法进行或者生成的 DEM 的精度降 低。因此必须对干涉相位中的噪声进行有效抑制,同时保持 干涉条纹的空间分辨率。

干涉相位滤波大致可分为两大类: 实数域的干涉相位滤 波和复数域基于干涉复图像的滤波。实数域滤波包括: Lee^[1] 使用 16 个方向算子基于局部条纹方向和干涉相关系数直接 对干涉相位进行的自适应滤波; Bo^[2]的自适应滤波算法等。 但是,这些方法在实际应用时需要在以各像素点为中心的邻 域内关于局部相位均值展开相位,这在相位图信噪比较低的 情况下难以实现。复数域滤波使用较为普遍,其中包括均值 滤波、中值滤波、Goldstein^[3]滤波、小波变换^[4]等。但是, 近年来,利用各向异性的偏微分方程降噪,是得到广泛 关注的一种较好的滤波算法。随着Perona和Malik^[5]非线性各 向异性扩散方程的提出以及更多研究者的深入研究,偏微分 方程理论逐渐应用到了图像降噪、图像增强以及图像分割等 领域,并取得了良好效果。

根据上述问题,本文提出了一种利用实数域干涉相位对 复数域干涉复图像降噪的各向异性扩散 (INSAR Noise Reduction with Anisotropic Diffusion)算法,简称 INRAD 算法。 本算法根据 P-M(Perona-Malik)算法,提出了基于实数域干涉 相位的新的扩散系数表达式,分析了表达式中参数选取对滤 波结果的影响,从理论推导证明了新表达式的正确性,并将 该新扩散系数应用于干涉复图像进行偏微分处理。试验证

这些算法也有其局限性:第一,当对相位图进行滤波时,我 们希望滤波器是各向异性的(Anisotropic),即沿边缘方向进 行平滑滤波,同时在垂直于边缘的方向抑制滤波。但以上滤 波器都是各向同性的(Isotropic),也就是说,它们对边缘附近 各个方向抑制平滑程度相同,而不是只对垂直于边缘的方向 抑制平滑。第二,这些滤波器无法增强图像的边缘和细节, 仅在边缘附近抑制平滑。第三,这些滤波器的降噪与移动窗 口大小密切联系:当移动窗口较大时,滤波器过度平滑导致 边缘模糊:当移动窗口较小时,滤波器的平滑能力减小,降 噪能力变差。

²⁰⁰⁵⁻⁰³⁻¹⁸ 收到, 2005-08-02 改回

明,本算法不仅能够有效地抑制干涉相位图中的噪声,而且 可以保持边缘细节,处理后的相位可以顺利展开。

2 INRAD 算法

2.1 各向异性扩散方程降噪原理

本文提出的 INRAD 算法是建立在 Perona 和 Malik 的偏 微分方程基础上的, Perona 和 Malik 给出的偏微分方程为

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \operatorname{div}[g(|\nabla I|) \cdot \nabla I(x, y, t)]$$

$$I(x, y, t)|_{t=0} = I(x, y, 0)$$
(1)

式中 I(x, y, t) 是图像强度, ∇ 是梯度算子, $\nabla I(x, y, t) = \begin{pmatrix} \partial I / \partial x \\ \partial I / \partial y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_x \\ I_y \end{pmatrix}$, div 是散度算子, $g(\cdot)$ 是扩散系数, 是一个

有界非负递减函数。Perona 和 Malik 建议的 $g(\cdot)$ 有以下两种 形式:

$$g_{1}(|\nabla I|) = 1 / \left[1 + \left(|\nabla I| / K \right)^{2} \right]$$

$$g_{2}(|\nabla I|) = \exp \left[- \left(|\nabla I| / K \right)^{2} \right]$$
(2)

简便起见,下面以 $g_1(|\nabla I|)$ 为基础进行研究。设 $x = |\nabla I|$, 则 $g(x) = g(|\nabla I|)$,由图 1 所示。可见,当处理边界内部区 域时,x << K, $g(x) \rightarrow 1$,对图像平滑加大,当g(x) = 1时 即高斯型各向同性扩散;而当处理边界时,x >> K, $g(x) \rightarrow 0$,对图像平滑减弱,当g(x) = 0时(绝热扩散条件), 没有任何平滑。因此,图像经过多次迭代后强边缘内部区域 非常光滑,而边缘保持效果也有明显提高。

