

部分覆盖介质导体柱的电磁散射研究

蒋依群 龚铮权

(机电部 54 所, 石家庄) (总参 63 所, 南京)

摘要 本文通过建立积分方程并利用矩量法, 解决了部分涂覆介质导体柱的电磁散射问题。有关的计算程序成功地实现了通用化, 即集导体柱、介质柱、全部及部分覆盖介质的导体柱的计算程序为一体。实例计算表明, 该程序在计算目标雷达散射特性方面具有较高的实用价值。

关键词 电磁散射; 矩量法; 雷达散射截面

一、引言

关于物体电磁散射性质的研究是电磁学领域中一类引起人们广泛兴趣的问题。本文选择部分覆盖介质导体柱作为散射目标研究, 是因为该结构常见且具有代表性, 并且编出通用、方便的程序有利于研究不同的介质涂层对雷达散射截面的影响。目前国内关于这方面的研究很少, 而采用矩量法解此类问题的, 在国内外文献中尚未看到。

我们的工作程序是首先建立积分方程, 然后用矩量法求解, 编出适合于任意截面柱体的计算散射截面程序, 再使程序通用化, 最后给出一些实例加以验证。

二、积分方程的建立

当平面电磁波投射到一个表面光滑的凸形柱体上时, 其表面上任意一点处的电磁场可由表面上的等效电流和磁流表示如下^[1]:

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}(\bar{\rho}) &= 2\bar{E}^i(\bar{\rho}) - \mu\mathcal{L}_1(\bar{J}) - \mathcal{L}_2(\bar{k}) - (1/\varepsilon)\mathcal{L}_3(\bar{J}) \\ \bar{H}(\bar{\rho}) &= 2\bar{H}^i(\bar{\rho}) - \varepsilon\mathcal{L}_1(\bar{k}) + \mathcal{L}_2(\bar{J}) - (1/\mu)\mathcal{L}_3(\bar{k}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 $\mathcal{L}_1(\bar{f}) = [j\omega/(2\pi)] \int_c \bar{f} \cdot \varphi d\bar{l}'$, $\mathcal{L}_2(\bar{f}) = [1/(2\pi)] \int_c f_c(\bar{f} \times \nabla' \varphi) d\bar{l}'$, $\mathcal{L}_3(\bar{f}) = [1/(2j\omega\pi)] \int_c \nabla'_c \cdot \nabla' \varphi d\bar{l}'$, $\varphi = (\pi/j)H_0^{(2)}(k|\bar{\rho} - \bar{\rho}'|)$, $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ 为外部空间的波数, $\bar{\rho}$ 和 $\bar{\rho}'$, 分别为场点和源点。

图 1 给出了本文所研究的复合结构的示意图。它由导体域 II、介质域 III (介质参数为 ε_d 和 μ_d) 及自由空间域 I (ε_0 , μ_0) 组成。下面利用 (1) 式导出该结构的积分方程。先设观察点在域 I 内, 则边界 $C = C_1 + C_2$ 上任一点处的电磁场 \bar{E}_e 和 \bar{H}_e 可由 C_1 上的电流及 C_2 上的电磁流表示; 而当观察点在域 III 内时, 又可写出边界 $C = C'_1 +$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} \hat{n}_2 \times \mathcal{L}_2^a(\bar{J}_1) - \frac{1}{2} \hat{n}_2 \times \mathcal{L}_2^b(\bar{J}_3) \\
 & -\frac{1}{2} \hat{n}_2 \times (\mathcal{L}_2^a + \mathcal{L}_2^b)(\bar{J}_2), \quad \bar{\rho} \in C_2
 \end{aligned} \tag{4d}$$

