

基于规范正交小波的自适应均衡器¹

刘 丰 程 俊 王新梅

(西安电子科技大学 105 室 西安 710071)

摘 要 本文在分析传统均衡器性能的基础上,提出了一种基于小波分析的均衡器 OWBE,用一组规范正交小波及其对应的一组系数来表示均衡器。文中给出了自适应算法,并对算法性能做了简要分析。与基于 LMS 算法的横向均衡器 (LTE) 相比, OWBE 收敛速度快,而计算量增加很少,易于实时实现。

关键词 均衡器,小波分析,自适应滤波

中图分类号 TN919

1 引 言

在数字通信系统中,存在着码间串扰 (ISI)^[1]。为克服由于信道作用而产生的 ISI,经常使用均衡器。图 1 是一数字基带传输系统, $s(n)$ 是输入信号, $h(n)$ 是等效基带信道模型,包括成形滤波器、发送滤波器、信道以及接收滤波器, $v(n)$ 为噪声源, $x(n)$ 为信道输出, $c(n)$ 为均衡器的响应, $y(n)$ 为均衡器输出值。当 $c(n)$ 用 FIR 滤波器实现并采用 LMS 算法时,就构成了传统的横向均衡器 LTE。这种均衡器算法简单、易于应用,计算量很小,是实际应用中最为采用的均衡算法之一^[1]。LTE 的主要缺点是收敛速度慢,因而在实际中的应用受到限制。

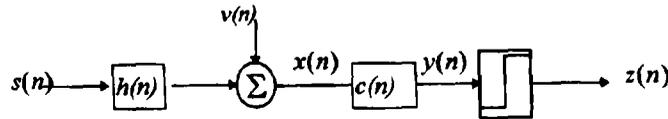


图 1 基带传输系统和均衡

近年来出现的小波理论^[2-4],为均衡器设计提供了一个新的途径。本文提出了一种基于规范正交小波的均衡器 OWBE。这种均衡器收敛速度比 LTE 快,而且在实际应用中许多难以用 FIR 滤波器近似的函数,可以很容易地由小波函数重构得到。此外,小波变换具有良好的时频局部特性,当信道是时变时,均衡器效果仍然很好^[5-7]。

2 小波分析

小波分析是近年来兴起的一种数学理论和方法,在信号处理等学科中有着广泛的应用。下面介绍与本文有关的一些基本概念。

$$W_k^j = \langle f(n), \psi_{j,k}(n) \rangle = \sum_n f(n) \psi_{j,k}^*(n) \quad (1)$$

¹ 1996-04-29 收到, 1996-12-20 定稿
国家自然科学基金资助课题

称为 $f(n)$ 的离散时间小波变换。其中 $\langle \cdot \rangle$ 表示内积；上标 $*$ 表示共轭； W_k^j 称为小波变换系数； $\psi_{j,k}(n) = 2^{-j/2}\psi(2^{-j}n - k)$ 是由小波基 $\psi(n)$ 经过二进制的伸缩、平移得到的，它构成了 $L^2(\mathbb{R})$ 上的一组基； $f(n)$ 是 $L^2(\mathbb{R})$ 上的函数，可由 W_k^j 与一组对应的重构小波 $\tilde{\psi}_{j,k}(n)$ 完全重构：

$$f(n) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} W_k^j \cdot \tilde{\psi}_{j,k}(n), \quad (2)$$

$\tilde{\psi}_{j,k}(n)$ 称为重构小波。在实际应用中，通常认为信号的分辨率是有限的，这样就得到了在有限尺度 J 下的小波重构：

$$f(n) = \sum_{j=1}^J \sum_k W_k^j \tilde{\psi}_{j,k}(n) + \sum_k V_k^J \tilde{\psi}_{J,k}(n), \quad (3)$$

其中 $V_k^J = \langle f(t), \phi_{J,k}(t) \rangle$ 。 $\phi_{j,k}(t)$ 和 $\tilde{\phi}_{j,k}(t)$ 称为尺度函数。在 (3) 式中，

$$\langle \psi_{j,k}(n), \tilde{\psi}_{i,m}(n) \rangle = \begin{cases} 1, & j = i \text{ 且 } k = m; \\ 0, & \text{其它。} \end{cases} \quad (4)$$