由此可见,扩散系数 $g(\cdot)$ 对图像的平滑效果有重要影响。 对 P-M 算法的扩散系数 $g(|\nabla I|)$ 进行进一步分析可知,设 $|\nabla I|=x$, $g(|\nabla I|)$ 是下式当 $\beta = 2$ 时的特例:

$$g(x) = 1/\{1 + [x/K]^{\beta}\}$$
 (3)

图 2 说明了当取不同的 β 值时,式(3)所示扩散系数 g(·)的变化情况: $\beta = 4 \ {\rm lb} \beta = 2$ 的 g(x) 在 x 减小时更快地 趋近于 1,而在 x 增大时更快地趋近于 0。即当 $\beta = 4$ 时, g(x) 能对均匀区域更好地平滑,对边缘区域更好地保持。



2.2 INRAD 算法的阐述

首先,我们引入SAR图像处理中的变差系数(Variation coefficient)^[6],作为衡量干涉复图像局部均匀性的标准。假设I(x,y)表示图像强度,则图像的变差系数为

$$C_I = \sqrt{\operatorname{Var}(I)} / E(I) = \sigma_I / E(I)$$
(4)

其中 Var(*I*) 是图像方差, σ_I 是图像的标准差, E(I) 是图像的均值。图像纹理越不均匀, σ_I 越大, C_I 也越大。因此, 变差系数可以用于度量图像的局部均匀性。

根据 2.1 节的分析, 扩散系数 $g(\cdot)$ 是控制图像平滑程度 的重要因素, 如何选择适合干涉相位图的扩散系数是一个非 常重要的问题。本文提出的 INRAD 算法利用变差系数在衡 量图像局部均匀性方面的优势, 根据干涉相位图的局部变差 系数计算扩散系数 $g(\cdot)$,对干涉复图像分别进行偏微分处理, 再根据处理过的两个复图像求出新的相位图,继续迭代直到 结束。这样, 利用了干涉相位图中条纹的信息, 对主值为 $(-\infty,\infty)$ 的复图像进行相应的噪声抑制, 避免了对主值为 $(-\pi,\pi)$ 的干涉相位图直接滤波而造成的相位数据的不连续 性和不一致性。

INRAD 算法采用式(3)的扩散系数,用 $C_P^2 - C_u^2$ 代替 P-M 算法中 $g(\cdot)$ 的梯度 ∇I ,偏微分方程如下:

$$\frac{\partial}{\partial t}I(x, y, t) = \operatorname{div}\left[g(C_P^2) \cdot \nabla I(x, y, t)\right]$$

$$I(x, y, t)|_{t=0} = I_0$$
(5)

$$g(C_P^2) = \frac{1}{1 + \left(\left(C_P^2 - C_u^2 \right) / C_u^2 \right)^{\beta}}$$
(6)

式中 I 表示干涉复图像, $C_p^2 = \operatorname{Var}(P)/E^2(P)$ 是根据迭代过 程中的干涉复图像得到的相位图求得的局部变差系数; $C_u^2 = \operatorname{Var}(u)/E^2(u)$ 是根据相关系数图中相关性较大的位置, 在干涉相位图中相对均匀的区域求得的变差系数,用于控制 对图像的平滑程度; $\beta = 2,4$ 。

分析式(5),式(6)知,当处理相位的均匀区域时, $C_p^2 \rightarrow C_u^2$, $g(C_p^2) \rightarrow 1$,对复图像的平滑作用增加;当处理 相位的边缘区域时, $C_p^2 \gg C_u^2$, $g(C_p^2) \rightarrow 0$,保留更多的边 缘。若当 C_p^2 减小时 $g(C_p^2)$ 更快地趋近于 1,而当 C_p^2 增大时 $g(C_p^2)$ 更快地趋近于 0,则效果更好。由 2.1 节知 $\beta = 4$ 比 $\beta = 2$ 更能满足此要求。

2.3 INRAD 算法的特点

考虑 INRAD 算法的式(6), 令 $q^2 = C_P^2$, $q_0^2 = C_u^2$, 则 $g(C_P^2) = g(q) = 1 / \left[1 + \left(\left(q^2 - q_0^2 \right) / \alpha \cdot q_0^2 \right)^{\beta} \right]$, 式(5)变为 $\frac{\partial}{\partial t} I(x, y, t) = \operatorname{div}[g(q) \cdot \nabla I(x, y, t)]$ $= g(q) \cdot \Delta I + g'(q) \cdot \nabla^2 I(\nabla I, \nabla I) / |\nabla I|$ (7)