三、用矩量法解积分方程

1. 分别在 TM 和 TE 极化时形成算子矩阵

用矩量法解矢量积分方程时,首先要根据入射波的极化情况将矢量积分方程标量化,然后选定合适的基函数和检验函数,最后构成矩阵方程并用代数方法求解。以 TM 极化为例,电流只有 \hat{z} 方向分量,磁流只有沿表面切线方向的分量,记 $R = |\bar{\rho} - \bar{\rho}'|$, $\hat{R} = \hat{\rho} - \hat{\rho}'$, 得(4)式的方程标量法,结果如下:

$$E_z^i(\bar{\rho}) = (g_1^a + g_1^b)(\bar{J}_1) + (g_1^a + g_1^b)(\bar{J}_2) + g_2^a(\bar{K}_2), \quad \bar{\rho} \in C_1 \tag{5a}$$

$$E_z^i(\bar{\rho}) = (g_1^a + g_1^b)(\bar{J}_1) + (g_1^a + g_1^b)(\bar{J}_3) + (g_2^a + g_2^b)(\bar{K}_2) + (g_1^a + g_1^b + g_3^a + g_3^b)(\bar{J}_2), \quad \bar{\rho} \in C_2 \tag{5b}$$

$$0 = (g_1^a + g_1^b)(\bar{J}_2 + \bar{J}_3) + g_2^b(\bar{K}_2), \quad \bar{\rho} \in C_3 \tag{5c}$$

$$\hat{l} \cdot \bar{H}^i(\bar{\rho}) = g_1^a(\bar{J}_1) + g_1^b(\bar{J}_3) + (g_1^a + g_1^b)(\bar{J}_2) + (g_2^a + g_2^b + g_3^a + g_3^b)(\bar{K}_2), \bar{\rho} \in C_2 \tag{5d}$$

其中

$$\begin{aligned}
 g_1^{a,b}(\bar{J}) &= (\omega \mu_{0,d}/4) \int_c J_z(\bar{\rho}') H_0^{(2)}(k_{0,d}R) dl' \\
 g_2^{a,b}(\bar{K}) &= [k_{0,d}/(4j)] \int_c K_1(\bar{\rho}') |\hat{l}' \times \hat{R}| H_1^{(2)}(k_{0,d}R) dl' \\
 g_3^{a,b}(\bar{J}) &= 0 \\
 g_4^{a,b}(\bar{J}) &= (-jk_{0,d}/4) \int_c J_z(\bar{\rho}') |\hat{R} \times \hat{l}| H_1^{(2)}(k_{0,d}R) dl' \\
 g_5^{a,b}(\bar{K}) &= (\omega \varepsilon_{0,d}/4) \int_c K_1(\bar{\rho}') (\hat{l} \cdot \hat{l}') H_0^{(2)}(k_{0,d}R) dl' \\
 g_6^{a,b}(\bar{K}) &= [1/(4\omega \mu_{0,d})] \frac{\partial}{\partial l} \left[\int_c \frac{\partial}{\partial l'} K_1(\bar{\rho}') H_0^{(2)}(k_{0,d}R) dl' \right]
 \end{aligned}$$

下一步是恰当地挑选基函数和检验函数。对于电流函数 $\bar{J}_1, \bar{J}_2, \bar{J}_3$ 选脉冲函数为基函数,相应地对方程(5a)、(5b)、(5c)两边进行点匹配。这是一种较简单的典型搭配。对于磁流 \bar{K}_2 以三角函数作基函数,同时对(5d)式两边进行脉冲匹配。此种搭配法有两点好处:(1)三角基函数的设置可以自然地满足边界上磁场为零的条件,这会给计算带来好处;(2)这种设置法可将算子 $g_6^{a,b}(\bar{K})$ 中的双重偏微分化为简单的代数计算。确定了基函数及检验函数后,将电磁流按基函数展开如下:

$$\left. \begin{aligned}
 J_1(l) &= \sum_{j=1}^{n_1} a_j q_j(l) \\
 J_2(l) &= \sum_{j=n_1+1}^{n_1+n_2} a_j q_j(l) \\
 J_3(l) &= \sum_{j=n_1+n_2+1}^{n_1+n_2+n_3} a_j q_j(l)
 \end{aligned} \right\} q_j(l) = \begin{cases} 1, & l_j \leq l \leq l_{j+1} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$$K_2(l) = \sum_{j=n_1+n_2+n_3+1}^{n_1+n_2+n_3+n} a_j p_j(l), \quad p_j(l) = \begin{cases} (l-l_j)/(l_{j+1}-l_j), & l_j \leq l \leq l_{j+1} \\ (l_{j+2}-l)/(l_{j+2}-l_{j+1}), & l_{j+1} \leq l \leq l_{j+2} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

