

一种基于信号局部时变特性的细节保护自适应滤波器¹

郭炳庆 卢强 黎雄

(清华大学电机工程系 北京 100084)

摘要 作者根据局部时序信号与顺序统计量的关系提出了一种新的自适应滤波器算法,并研究了该算法的几项主要性质。理论分析与仿真结果表明,依据时序信号与标准中值滤波器根信号之一的单调顺序统计量的相似性度量所确定的自适应滤波器具有有效抑制复杂分布噪声、保护信号边缘及细节的良好性能。

关键词 非平稳信号, 自适应滤波器, 单调信号, 非线性信号处理, 复杂分布噪声

中图分类号 TN713

1 引言

对于出自非线性系统或受到非高斯噪声污染的信号,使用非线性滤波器可以显著改善信号处理性能。由于非线性过程的非平稳性,基于信号平稳假定的线性滤波器不可能给出最佳的处理效果^[1,2]。与线性系统的动力学性质可由其脉冲响应完全确定不同,非线性滤波器缺乏一致、有效的分析框架,其结果,对于这类滤波器往往只能就特定的模型选择相应的数学工具来分析其特有性质。

多项式滤波器构成了一类泛化非线性滤波器架构,其基本方法是用截断 Volterra 级数表示非线性系统^[3]。尽管由于多项式滤波器的灵活性和模块化结构为其成功应用于许多场合奠定了基础^[4],但是,同线性滤波器一样这类滤波器缺乏鲁棒性,这限制了它们在受到长拖尾分布噪声污染的信号处理过程中的应用。与此不同,顺序统计量(OS)滤波器对于噪声污染具有鲁棒性^[5,6],并能够有效保护信号边缘及细节,因此,OS滤波器被广泛应用于许多信号处理场合^[7,8]。

对于非平稳信号,特别在包含突变边缘的情况时,自适应滤波器表现出良好的性质,尤其是组合了标准中值滤波器与滑动均值滤波器两者优点的自适应 L 滤波器,在抑制复杂分布噪声、保护信号边缘及细节方面性能优异,得到广泛的应用^[9-11]。但是,传统自适应 L 滤波器主要依靠局部信噪比调节滤波器的系数,不仅需要了解噪声统计性质,而且信噪比也不能很好地描述信号时变性质,所以,传统方法具有较大的盲目性。G.R.Arce 等为克服这些缺陷并加强滤波器的建模能力提出了排列滤波器的概念,使 OS 滤波器利用信号时变信息的能力大为提高^[12-14]。本文根据排列滤波器表示和利用信号时变信息的基本思路,提出一种可有效保护信号边缘及细节的自适应滤波器,并详细分析了新算法的几项主要性质。

2 时间-顺序样本示性矩阵分析

考虑观测矢量 $X = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ 及其相应的升序矢量 $X_r^I = [x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(N)}]^T$ 与降序矢量 $X_r^D = [x_{(1)}^D, x_{(2)}^D, \dots, x_{(N)}^D]^T = [x_{(N)}, \dots, x_{(2)}, x_{(1)}]^T$, 此处 $x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(N)}$ 。定义升序秩指示矢量 R_i^I 和降序秩指示矢量 R_i^D 如下

$$R_i^I = [R_{i1}^I, R_{i2}^I, \dots, R_{iN}^I]^T \quad (1)$$

$$R_i^D = [R_{i1}^D, R_{i2}^D, \dots, R_{iN}^D]^T \quad (2)$$

¹ 2000-04-06 收到, 2000-10-16 定稿

国家重点基础研究发展规划项目(G1998020322)资助课题和自然科学基金资助项目(No.59837270)

其中

$$R_{ik}^I = \begin{cases} 1, & x_i \leftrightarrow x_{(k)} \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (3)$$

$$R_{ik}^D = \begin{cases} 1, & x_i \leftrightarrow x_{(k)}^D \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (4)$$

其中 $x_i \leftrightarrow x_{(k)}$ 表示第 i 个时序样本的升序秩为 k , 而 $x_i \leftrightarrow x_{(k)}^D$ 表示第 i 个时序样本的降序秩为 k . 引入上述定义后, 进一步定义升序示性矩阵 R^I 与降序示性矩阵 R^D 如下

$$R^I = [R_1^I, R_2^I, \dots, R_N^I] \quad (5)$$

$$R^D = [R_1^D, R_2^D, \dots, R_N^D] \quad (6)$$

这两个示性矩阵均为 0-1 阵, 它们提供了样本完整的时序和顺序信息 (升序及降序), 由此我们可用不同的指标准则从中提取兼有信号时序及顺序的信息, 以供指导构造滤波器有关参数. 为简化分析, 以下主要讨论升序排列情况, 必要时简要说明降序排列的对应结论.

