

浅层地下目标时域电磁散射问题的数值模拟¹

方广有 张忠治 汪文秉*

(中国电波传播研究所 新乡 453003)

*(西安交通大学 西安 710049)

摘 要 本文用时域有限差分法 (FD-TD 法) 计算了浅层地下目标的时域电磁散射。在地下色散媒质的参数 $\epsilon_r(\omega)$ 和 $\mu_r(\omega)$ 都是以 Debye 方程表示时, 推出了 FD-TD 法的迭代分式, 并给出了相应的吸收边界条件。通过将 FD-TD 法计算的结果与其它结果相比较, 证实了该方法对计算有耗媒质中电磁场问题的有效性。对瞬态脉冲在色散媒质中的传播特性进行了讨论。分别计算了典型地下目标的时域散射波形和波形堆积图。

关键词 时域有限差分法, 色散媒质, 埋地目标, 瞬态脉冲, 电磁散射

中图分类号 O441

1 引 言

受半无限大媒质界面 (地表面) 和媒质色散性的限制, 很多用于分析自由空间中电磁场问题的方法不能用于计算地下的电磁散射。60 年代末由 K. S. Yee 提出的时域有限差分法 (FD-TD 法)^[1], 以其物理概念清晰、计算量和存储量相对较小和能够模拟复杂的目标结构等特点, 在自由空间电磁场问题的计算中得到了极其广泛地应用^[2]。在文献 [3] 中, 作者曾经将 FD-TD 法用于计算地下目标的电磁散射, 但其中假设地下媒质是均匀、线性和非色散的。显然不能很好地模拟实际有耗媒质的特性。本文将 FD-TD 法推广应用于分析半无限大 Debye 型色散媒质中的电磁散射问题。

2 FD-TD 法迭代公式和吸收边界条件

2.1 FD-TD 法迭代公式

色散媒质的电磁参数以 Debye 类型方程表示时, 其表达方程为

$$\epsilon_r(\omega) = \epsilon_{r\infty} + \frac{\epsilon_{rs} - \epsilon_{r\infty}}{1 + j\omega\tau}, \quad \mu_r(\omega) = \mu_{r\infty} + \frac{\mu_{rs} - \mu_{r\infty}}{1 + j\omega\tau}. \quad (1)$$

这里 ϵ_{rs} 、 $\epsilon_{r\infty}$ 分别为媒质的低频和高频相对介电常数; μ_{rs} 、 $\mu_{r\infty}$ 分别为媒质的低频和高频相对磁导率, τ 为媒质的驰豫时间, ω 为电磁波的角频率; 则时域表达式分别为

$$\epsilon_r(t) = \epsilon_{r\infty}\delta(t) + \frac{\epsilon_{rs} - \epsilon_{r\infty}}{\tau}e^{t/\tau}U(t), \quad \mu_r(t) = \mu_{r\infty}\delta(t) + \frac{\mu_{rs} - \mu_{r\infty}}{\tau}e^{t/\tau}U(t). \quad (2)$$

¹ 1994-05-24 收到, 1994-11-01 定稿

其中 $\delta(t)$ 、 $U(t)$ 分别为冲激函数和单位阶跃函数。电位移矢量 $\mathbf{D}(t)$ 的各分量 $D_p(\cdot)$ ($p = x, y, z$) 及其对时间 t 的偏微分分别为

$$D_p(t) = \varepsilon_0 \varepsilon_{r\infty} E_p(t) + \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_{rs} - \varepsilon_{r\infty})}{\tau} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{t-u}{\tau}} U(t-u) E_p(u) du, \quad (3a)$$

$$\frac{\partial D_p(t)}{\partial t} = \varepsilon_0 \varepsilon_{r\infty} \frac{\partial E_p(t)}{\partial t} + \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_{rs} - \varepsilon_{r\infty})}{\tau} \left[E_p(t) - \frac{\Delta t}{\tau} S_p(t) \right], \quad (3b)$$

$$S_p(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{t-u}{\tau}} U(t-u) E_p(u) du, \quad (3c)$$