令 $W_i(l)$ 为冲击函数、 $X_i(l)$ 为脉冲函数, 分别用 $W_i(l)$ 对 (5a)、(5b)、(5c) 式及用 $X_i(l)$ 对 (5d) 式作内积得矩阵方程如下。(n_1 、 n_2 及 n_3 分别为 C_1 、 C_2 及 C_3 上的分块数, $n_4 = n_2$, 是对 C_2 上的磁流而言.)

$$Z \cdot I = V$$

其中

$$I = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{n_1} \\ \dots \\ a_{n_1+1} \\ \vdots \\ a_{n_1+n_2} \\ \dots \\ a_{n_1+n_2+1} \\ \vdots \\ a_{n_1+n_2+n_3} \\ \dots \\ a_{n_1+n_2+n_3+1} \\ \vdots \\ a_{n_1+n_2+n_3+n} \end{bmatrix} \begin{matrix} \uparrow \\ J_1 \\ \downarrow \\ \uparrow \\ J_2 \\ \downarrow \\ \uparrow \\ J_3 \\ \downarrow \\ \uparrow \\ K_2 \\ \downarrow \end{matrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} \langle W_1, E_z^i \rangle \\ \vdots \\ \langle W_{n_1}, E_z^i \rangle \\ \dots \\ \langle W_{n_1+1}, E_z^i \rangle \\ \vdots \\ \langle W_{n_1+n_2}, E_z^i \rangle \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ \langle X_{n_1+n_2+n_3+1}, H_i^i \rangle \\ \vdots \\ \langle X_{n_1+n_2+n_3+n}, H_i^i \rangle \end{bmatrix} \begin{matrix} \uparrow \\ C_1 \\ \downarrow \\ \uparrow \\ C_2 \\ \downarrow \\ \uparrow \\ C_3 \\ \downarrow \\ \uparrow \\ C_4 = C_2 \\ \downarrow \end{matrix}$$

$$Z = \begin{matrix} \left[\begin{array}{cccc} \leftarrow C_1 \rightarrow & \leftarrow C_2 \rightarrow & \leftarrow C_3 \rightarrow & \leftarrow C_4 \rightarrow \\ C_1 \downarrow & \langle g_1^a(\bar{J}_1), W_i \rangle & \langle g_1^a(\bar{J}_2), W_i \rangle & 0 & \langle g_2^a(\bar{K}_2), W_i \rangle \\ \uparrow C_2 & \langle g_1^a(\bar{J}_1), W_i \rangle & \langle g_1^a(\bar{J}_2), W_i \rangle + \langle g_1^a(\bar{J}_2), W_i \rangle & \langle g_1^a(\bar{J}_3), W_i \rangle & \langle g_2^a(\bar{K}_2), W_i \rangle + \langle g_2^a(\bar{K}_2), W_i \rangle \\ \uparrow C_3 & 0 & \langle g_1^a(\bar{J}_2), W_i \rangle & \langle g_1^a(\bar{J}_3), W_i \rangle & \langle g_2^a(\bar{K}_2), W_i \rangle \\ \uparrow C_4 & \langle g_1^a(\bar{J}_1), X_i \rangle & \langle g_1^a(\bar{J}_2), X_i \rangle + \langle g_1^a(\bar{J}_2), X_i \rangle & \langle g_1^a(\bar{J}_3), X_i \rangle & \langle g_2^a(\bar{K}_2), X_i \rangle + \langle g_2^a(\bar{K}_2), X_i \rangle + \langle g_2^a(\bar{K}_2), X_i \rangle \end{array} \right] \end{matrix}$$

由 $I = Z^{-1} \cdot V$ 求出等效的表面电磁流后, 可进一步求雷达散射截面或远区场。

TE 极化情况也类似, 进行上述步骤时, 因为含两重偏微分的算子不是作用在磁流上, 而是作用在电流上, 此时电流基函数也与 TM 极化时的磁流一样取为三角函数, 而为了满足边界磁流为零的条件, 磁流仍以三角函数为基函数, 四个积分方程均用脉冲函数作