示性矩阵 R^I 给出了观测矢量 $X = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ 各样本 x_i 在升序排列矢量 $X_r^I = [x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(N)}]^T$ 中的完整秩信息, 并且, 由于示性矩阵 R^I 第 i 列对应着样本 x_i 的时序, 因此, 它唯一确定了一组样本的时序排列和顺序 (秩) 排列. 从标准中值滤波器的根信号考虑^[15,16], 其保护信号边缘的能力系因为边缘区域的时序信号及其顺序排列 (升序或降序) 具有更强的一致性, 即时序信号本身呈现某种单调性, 恰好属于其根信号集. 另外, 从标准中值滤波器的零脉冲响应特性分析, 虽然脉冲信号 (干扰噪声) 破坏了信号的单调性, 但由于其在顺序样本中的位置总是处于两端, 顺序样本与时序信号的内积仍然保持为零, 这说明时序信号与顺序样本之间仍然保持了极好的相似性. 由此分析可知, 欲发挥自适应 L 滤波器中中值处理部分的边缘及细节保护能力, 可以借助顺序样本与时序信号的某种相似性测度来调节其有关参数.

为了进一步说明上述思路, 我们结合一个实例加以分析. 考虑采样正弦波得到的样本向量 X_1 和单调递增序列 X_2

$$X_1 = [10, 4, -7, -10, -1, 8, 8, -1, -10, -7, 4] \quad (7)$$

$$X_2 = [10, 8, 8, 4, 4, -1, -1, -7, -7, -10, -10] \quad (8)$$

这两个样本向量具有完全不同的模式, 但其 OS 向量却完全相同, 事实上, 当 N 个样本互异时, 计有 $N!$ 个不同的时序样本向量对应同一 OS 向量, 因此, OS 滤波器不能有效地利用信号的时序信息, 其结果, 对于 X_1 这样的波动信号不能予以有效保护. 按照前述借助顺序样本与时序信号的某种相似性测度调节滤波器有关参数的设想, 最直接的一种选择, 我们可利用下式刻划 X_1 和 X_2 时序变化的差异

$$m_1 = |X_1 R_1^I X_1^T| / (X_1 X_1^T) = | \langle X_1, X_{1r}^I \rangle | / (X_1 X_1^T) \quad (9)$$

$$m_2 = |X_2 R_2^I X_2^T| / (X_2 X_2^T) = | \langle X_2, X_{2r}^I \rangle | / (X_2 X_2^T) \quad (10)$$

其中 R_1^I, R_2^I 分别为 X_1 和 X_2 的示性矩阵, X_{1r}^I, X_{2r}^I 分别为 X_1 和 X_2 的升序向量. 带入两向量的值得 $m_1 = 0.095, m_2 = 1$, 两值有显著的差异, 原因在于 X_1 的时序波动性使其严重偏离了单调性, 而 X_2 则保持了时序变化的单调性. 作为时间尺度的滑动窗长度在确定上述相似

性测度时起着重要的作用,为更加有效地保护信号细节,一种可行的方案应使滑动窗长度随信号的时变特性而变化.本文提出的新算法即是基于这种考虑而设计的.

3 算法设计及分析

对于平稳过程,由算术均值估计其期望值时,估计偏差随样本点的增加而减少,但对于非平稳过程这一结论不再成立.为了保护非平稳时变信号的细节与边缘,样本点数应与信号时变性质建立某种关联.第2节引入的(9)式为这种关联提供了一种备选方案,我们可由此来确定自适应滤波器滑动窗的长度.