当 $\psi(t) = \tilde{\psi}(t)$ 时， $\psi_{j,k}(t)$ 构成 $L^2(\mathbb{R})$ 上的规范正交基。即

$$\langle \psi_{j,k}(n), \psi_{i,m}(n) \rangle = \begin{cases} 1, & j = i \text{ 且 } k = m; \\ 0, & \text{其它。} \end{cases} \quad (5)$$

本文只考虑 $\psi_{j,k}(n)$ 是规范正交基的情况。

3 基于小波分析的自适应均衡器

3.1 基于正交小波的均衡器 OWBE 的结构

由上节的小波理论，我们用一组规范正交小波和尺度函数以及其对应系数来逼近 $c(n)$ ：

$$c(n) = \sum_{j=1}^J \sum_{k=0}^{k_j-1} W_k^j \cdot \psi_{j,k}(n) + \sum_{k=0}^{k_J-1} V_k^J \cdot \phi_{J,k}(n). \quad (6)$$

$K_j = N/2^j$ ， $j = 1, 2, \dots, J$ 。下面，我们从 (6) 式来推导 OWBE 的结构。由图 1：

$$y(n) = \sum_m x(n-m)c(m). \quad (7)$$

将 (6) 式代入 (7) 式

$$y(n) = \sum_m x(n-m) \left[\sum_{j=1}^J \sum_k W_k^j \cdot \psi_{j,k}(m) + \sum_k V_k^J \cdot \phi_{J,k}(m) \right] \quad (8)$$

$$= \sum_{j=1}^J \sum_k W_k^j \cdot \left[\sum_m x(n-m) \cdot \psi_{j,k}(m) \right] + \sum_k V_k^J \cdot \left[\sum_m x(n-m) \cdot \phi_{J,k}(m) \right]. \quad (9)$$

令

$$r_{j,k}(n) = \sum_m x(n-m)\psi_{j,k}(m), \tag{10a}$$

$$r_{J+1,k}(n) = \sum_m x(n-m)\phi_{J,k}(m), \tag{10b}$$

则

$$y(n) = \sum_{j=1}^J \sum_k W_k^j \cdot r_{j,k}(n) + \sum_k V_k^J \cdot r_{J+1,k}(n). \tag{10c}$$

也就是说，均衡器的输出 $y(n)$ 是由一组小波函数 $\psi_{j,k}(m)$ 和尺度函数 $\phi_{J,k}(m)$ 分别与输入信号 $x(n)$ 卷积后加权求和得到的。注意到 $r_{j,k}(n) = r_{j,0}(n - 2^j k)$ ，也就是说对任意 $j, r_{j,k}(n)$ 可由 $r_{j,0}(n)$ 延时 $2^j k$ 得到，这样就得到了如图 2 的 OWBE 结构。

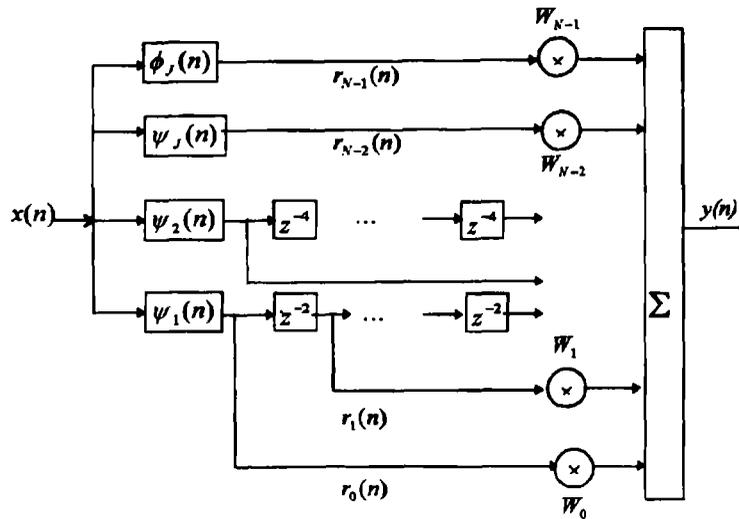


图 2 OWBE 结构

图 2 中，为方便起见，我们用一维坐标 i 代替了二维坐标 j, k 。用 r_0, \dots, r_N 来表示 $r_{1,0}, r_{1,1}, \dots, r_{2,0}, r_{2,1}, \dots, r_{J+1,0}$ ，用 W_0, W_1, \dots, W_{N-1} 表示 $W_0^1, W_1^1, \dots, W_1^2, \dots, W_0^J$ ，其中 $N = 2^J$ 为均衡器长度。