为检验函数。

2. 关于有耗介质的处理

在 Z 矩阵元素的形成过程中,要计算关于 $H_0^{(2)}(S)$ 及 $H_1^{(2)}(S)$ 的积分。在进行数值计算时,首先要寻找它们的级数表达式。现有的级数表达式仅在 S 为复平面第一象限内的复数时,才是收敛的^[4],亦即只能用来计算无耗介质。为了解决有耗介质的散射问题,需要利用汉克尔函数的一些性质进行解析延拓。汉克尔函数有如下性质:

$$H_0^{(1)}(\bar{S}) = \overline{H_0^{(2)}(S)} \quad H_1^{(2)}(\bar{S}) = \overline{H_1^{(1)}(S)}$$

当介质为有耗介质时, S 应为复平面第四象限的复数。利用以上性质,只要找到与 $S(S = k|\rho - \rho'|)$ 共轭的第一象限内的 $S' = \bar{S}$, 对已有的级数 $H_0^{(2)}(S)$ 和 $H_1^{(2)}(S)$ 进行改造就可得到 $H_0^{(1)}(S)$ 及 $H_1^{(1)}(S)$ 代入 S' 并对计算结果取共轭,这样有耗介质的问题就迎刃而解了。

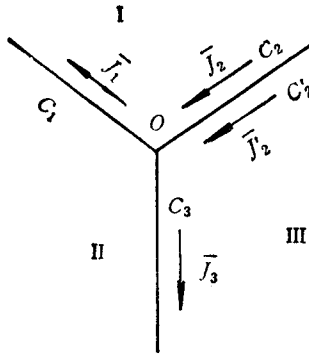


图 2

3. TE 极化时节点电流的设置方式

由于我们讨论的是导体和介质体相连接的结构,如图 2 所示。导体表面 C_1 、介质表面 C_2 及导体与介质交接面 C_3 上均有电流存在。实践表明,电流元的正确设置对计算交点附近的电流有至关重要的影响。这里的电流均应理解为等效电流。因实际上 $C_2 = C_3$ 故 $\bar{J}_2 = \bar{J}_3$, 在建立积分方程的过程中是将两者合并的。在交点 O 处,三个表面汇合,因此 \bar{J}_1 、 \bar{J}_2 和 \bar{J}_3 在 O 点应有等值。

在 TM 极化时,电流采取脉冲基函数,并取点匹配方式(见图 3(a))。数值计算时,是以 \overline{AB} 的中点 P 上的电流来代表整个 \overline{AB} 上的电流的。紧邻 O 点的三个区域上的电流由 P_1 、 P_2 和 P_3 点的电流分别代表。计算时互不相干。计算出的三个电流值在分块数逐渐加密时趋近于同一值。

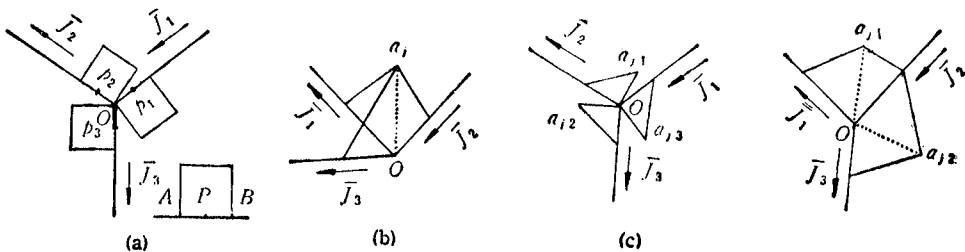


图 3

在 TE 极化时,由于积分的需要必须将电流基函数取为三角函数,而三角元是跨在两个块域上的,这给结点电流的设置带来了困难。我们先后尝试了图 3(b) 和 (c) 的设置法。前者强制三个电流元在节点相等;后者让各电流元独立,在理论上均无错误。反复计算表明,这两种设置法解出的电流在 O 点附近很反常。这可能是因为紧邻 O 点的三个域是以半三角作基函数的,与其它部位设置得不同。结果带来了矩阵计算上的麻烦。多

方探索后,我们发现必须回避半电流元的情况。事实上,积分方程都是建立在封闭表面上的, \vec{J}_2 和 \vec{J}_3 分别对应于不同的封闭表面,将合并了的方程拆开,按图 3(d) 的方法设置,这样在 O 点处 \vec{J}_2 和 \vec{J}_1 、 \vec{J}_3 和 \vec{J}_3 的两半三角分别构成了全三角。计算表明,这种设置法能取得令人满意的结果。