上式中 $\nabla^2 I(\nabla I, \nabla I) = I_{xx} \cdot I_x^2 + 2I_{xy} \cdot I_x \cdot I_y + I_{yy} \cdot I_y^2$ 。

设 η 是沿边缘的方向, ξ 是垂直于边缘的方向,二者构成正交坐标系(ξ , η),其中

$$\xi = (\cos(\theta), \sin(\theta)) = (-I_y, I_x) / |\nabla I|$$

$$\eta = (\sin(\theta), -\cos(\theta)) = (I_x, I_y) / |\nabla I| = \nabla I / |\nabla I|$$
(8)

由此我们可以得到

$$I_{\xi} = \nabla I \cdot \xi$$

$$I_{\xi\xi} = \nabla^{2}I(\xi,\xi) = \left(I_{xx} \cdot I_{y}^{2} - 2I_{xy} \cdot I_{x} \cdot I_{y} + I_{yy} \cdot I_{x}^{2}\right) / |\nabla I|^{2}$$

$$I_{\eta} = \nabla I \cdot \eta$$

$$I_{\eta\eta} = \nabla^{2}I(\eta,\eta) = \left(I_{xx} \cdot I_{x}^{2} + 2I_{xy} \cdot I_{x} \cdot I_{y} + I_{yy} \cdot I_{y}^{2}\right) / |\nabla I|^{2}$$
(9)

式中 $I_{\xi\xi}$ 和 $I_{\eta\eta}$ 分别为垂直于 ∇I 方向和沿 ∇I 方向的扩散项, 从而式(7)可写为

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \operatorname{div}[g(q) \cdot \nabla I(x, y, t)]$$

= $g(q) \cdot I_{\xi\xi} + \Phi'(q) \cdot I_{\eta\eta}$ (10)

其中 $\Phi'(q) = [q \cdot g(q)]$,为沿边缘方向 η 的扩散系数; g(q)为垂直于边缘方向 ξ 的扩散系数。

(1) 在均匀区域,本算法是各向同性的 分析式(10)知, 当处于均匀区域时, $q^2 \rightarrow q_0^2$, $\xi 和 \eta$ 方向的扩散系数以及 二者比值分别为

$$\lim_{q^2 \to q_0^2} g(q) = 1 , \quad \lim_{q^2 \to q_0^2} \Phi'(q) = \lim_{q^2 \to q_0^2} \left[g(q) + q \cdot g'(q) \right] = 1 ,$$
$$\lim_{q^2 \to q_0^2} \left[\Phi'(q) / g(q) \right] = 1$$

也就是说,在均匀区域,INRAD 算法对各方向平滑程度相同,即各向同性扩散。

(2) 在边缘区域,本算法是各向异性的 在边缘和细节 区域,图像变差系数较大, q² >> q₀²,此时有

$$\lim_{q^2 \to \infty} g(q) = 0 , \quad \lim_{q^2 \to \infty} \Phi'(q) = 0 , \quad \lim_{q^2 \to \infty} \left[\Phi'(q) / g(q) \right] = 1 - 2\beta$$

这说明虽然 ξ 和 η 方向的扩散系数都趋近于0,但二者速度 不同:沿边缘方向的扩散速度是垂直方向的1-2 β 倍,前面 提到我们取 β =2或4,所以沿边缘方向的扩散比垂直边缘 方向速度快。沿边缘方向的扩散系数从负数趋向于0,这种 "负扩散"使边缘得到增强。因此,本文提出的 INRAD 算法 对于相位边缘不仅能够保持,而且能够增强,从而进一步提 高了对干涉相位图的滤波效果。

2.4 实现步骤

(1) 求干涉相关系数图,选择相关系数较大且对应的干 涉相位较均匀的区域*A*。

(2) 根据第 *n* 次迭代的干涉复图像(大小为 $M \times N$)得到 干涉相位图,在该相位图的区域 A 求变差系数 $C_{n}^{2} = \operatorname{Var}(u^{n})/E^{2}(u^{n})$ 。

(3) 在中心为(*i*, *j*)的 4 邻域移动窗口 *ŋ*_s中(*i*=1,2,…,*M*, *j*=1,2,…,*N*),求步骤(2)所得出的相位图的局部变差系数:

$$C_{P_{i,j}^{n}}^{2} = \frac{2 / |\bar{\eta}_{s}| \cdot |\nabla P_{i,j}|^{2} - 1 / (|\bar{\eta}_{s}|)^{2} \cdot (\nabla^{2} P_{i,j})^{2}}{(P_{i,j} + 1 / |\bar{\eta}_{s}| \cdot \nabla^{2} P_{i,j})^{2}}$$