其中 $S_p(t)$ 的递推公式为

$$S_p(t) = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} S_p(t - \Delta t) + \frac{1}{2} [e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} E_p(t - \Delta t) + E_p(t)], \quad (3d)$$

ε_0 为空气中的介电常数, 显然 $D_p(\cdot)$ 、 $E_p(\cdot)$ 还都是空间坐标 x, y, z 的函数。

类似地, 可以推出磁感应强度 $\mathbf{B}(t)$ 的各分量 $B_p(\cdot)$ 及其对时间 t 的偏微分表达式, 并可以对称地给出其积分项 (记为 $W_p(\cdot)$) 及其相应的递推公式, 这里从略。

在直角坐标系中, 分别将 $\mathbf{D}(t)$ 、 $\mathbf{B}(t)$ 的各分量及其对时间 t 的偏导数代入文献 [2] 给出的公式 (1a) ~ (1f) 中 (时域 Maxwell 方程的六个标量偏微分方程, 假设其中的 $\rho' = 0$), 并将电磁场的各分量置于 Yee 网格中, 同时用中心差分公式代替各个偏微分方程中的偏微分运算。经整理后, 可以得到色散媒质中 FD-TD 法的六个差分迭代公式 (限于篇幅, 这里仅给出两个电磁场分量的差分迭代公式, 其余四个电磁场分量可以类似地推出)

$$\begin{aligned} H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) &= CAH(m) \cdot H_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) \\ &+ CBH(m) \cdot [\tilde{E}_y^n(i, j+1/2, k+1) - \tilde{E}_y^n(i, j+1/2, k) \\ &+ \tilde{E}_z^n(i, j, k+1/2) - \tilde{E}_z^n(i, j+1, k+1/2)] \\ &+ CCH(m) \cdot W_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2), \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z^{n+1}(i, j, k+1/2) &= CAE(m) \cdot \tilde{E}_z^n(i, j, k+1/2) \\ &+ CBE(m) \cdot [H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^{n+1/2}(i-1/2, j, k+1/2) \\ &+ H_x^{n+1/2}(i, j-1/2, k+1/2) - H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2)] \\ &+ CCE(m) \cdot S_z^n(i, j, k+1/2), \end{aligned} \quad (4b)$$

$$\begin{aligned} S_z^n(i, j, k+1/2) &= G(m) S_z^{n-1}(i, j, k+1/2) + 0.5 \cdot [\tilde{E}_z^n(i, j, k+1/2) \\ &+ G(m) \tilde{E}_z^{n-1}(i, j, k+1/2)], \end{aligned} \quad (4c)$$

$$\begin{aligned} W_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) &= G(m) W_x^{n-3/2}(i, j+1/2, k+1/2) \\ &+ 0.5 \cdot [H_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) + G(m) H_x^{n-3/2}(i, j+1/2, k+1/2)], \end{aligned} \quad (4d)$$

$$\begin{aligned}
CAH(m) &= \frac{\mu_{r\infty}(m) - R_d\mu_\tau(m)}{\mu_{r\infty}(m) + R_d\mu_\tau(m)}, & CBH(m) &= \frac{1}{\mu_{r\infty}(m) + R_d\mu_\tau(m)}, \\
CCH(m) &= \frac{h^2[\mu_{rs}(m) - \mu_{r\infty}(m)]}{\mu_{r\infty}(m) + R_d\mu_\tau(m)}, & R_d &= \frac{\Delta t}{2\mu_0}, \\
CAE(m) &= \frac{\varepsilon_{r\infty}(m) - R\sigma_T(m)}{\varepsilon_{r\infty}(m) + R\sigma_T(m)}, & CBE(m) &= \frac{R_a}{\varepsilon_{r\infty}(m) + R\sigma_T(m)}, \\
CCE(m) &= \frac{R_b h^2[\varepsilon_{rs}(m) - \varepsilon_{r\infty}(m)]}{\varepsilon_{r\infty}(m) + R\sigma_T(m)}, & R_a &= \frac{\Delta t^2}{\varepsilon_0\mu_0\Delta^2}, \\
\tilde{E}_p &= R_b E_p, \quad (p = x, y, z), & R_b &= \Delta t/(\mu_0\Delta), \quad R = \Delta t/(2\varepsilon_0), \\
h &= \Delta t/\tau(m), \quad \sigma_T(m) = \sigma(m) + \varepsilon_0[\varepsilon_{rs}(m) - \varepsilon_{r\infty}(m)]/\tau, \\
\mu_\tau(m) &= \mu_0[\mu_{rs}(m) - \mu_{r\infty}(m)]/\tau, & G(m) &= \exp(-h),
\end{aligned}$$