4. 通用性讨论

在散射目标的表面等效电流解出后,就可以进一步求出雷达散射截面或远区场。计算程序经过适当的安排可以达到很好的通用性。参见图 4,当 C_2 和 C_3 两表面消失后,复合结构就变成了一个导体柱;当 C_1 和 C_3 两表面消失后,又变成了一个介质柱;如仅 C_1 表面消失,又可变为一个外包介质的导体柱。实际编排时,某表面面积为零,即将该表面上的分块数取为零,程序便会自动地将在该表面上的有关积分跳过,这样就实现了程序的通用化。

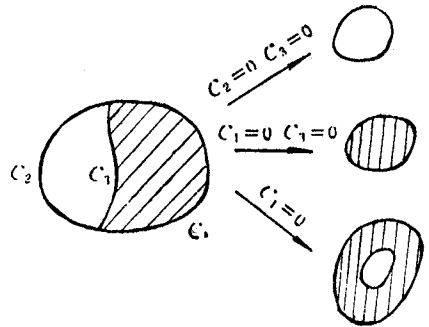


图 4

四、实例计算

我们在橄榄形导体柱上进行部分及全部涂覆介质的实验,可以从中研究吸波材料对雷达散射截面的影响。该例子取自文献 [3], 分别在 TE 和 TM 极化条件下得出两组曲线。我们的计算结果见图 5(a) 和 (b)。与文献 [3] 的曲线比较基本一致,只是在两个尖端处有微小偏差。这主要是由于此处表面不够光滑,有一个尖角。如在尖角附近将分块数加密,可以显著地提高计算精度,但计算时间也明显加长。计算精度和速度往往要折中考虑。

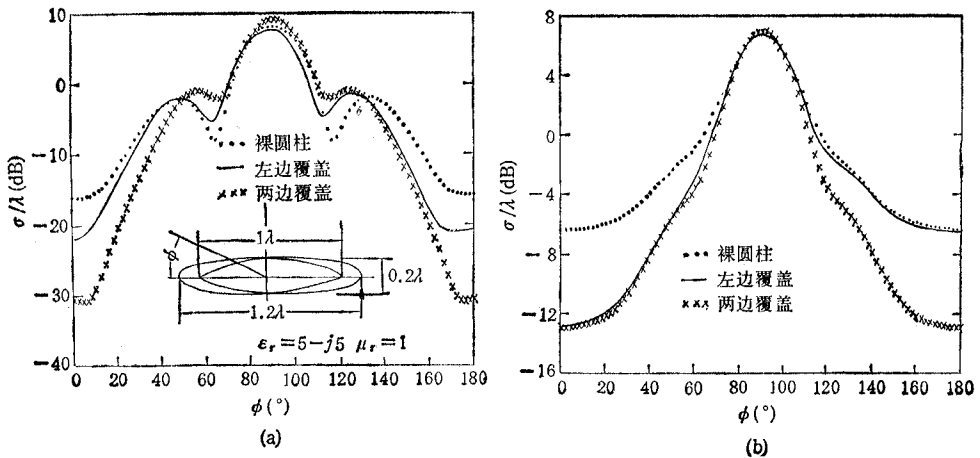


图 5

另一个例子是研究一个部分均匀涂覆介质的导体圆柱的电磁散射性质。程序的正确性可以这样验证: 将内圆柱的半径取一个合适的值,令 $\mu_r = \epsilon_r = 1$, 相当于空气介质,将

计算出来的结果与很容易找到的导体圆柱的相应数据^[2]对照,结果应当一致。我们对比的结果证明了程序无误。涂覆介质的计算曲线见图6。图6(a)和(b)分别是表面等效电流(TM极化)的幅相曲线,(c)是全向雷达散射截面图。