3.2 基于小波级数的自适应均衡算法

为方便起见，我们将 (10) 式写成矩阵形式，令

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_{10}(0) & \psi_{10}(1) & \psi_{10}(2) & \cdots & \psi_{10}(N-1) \\ \psi_{11}(0) & \psi_{11}(1) & \psi_{11}(2) & \cdots & \psi_{11}(N-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \psi_{20}(0) & \psi_{20}(1) & \psi_{20}(2) & \cdots & \psi_{20}(N-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \psi_{J0}(0) & \psi_{J0}(1) & \psi_{J0}(2) & \cdots & \psi_{J0}(N-1) \\ \phi_{J0}(0) & \phi_{J0}(1) & \phi_{J0}(2) & \cdots & \phi_{J0}(N-1) \end{bmatrix}$$

$\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^T$, $\mathbf{w}(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{N-1}(n)]^T$, $\mathbf{r}(n) = [r_0(n), r_1(n), \dots, r_{N-1}(n)]^T$, 其中上标 T 表示转置. 令 $d(n)$ 为期望输出, $e(n)$ 为误差信号, 则有

$$\mathbf{r}(n) = \Psi \mathbf{x}(n), \quad (11a)$$

$$y(n) = \mathbf{w}^T(n) \mathbf{r}(n), \quad (11b)$$

$$e(n) = d(n) - y(n), \quad (11c)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + 2\alpha \mathbf{x}(n) e(n). \quad (11d)$$

为了提高收敛速度, 我们对输入做自正交^[8], 令 $\alpha = u \cdot \hat{R}^{-1}(n)/2$, 则有

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \hat{R}^{-1}(n) \mathbf{x}(n) e(n), \quad (11e)$$

式中 $\hat{R}^{-1}(n) = \text{diag}[\sigma_0^2(n), \sigma_1^2(n), \dots, \sigma_{N-1}^2(n)]$, $\sigma_i^2(n)$ 为 $r_i(n)$ 的平均功率, 可由下式迭代得到:

$$\sigma_i^2(n+1) = \beta \sigma_i^2(n) + (1-\beta) |r_i(n)|^2, \quad i = 0, 1, \dots, N-1, \quad (11f)$$

其中 $0 < \beta < 1$, 一般取 $\beta = 0.96$. 11(a) - 11(f) 式就是 OWBE 的自适应算法.

3.3 基于规范正交小波的自适应均衡算法的性能分析

3.3.1 收敛速度 基于小波分析的均衡算法的收敛速度, 取决于 η , $\eta = \lambda_{\max}/\lambda_{\min}$, λ_{\max} 、 λ_{\min} 分别为输入自相关矩阵 $\mathbf{R}_r(n)$ 的最大、最小特征值. 文献 [5-7] 表明, 通过有限尺度的小波变换和能量归一化, η 将会变小, 因而收敛速度变快.

3.3.2 算法复杂度 设小波基长度为 n , 尺度为 J , 则输入与小波函数卷积运算需 nJ 次乘法和 nJ 次加法. 加权求和需 N 次乘法和 N 次加法; 权系数修改需 $5N$ 次加法和 $3N$ 次乘法. 注意到 $J = \log_2 N$, 则每次迭代共需 $4N + n \log_2 N$ 次乘法和 $6N + n \log_2 N$ 次加法. 运算量与基于 LMS 算法的 LTE 接近.