其中 m 为整数, 表示媒质或目标的种类。 $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$ 为网格剖分的大小, Δt 为时间步长, $\sigma(m)$ 为媒质或目标的电导率, μ_0 为空气中的磁导率。

$\Delta, \Delta t$ 的选取原则是: (1) Δ 应小于脉冲中主要频率分量所对应波长的 $1/10$; (2) Δ 和 Δt 应满足收敛条件: $V_m\Delta t \leq \Delta/\sqrt{3}$, V_m 是脉冲中主要频率分量对应的相速度。

2.2 吸收边界条件

用 FD-TD 法计算电磁场开域问题时, 必须人为地施加边界条件来模拟无穷大的场域, 即在截断网格处设置一种吸收边界条件, 以保证外行波在截断网格处产生尽量小的反射波, 达到模拟无限大空间的目的。在本文的计算中, 采用了 Lao^[4] 的吸收边界条件。现简述如下: 如果在时刻 t 传播到截断边界 $x = x_1$ 处的电磁场量以 $u(x_1, t)$ 表示, 则在 $t = t + \Delta t$ 时刻, 边界 x_1 上的值可以表示为^[4]

$$u(x_1, t + \Delta t) = \sum_{m=1}^L (-1)^{m+1} C_m^L u[x_1 - m\alpha V\Delta t, t - (m-1)\Delta t], \quad (5)$$

其中 α 为任意值 ($\alpha > 0$), 在本文的计算中, 取 $\alpha = 1.0$; V 为波速, $V = c/|n|$; n 为色散媒质的复折射指数; L 为吸收边界条件的阶数, $C_m^L = L!/(L-m)!m!$ 。这里 m 表示 x 轴上内部任意一点的场量以波速 αV 传播到 x_1 点上所需要花费时间步长 Δt 的倍数^[4]。(5) 式的物理意义是: 在 $t = t + \Delta t$ 时刻, 边界点 x_1 上的值 $u(x_1, t + \Delta t)$ 可以用 x 轴上内部的点和以前时段上的值来表示。

3 计算实例和结果分析

作为计算实例, 仅分析 TM 波照射下二维柱体的电磁散射, 其中无限长柱体的轴取在 z 方向上, 如图 1 所示。显然, 图中的目标是指无限长柱体在 $x-y$ 平面上的截面。对于三维地下目标和 TE 波照射下二维柱体的电磁散射, 计算类似。TM 波照射下, 二维柱体的电磁场问题仅有 H_x, H_y 和 E_z 分量, 且仅是 x, y 和时间 t 的函数。在以下计算中, 迭代收敛条件取为 $c\Delta t = \Delta/2$, 这里 c 为光速。吸收边界条件取为二阶, 即在 (5) 式中取 $L=2$ 。