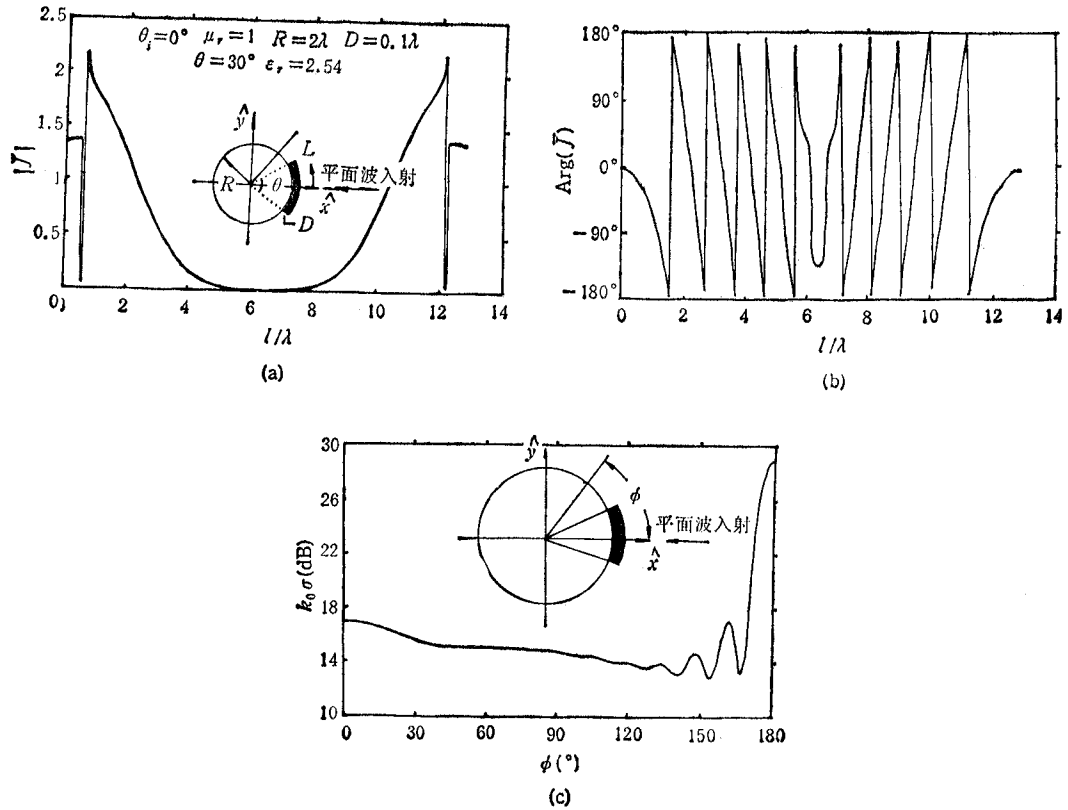


图 6

五、结 论

本文的工作表明,用矩量法解积分方程的方法处理部分覆盖介质的导体柱的散射问题是行之有效的。它的特点是理论分析上简单明了,对任意截面形状的柱体皆适用(光滑凸柱效果最佳),其中介质特性任意。本文所编制的程序系列通用性好且使用方便,可用来研究一般目标由于涂覆介质材料对雷达散射截面所产生的影响。数值方法的主要局限在于目标尺寸不能太大,计算时间随矩阵阶数的增加呈指数上升,当截面周长大于20个波长时,一般微型计算机就无法计算了。使用大、中型计算机或采用解析法与数值法相结合的混合法能在一定程度上缓解由计算机容量和速度的限制带来的矛盾。混合法的应用可参阅文献[4]。

参 考 文 献

- [1] R. Mittra, *Computer Techniques for Electromagnetics*, Pergamon Press., (1973).
- [2] G. T. Ruck, D. E. Barrick, W. D. Stuart, *Radar Cross Section Handbook*, Plenum Press., (1970).
- [3] Jian-Ming Jin, Valdis V. Liepa, *IEEE Trans. on AP*, AP-36(1988)1.
- [4] 蒋依群, 龚铮权, 国防科技大学电子技术系硕士论文, 1989年.

RESEARCH ON ELECTROMAGNETIC SCATTERING FROM PARTIALLY COATED CONDUCTING CYLINDERS

Jiang Yiqun

(Institute No. 54, MMEI, Shijiazhuang)

Gong Zhengquan

(Institute No. 63, General Staff, Nanjing)

Abstract The scattering properties of the composite cylinders are discussed. Some integral equations are established, then the moment method is used to solve the surface currents under TM and TE polarization separately. After appropriate arrangement, the computer programs have been compiled general use. Finally, some calculation examples are given. The obtained results are compared with the published data. They are in good agreements.

Key words Electromagnetic scattering; Moment method; Radar cross-section