3.3.3 小波基的选择 上述算法中, 小波基的选择是一个较为复杂的问题. 不同的小波基, 有不同的时频特性, 从而对算法的特性产生不同的影响. 针对描述均衡器而言, 我们希望所选择的小波基具有如下特点: (1) 小波基波形较为平滑, 正则度较高, 从而能在任意尺度下逼近 $c(n)$, 不会随尺度增大而发散. (2) 具有良好的时频局部特性, 从而能够跟踪信道的变化. (3) 是有限支集, 且系数较少, 便于实时实现. (4) 是线性相位.

4 模拟实验

我们利用第 3 节提出的算法, 以模拟信道和电话信道为例, 对均衡器做计算机模拟, 系统组成和均衡器结构见图 1、图 2. 下面的实验中, 均采用 Harr 小波.

实验 1 对模拟信道的均衡情况

信道形式为 $H_1(z) = 0.4 + z^{-1} + 0.4z^{-2}$, 特征值之比 $\eta=81$. 输入为 2-PAM 信号, 信噪比 $\text{SNR} = 20\text{dB}$. 尺度 $J=4$, 均衡器长度 $N=16$. 图 3 是算法的学习曲线, 从图中看出, 当输入信号特征值之比 η 较大时, LTE 收敛速度较慢, 而 OWBE 的收敛速度较快, 且收敛后也较为稳定. 图 4 给出 OWBE 收敛后, 由 OWBE 与 $h(n)$ 形成的联合冲激响应 (实线), 以及由 LTE 与 $h(n)$ 形成的联合冲激响应 (虚线). 从图 4 可以看出, OWBE 与信道的联合冲激响应更接近冲

激函数, 均衡效果比 LTE 好. 图 5 是权系数分布图, 由图 5 可见, 由小波重构均衡器时, 只要很少系数即可重构均衡器 $c(n)$.

实验 2 16QAM 信号通过电话信道

信道形式由文献 [9] 给出, 输入为 16QAM 信号, 信噪比 SNR=30dB. 图 6 中实线是 OWBE 的学习曲线, $J=4, N=16, \mu=0.01$. 虚线为 LTE 的学习曲线. 从图 6 可以看出, 与 LTE 相比, OWBE 具有较快的收敛速度.