空气中的照射波取为底宽是 t_w , 幅度为 1.0 的半波正弦平方脉冲, 即

$$f_i(t) = \sin^2(\pi t/t_w), \quad (0 \leq t \leq t_w). \quad (6)$$

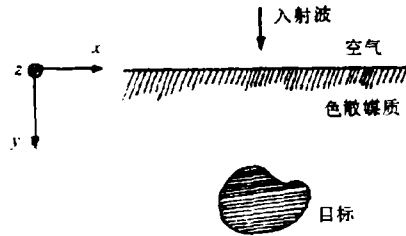


图 1 计算模型示意简图

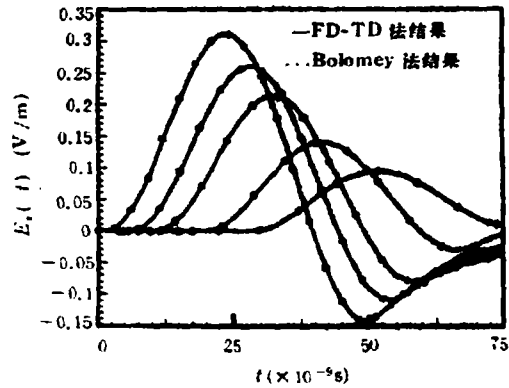


图 2 FD-TD 法结果与 Bolomey 等人 [5] 的结果比较

3.1 FD-TD 法有效性验证

为了与 J. C. Bolomey 等人 [5] 推出的时间步进法计算结果相比较, 假设地下媒质参数 ($\epsilon_{rs}, \epsilon_{r\infty}, \mu_{rs}, \mu_{r\infty}, \sigma$) 分别为: (13.0, 13.0, 1.0, 1.0, 0.01S/m)。照射波在空气中, 并取 $t_w=50\text{ns}$, $\Delta = 7.5 \text{ cm}$ 。当入射波从空气中分别传入到地下 $y=0.0\text{cm}$, 37.5cm , 75.0cm , 150.0cm 和 225.0cm 时, 用 FD-TD 法和时间步进法得到的结果分别如图 2 所示, 二者十分吻合。这是因为 Bolomey 等人 [5] 给出的时间步进法也是一种空间-时间迭代方法, 并且其计算精度与 FD-TD 方法相同, 对偏微分的计算精度都是 $O(\Delta t^2)$, 即二阶精度。因此, 用 FD-TD 法和 Bolomey 法 [5] 计算无载频脉冲波在有耗媒质中的传播波形时, 二者的计算结果能够充分地吻合。从而证明了 FD-TD 法分析有耗媒质中电磁场问题的有效性。

3.2 瞬态脉冲在不同色散媒质中的传播特性

地下色散媒质的参数 ($\epsilon_{rs}, \epsilon_{r\infty}, \mu_{rs}, \mu_{r\infty}, \sigma, \tau$) 分别为: ① (29.0, 8.0, 10.0, 2.0, 0.005S/m, $5 \times 10^{-8}\text{s}$); ② (29.0, 8.0, 1.0, 1.0, 0.005S/m, 10^{-8}s), ③ (29.0, 8.0, 1.5, 1.5, 0.005S/m, $5 \times 10^{-8}\text{s}$), ④ (8.0, 8.0, 1.0, 1.0, 0.005S/m, 0.0s)。当照射波从空气中经过地表面传播到地下 $d=1.20\text{m}$ 时, 脉冲波形及其频谱曲线分别如图 3(a), 3(b) 所示。从图 3 可以看出, (1) 色散媒质对在其中传播的瞬态脉冲的形状和幅度都有较大的影响。因此, 分析地下的电磁场问题时, 必须考虑媒质参数的色散特性。(2) 单极性脉冲传入色散媒质中后变成双极性脉冲。(3) 在传播同样距离的情况下, 随着媒质色散特性的逐渐加大, 脉冲波形逐渐变宽, 脉冲前沿逐渐变缓。表明有耗媒质对在其中传播的电磁波呈现低通特性 [6], 如图 3(b) 所示。该特性对地下目标的探测和识别极为不利。因为脉冲波形的失真会大大增加对地下目标回波信号检测和处理的难度。同时, 脉冲波形前沿变缓, 对目标的分辨能力减弱。(4) 图中曲线②的幅值小于曲线③的幅值, 这是因为脉冲波在空气和第③种媒质交界面处的反射波较小, 即透射波较大。