其中, $\nabla^2 P_{i,j} = P_{i+1,j} + P_{i-1,j} + P_{i,j+1} + P_{i,j-1} - |\bar{\eta}_s| \cdot P_{i,j}, |\nabla P_{i,j}|^2 = (P_{i,j} - P_{i-1,j})^2 + (P_{i,j} - P_{i,j-1})^2 + (P_{i+1,j} - P_{i,j})^2 + (P_{i,j+1} - P_{i,j})^2 \circ$ (4) 利用式(6)求(*i*, *j*)处的扩散系数 *g*_{*i*, *j*} °

(5) 设空间步长为 h, 由式(5)求迭代差:

$$d_{i,j}^{n} = \left[g_{i+1,j}^{n}(I_{i+1,j}^{n} - I_{i,j}^{n}) + g_{i,j}^{n}(I_{i-1,j}^{n} - I_{i,j}^{n}) + g_{i,j+1}^{n}(I_{i,j+1}^{n} - I_{i,j}^{n}) + g_{i,j}^{n}(I_{i,j-1}^{n} - I_{i,j}^{n})\right]/h^{2}$$

(6) 根据离散更新方程 $I_{i,j}^{n+1} = I_{i,j}^n + \Delta t / | \bar{\eta}_s | \cdot d_{i,j}^n$ 得到迭代 后的复图像, Δt 为时间步长。

(7) 是否结束迭代, 是则停止, 否则继续从步骤(2)进行。

3 试验结果

以下将从相位噪声的抑制、条纹边缘的保持、对相位解 缠的影响等三方面讨论各种滤波方法的降噪效果。为了更好 地说明 INRAD 算法的有效性与优越性,在比较相位噪声的 抑制、对相位解缠的影响时都采用了 1994 年 10 月获得的意 大利 Etna 火山地区的 SIR-C/X-SAR 数据,在比较对条纹边 缘保持方面采用了模拟的干涉相位图。

3.1 相位噪声的抑制

选择Etna火山地区的 512×512 像素点作为测试区域,通 过与窗口大小为 7×7 的均值滤波以及Perona和Malik^[5]的偏微 分方程滤波(简称PMAD滤波)的比较,可以验证本文所提出 的INRAD滤波算法的有效性。这里INRAD算法取 $\beta = 4$, h = 1, $\Delta t = 0.2$, 迭代 100 次。

在各种地形坡度下,残余点生成概率随相关系数的增大 而单调递减,相关系数低、相位噪声大的区域必然残余点密 集,反之亦然。因此,残余点的多少在一定程度上可以说明 滤波效果。表1示出了根据各种算法对干涉相位图滤波后得 到的残余点数目和残余点数与总点数之比*R*,其中*R*定义为 *R*=*N*_{res}/*N*_{all}×100%,这里*N*_{all}是相位图中总像素点数,*N*_{res} 是残余点数。

表1 干涉相位图滤波效果比较 Comparison of the filtering result of different filte

rabit comparison of the intering result of unrefent inters				
	原始	均值滤波	PMAD	
	相位图	(7×7)	滤波	INKAD
残余点数	77816	3399	1788	995
R	29.68 %	1.30 %	0.68 %	0.38 %

图 3,图 4 示出了应用各种滤波算法滤波后的干涉相位 图以及对应的残余点图。从图 3 和图 4 以及表 1 可见,本文 所提出的 INRAD 算法大大减少了残余点,有效抑制了相位 噪声。

3.2 条纹边缘的保持

相位条纹产生于两幅不同的 SAR 复图像相干涉后复数 结果的相位值,相位值只能以主值的形式,在(-π,π)之中出 现,即相位的圆周期性。为了在滤波后能够保持正确的相位 条纹信息,避免相位值混叠和失真,条纹边缘保持成为了相 位噪声抑制过程中的一个重要问题。

以下通过对大小为 257×257 像素的模拟干涉相位数据的 滤波,从视觉角度直观地比较滤波器的边缘保持效果。这里 INRAD 算法取 $\beta = 4$, h = 1, $\Delta t = 0.2$,迭代 100 次。由图 5 可以看出,在对噪声相位图进行平滑滤波的同时,本文的 INRAD 算法所处理的条纹边缘比其它滤波方法的处理结果 更加平直,更加接近未加噪声的原始相位图。