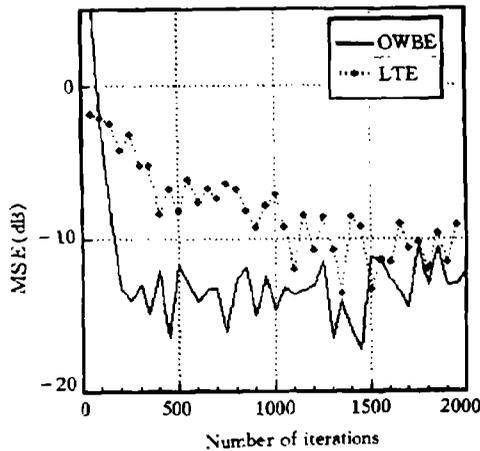


图 3 算法学习曲线

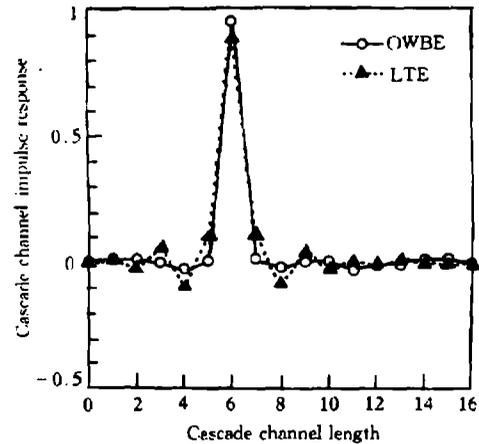


图 4 信道与均衡器级连冲激响应

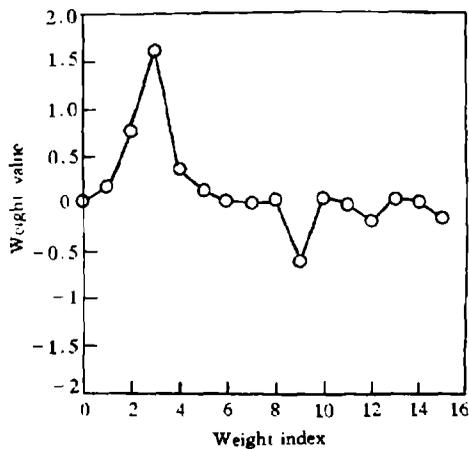


图 5 权系数分布图

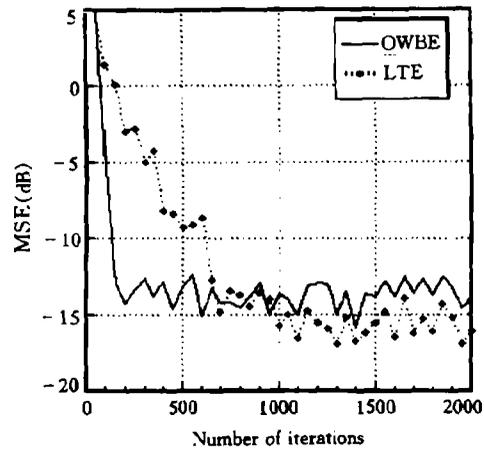


图 6 16QAM 信号均衡学习曲线

5 结 论

小波理论的兴起, 已有较长的时间. 但将小波分析用于自适应信号处理, 只是近三年才出现^[5-7]. 本文给出了一种基于小波级数的均衡器 OWBE, 与 LTE 相比, 有许多显著优点:

(1) 采用小波来重构 $c(n)$, 能够较好地描述信道的时频局部特性. (2) 收敛速度快. (3) 算法简单, 计算量增加很少, 实用性强.

基于小波级数的均衡器,还有许多问题尚待解决。如小波基的选择,对均衡器性能有很大的影响,如何选择小波基,还需要进一步的探索。

参 考 文 献

- [1] Benedetto S, Biglieri E, Castellini V. Digital Transmission Theory. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1987, Chap.8.
- [2] Daubechies I. Orthogonal bases of compactly supported wavelets. Comm. Pure Appl. Math., 1988, 41: 909-996.
- [3] Olivier Rioul. A discrete-time multi-resolution theory. IEEE Trans. on SP, 1993, SP-41(8): 2591-2606.
- [4] 刘贵忠, 等. 小波分析及其应用. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1992, 第二章.
- [5] Doroslovacki M, *et al.* Wavelet-based adaptive filtering. In Proc. IEEE ICASSP'93, USA : 1993, 488-491.
- [6] Erdol N. Performance of wavelet transform based adaptive filters. In Proc. IEEE ICASSP'93, USA: 1993, 500-503.
- [7] Srinath Hosur. Wavelet transform domain LMS algorithm. In Proc. IEEE ICASSP'93, USA: 1993, 508-511.
- [8] Lee J C. Performance of transform-domain LMS adaptive digital filters. IEEE Trans on ASSP, 1986, ASSP-34(3): 499-510.
- [9] Yamazaki K, *et al.* Candidate admissible blind equalization algorithm for QAM communication systems. In Proc. ICC'92, Chicago: 1992, 351.4.1-351.4.5.

A NEW KIND OF EQUALIZER BASED ON ORTHONORMAL WAVELETS

Liu Feng Cheng Jun Wang Xinmei

(105 Lab., Xidian University, Xi'an 710071)

Abstract An orthonormal wavelets based equalizer (OWBE) is presented. The equalizer is represented by a set of orthonormal wavelets and the corresponding coefficients. The paper gives the structure and also the adaption algorithm of the OWBE. Theoretical analysis show that the OWBE convergences faster than the conventional FIR LMS based equalizer (LTE), while the increase in the computational complexity is very little. Several simulations are performed to evaluate the behavior of the OWBE.

Key words Equalizer, Wavelet analysis, Adaptive filtering

刘 丰: 男, 1969 年生, 博士生, 现从事信号处理和通信中信道编码、调制和均衡技术的研究。

程 俊: 男, 1964 年生, 副教授, 现从事语音识别、合成, 信号的时域表示和小波理论等方面的研究工作。

王新梅: 男, 1937 年生, 教授, 博士生导师, 多年来一直从事信息论、编码和密码的研究工作。