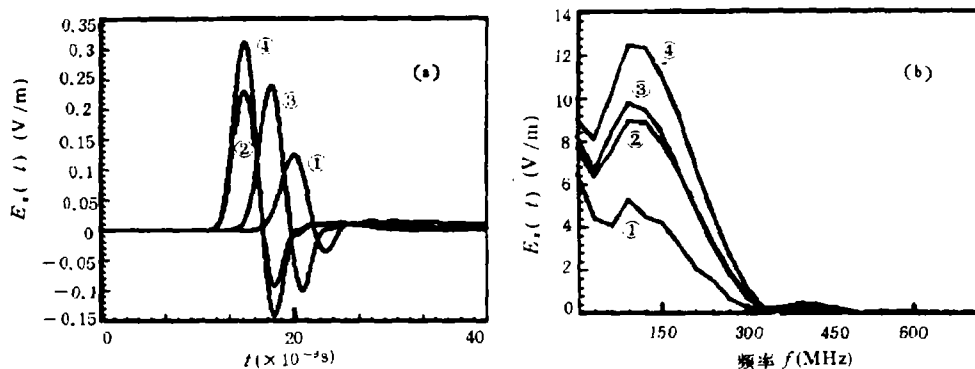


图 3 图 3(a) 无载频脉冲在 Debye 型色散媒质中的传播曲线
(b) 无载频脉冲在 Debye 型色散媒质中传播时的频谱曲线

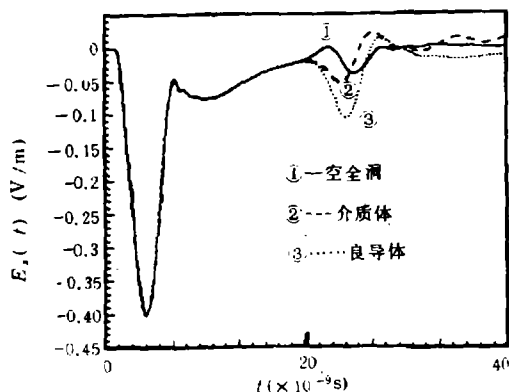


图 4 图 4 不同埋地目标的时域散射波形

3.3 地下目标时域散射波形

土壤参数分别取为, $\epsilon_{rs}=26.5, \epsilon_{r\infty}=7.2, \mu_{rs}=9.6, \mu_{r\infty}=1.5, \sigma=0.004S/m, \tau=5 \times 10^{-7}s$ 。地下目标分别为无限长正方形空气洞(边长为 24cm)、无限长圆柱状介质体和圆柱状理想导体(半径都是 12cm)时, 散射波形分别如图 4 所示。其中各柱体的中心到地表面的距离都是 1.00m, 圆柱形介质体的电磁参数分别为 $\epsilon_{rs}=12.0, \epsilon_{r\infty}=81.5, \mu_{rs}=15.0, \mu_{r\infty}=3.0, \sigma=0.005S/m, \tau=5 \times 10^{-8}s$ 。

从图 4 可看出, 地下目标散射波形的形状和幅值与目标的特性密切相关, 据此可以初步地对地下目标进行辨识。图 4 中的第一个波形显然是入射脉冲波在地表面产生的反射波。

3.4 典型地下目标回波堆积图计算

土壤中存在两个互相平行的无限长圆柱状空气洞(半径都是 10cm), 柱体中心到地表面的垂直距离和两个柱体中心线之间的距离分别为 90cm 和 120cm。土壤的电磁参数($\epsilon_{rs}, \epsilon_{r\infty}, \mu_{rs}, \mu_{r\infty}, \sigma, \tau$)分别为: ① (25.0, 9.0, 1.0, 1.0, 0.005S/m, $5 \times 10^{-8}s$), ② (35.0, 26.0, 1.0, 1.0, 0.005S/m, $5 \times 10^{-8}s$), 则两柱体的回波堆积图分别如图 5(a), 5(b) 所示。可见, 由于