(c) (d)
 图 4 残余点图比较(512×512 像素)
 (a) 原始相位图 (b) 均值滤波(7×7) (c) PMAD 滤波(d) INRAD 滤波
 Fig.4 Comparison of residues of interferogram filtered by different filters (512×512 pixels)

 (a) Residues of unfiltered interferogram
 (b) Residues of the interferogram filtered by mean filter (7×7)
 (c) Residues of the interferogram filtered by PMAD
 (d) Residues of the interferogram filtered by INRAD



图 5 边缘保持效果比较(257×257 像素) (a) 原始相位图 (b) 加噪声的相位图 (c) 均值滤波(7×7) (d) PMAD 滤波 (e) INRAD 滤波 Fig.5 Comparison of the preserving of fringes (a) Original interferogram (b) Noisy interferogram (c) Filtered interferogram with mean filter(7×7) (d) Filtered interferogram with PMAD (e) Filtered interferogram with INRAD

3.3 对相位解缠的影响

对干涉相位图进行滤波的目的是抑制噪声,提高干涉图像的质量,使得相位展开顺利进行,进一步提高 DEM 的精度。因此,对滤波效果的衡量还要考虑到滤波结果对相位解缠的影响。在 3.1 节中,已知 INRAD 算法能够大大减少干涉相位图中的残余点,以下示出了使用 INRAD 算法滤波后相位图的良好解缠效果。

仍采用意大利 Etna 火山地区的干涉数据,方位向 2048 像素,距离向 1024 像素,经过干涉复图像的精确配准和去 平地效应后,利用 INRAD 算法滤波对干涉图像滤波,其中 INRAD 算法取 $\beta = 4$, h = 1, $\Delta t = 0.2$,送代 100 次。未滤 波的原始相位图如图 6(a)所示,滤波后得到的相位图见图 6(b),对其进行二维相位展开的结果见图 6(c),而图 7 示出 了所处理地区的三维地形图。



图 6 INRAD 滤波相位图与相位解缠图(2048×1024 像素) (a) 未滤波相位图 (b) INRAD 滤波相位图 (c) 解缠相位图 Fig.6 Filtered result of INRAD (2048×1024 pixels) (a) Unfiltered interferogram (b) Filtered interferogram with INRAD (c) Unwrapped interferogram



图 7 Etna 火山地区的三维地形图 (2048×1024 像素) Fig.7 DEM of the Volcano Enta (2048×1024 pixels)

4 结束语

本文提出了一种新的利用各向异性扩散方程抑制干涉 相位图噪声的 INRAD 算法。该算法提出了一种基于实数域 干涉相位的扩散系数表达式,分析了表达式中参数选取对滤 波结果的影响,从理论推导证明了新表达式的正确性,并将 该扩散系数应用于干涉复图像进行偏微分处理。试验证明, 该算法能够有效地抑制干涉相位图中的噪声,保持边缘细 节,处理后的相位图可以顺利展开。

参考文献

- [1] Lee J S, Papathanassiou K P, Ainoworth T L, Grunes M R, Reigber A. A new technique for noise filtering of SAR interferometric phase images. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 1998, 36(5): 1456–1465.
- [2] Bo G, Dellepiane S, Beneventano G. A locally adaptive approach for interferometric phase noise reduction. IGARSS'99, Hamburg,

Germany, 1999: 264-268.

- [3] Goldstein R M, Werner C L. Radar interferogram filtering for geophysical applications. *Geophysical Research Letters*, 1998, 25(21): 4035–4038.
- [4] Carlos López-Martínez, Xavier Fàbregas. Modeling and reduction of SAR interferometric phase noise in the wavelet domain. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 2002, 40(12): 2553–2566.
- [5] Pietro P, Jitendra M. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(7): 629–639.
- [6] Chris O, Shaun Q. Understanding Synthetic Aperture Radar Images. Boston, London, Artech House, 1998: 88–89.
- 黄 倩: 女,1979年生,博士生,研究方向为数字图像处理、微 波成像雷达.
- 麻丽香: 女,1980年生,博士生,研究方向为数字信号处理、干涉处理.
- 张冰尘: 男,1973年生,副研究员,研究方向为数字信号处理、 微波成像雷达.
- 王岩飞: 男,1963 年生,研究员,博士生导师,研究方向为微波 成像雷达、数字信号处理.