设对窗长为 $L = 2N + 1 (N > 1)$ 的滑动窗内时序样本 $X_i^L = [x_{i-N}, \dots, x_i, \dots, x_{i+N}]^T$ 按照第2节的定义得到相应的升序指示向量 R_{jk}^I 、降序指示向量 R_{jk}^D 、升序示性矩阵 R^I 与降序示性矩阵 $R^D (i - N \leq j, k \leq i + N)$. 计算 $j = 1, 2, \dots, N$ 时相应的升序相似系数 m_1^I, \dots, m_N^I 以及降序相似系数 m_1^D, \dots, m_N^D , 其中 m_j^I, m_j^D 的计算规则为: 在升序示性矩阵 R^I 与降序示性矩阵 R^D 中去掉 $R_{i \pm N}^I, \dots, R_{i \pm (j+1)}^I, R_{i \pm N}^D, \dots, R_{i \pm (j+1)}^D$ 各列及其1元素所在各行, 仅保留样本 $X_i^j = (x_{i-j}, \dots, x_i, \dots, x_{i+j})^T$ 形成的子升序示性矩阵 R_j^I 与子降序示性矩阵 R_j^D , 它们是 $(2j + 1) \times (2j + 1)$ 的0-1方阵, 分别对应着子样本 $X_i^j = (x_{i-j}, \dots, x_i, \dots, x_{i+j})^T$ 的升序示性矩阵和降序示性矩阵. 在此矩阵基础上计算 m_j^I, m_j^D 如下:

$$m_j^I = X_i^{jT} R_j^I X_i^j / (X_i^{jT} X_i^j) \quad (11)$$

$$m_j^D = X_i^{jT} R_j^D X_i^j / (X_i^{jT} X_i^j) \quad (12)$$

如此, 形成两个向量 $m^I = [m_1^I, \dots, m_N^I], m^D = [m_1^D, \dots, m_N^D]$. 令

$$m_{\max}^I = \text{MAX}\{|m_1^I|, \dots, |m_N^I|\} \quad (13)$$

$$m_{\max}^D = \text{MAX}\{|m_1^D|, \dots, |m_N^D|\} \quad (14)$$

$$m_{\max} = \text{MAX}\{m_{\max}^I, m_{\max}^D\} \quad (15)$$

假定相应于最大之 $j = J (1 \leq J \leq N)$ (在多于一个最大值时, 选择最大的 J), 重新设定滑动窗长为 $2J + 1$ 并按下式产生位置 i 处的估计输出 (滤波器输出):

$$\begin{aligned} y_i &= \frac{1}{2J \times (1 - m_{\max}) + m_{\max}} [(1 - m_{\max})x_{(i-J)} + \dots + m_{\max} + \dots + (1 - m_{\max})x_{(i+J)}] \\ &= \frac{(2J + 1)(1 - m_{\max})}{2J \times (1 - m_{\max}) + m_{\max}} m_i + \frac{2m_{\max}}{2J \times (1 - m_{\max}) + m_{\max}} x_{(i)} \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $x_{(i-J)} \leq \dots \leq x_{(i+J)}$ 为子样本 x_{i-j}, \dots, x_{i+j} 的顺序统计量, m_i 为子样本均值.

上述滤波器算法中, 依据时序样本与顺序 (升序和降序) 的局部极大相似性测度确定滑动窗长度, 且由该测度确定中值在顺序统计量线性组合中的权系数, 充分利用了局部样本的时序单调变化信息, 并用滑动均值滤波器抑制短拖尾噪声. 关于该滤波器算法, 我们给出下述几项性质.

性质 1 算法的脉冲响应仍为脉冲信号, 但幅值被压缩 $1/(2J)$.

证明 滑动窗位于脉冲噪声样本之外时, 滤波器输出为零; 当脉冲噪声样本位于滑动窗内时, 其在顺序统计量中的位置处于两端, 此时 m_{\max} 取值为0或1, 为1时 (干扰脉冲不在滑动窗中

心) 输出 $y_i = 0$; 而为 0 时 (干扰脉冲在滑动窗中心) 输出 $y_i = x_{(i-J)}/(2J)$ 或 $y_i = x_{(i+J)}/(2J)$ 。适当的滑动窗长度可对脉冲信号予以足够的抑制。 证毕

性质 2 算法的阶跃响应或更一般的单调信号响应严格保持对输入信号的无差跟踪。

证明 由于单调输入信号的 m_{\max} 为 1 并且 $x_i = x_{(i)}$, 因此输出 $y_i = x_{(i)} = x_i$ 。 证毕

性质 3 对于零均值, 方差为 σ^2 的平稳不相关序列 $\{x_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$, m_{\max} 的期望值为 0, 即 (16) 式的平均滤波效果退化为滑动均值滤波器。