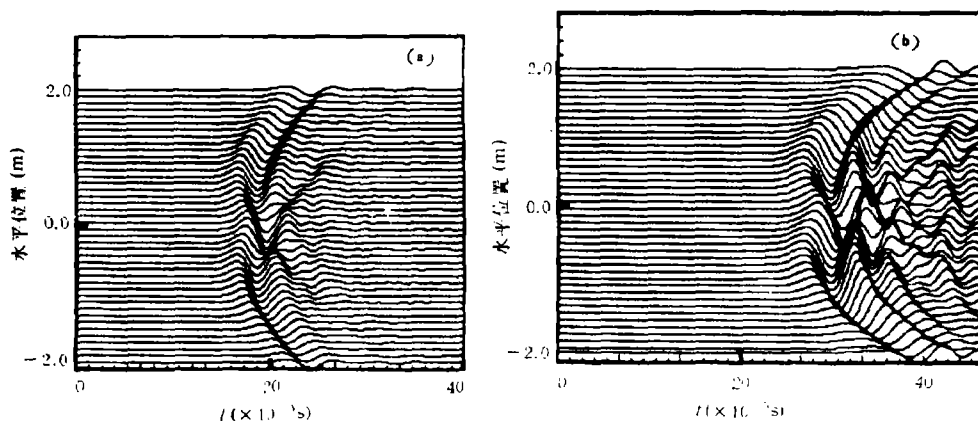


图 5 图 5 两个圆柱状空气洞在不同土壤中时的回波堆积图
(a) 第①种土壤, (b) 第②种土壤

圆柱形目标表面上各点的散射 / 反射波传播到空气中观察点的延迟时间不同, 这样, 在由各点回波波形组成的堆积图中, 就形成了规则的弧形曲线。对比图 5(a) 和图 5(b) 看出, 媒质的介电常数 (等效介电常数) 较大时, 比较有利于对地下多个目标的分辨; 由于这时目标回波的延迟时间较长, 因此, 对应要求探测设备的观察时间窗较大。另外, 还可以看出, 当地下目标和背景的电磁参数相差较大时, 目标的回波信号较强, 即地下强散射体更容易被探测和识别。

注意: 在第 3.2 ~ 3.4 节的计算中, 取入射波的脉冲宽度 $t_m=6.0\text{ns}$, 同时取 $\Delta=4\text{cm}$; 并且在图 5(a), 5(b) 中, 由空气 - 土壤交界面产生的反射波已减去。

4 结束语

本文在推出 Debye 型色散媒质中 FD-TD 法迭代公式和吸收边界条件的基础上, 成功地计算了 TM 波照射下, 瞬态脉冲波在 Debye 型色散媒质中的传播和埋入 Debye 型色散媒质中二维柱状目标的电磁散射问题。虽然上面给出的计算实例是极其理论化的二维情况, 但所得出的结论却具有一定的普遍性, 其结果和结论对无载频脉冲探地雷达系统的设计及其实际探测结果的解释都有一定的参考价值。另外, 本文给出的公式还可以应用于计算生物体 (其电磁参数通常以 Debye 型方程表示) 的电磁散射和吸收问题。

参 考 文 献

- [1] Yee K S, IEEE Trans. on AP, 1966, AP-14(3): 302-307.
- [2] Taflov A, et al. Pro. IEEE, 1989, 77(5): 682-699.
- [3] 方广有, 等. 电波科学学报, 1991, 6(4): 1-9.
- [4] Lao Z P, et al. Scientia Sinica, 1984, XXVII(10): 1065-1076, 1984.
- [5] Bolomey J C, et al. IEEE Trans on AP, 1978, AP-26(5): 658-667.

- [6] King R W P, *et al.* Antennas in Matter: Fundamentals, Theory, and Applications. USA: The MIT Press, 1981: 253-425.

NUMERICAL SIMULATION OF TIME-DOMAIN EM SCATTERING BY SHALLOW SUBSURFACE OBJECTS

Fang Guangyou Zhang Zhongzhi

(*China Research Institute of Radiowave Propagation, Xinxiang 453003*)

Wang Wenbing

(*Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049*)

Abstract The time-domain Electromagnetic(EM) scattering by buried objects in dispersive media is calculated by using FD-TD method. The FD-TD formula in Debye dispersive media(both the complex permeability and the complex permittivity are described by Debye equations) are deduced, and the absorbing boundary condition is given. The validity of FD-TD method in lossy media is verified through comparing the FD-TD's result and other one. The propagation of transient pulses in dispersive media is studied in detail. The scattering pulses and the wiggle traces for typical buried objects are given.

Key words FD-TD method, Dispersive media, Buried objects, Transient pulse, Electromagnetic scattering

方广有：男，1963年生，博士，高级工程师，主要从事地下目标探测和识别等方面的研究工作。

张忠治：男，1938年生，研究员，主要从事电波传播、微波遥感等方面的研究工作。

汪文秉：男，1929年生，教授，博士生导师，主要从事电磁散射、小波理论等方面的研究工作。