证明 设 x_i 的概率密度函数为 $f(x_i)$ 。由假定知

$$E[x_i x_j] \begin{cases} 0, & i \neq j \\ \sigma^2, & i = j \end{cases} \quad (17)$$

记顺序统计量 $x_{(i-k)}$ 的概率密度函数为 $g_k(x_{(i-k)})$, 根据平稳不相关条件, 有

$$E[X_i^{jT} R_j^I X_i^j] = \sum_{k=-j}^j E[x_{i+k} x_{(i-k)}] = 0 \quad (18)$$

同理可证 $E[X_i^{jT} R_j^D X_i^j] = 0$ 。于是有 $E[m_j^I] = E[m_j^D] = 0, j = 1, \dots, N$, 因此, $E[m_{\max}] = 0$ 。

证毕

4 仿真比较

为验证新算法的滤波效果, 特别是其保护信号边缘及细节的能力, 我们选择文献 [8] 的自适应滤波器、滑动均值滤波器以及新算法进行了仿真比较。理想信号由周期方波与正弦信号迭加而成, 正弦信号的频率为周期方波基频的 5 倍, 加性噪声为 10%, 20% 与 30% 的脉冲干扰。仿真结果分别示于图 1- 图 3。从仿真结果可以看出, 本文提出的新算法在保护信号边缘及细节方面确实具有很好的效果。

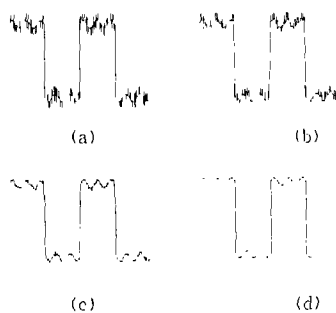


图 1

(a) 污染信号; (b) 滑动均值滤波器; (c) 文献 [8] 自适应滤波器; (d) 本文算法

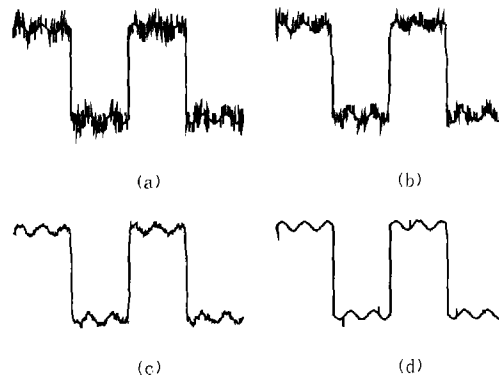


图 2

(a) 污染信号; (b) 滑动均值滤波器; (c) 文献 [8] 自适应滤波器; (d) 本文算法

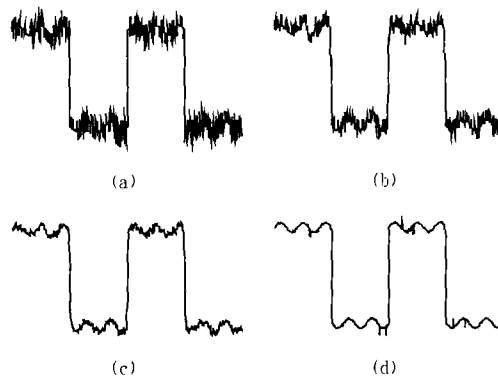


图 3

(a) 污染信号; (b) 滑动均值滤波器; (c) 文献 [8] 自适应滤波器; (d) 本文算法

参 考 文 献

- [1] I. Pitas, A. N. Venetsanopoulos, *Nonlinear Digital Filters*, Norwell, MA: Kluwer, 1990, ch.3.
- [2] C. L. Nikas, A. P. Petropulu, *Higher-Order Spectra Analysis*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1993, ch.4.
- [3] J. Mathews, Adaptive polynomial filters, *IEEE Signal Processing Mag.*, 1991, 8(4), 10-26.
- [4] T. H. Koh, E. J. Powers, Second-order Volterra filtering and its application to nonlinear system identification, *IEEE Trans. on ASSP*, 1985, 33(6), 1445-1455.
- [5] B. J. Justusson, Median Filtering: Statistic Properties in Two-Dimensional Digital Signal Processing, T. S. Huang Ed., New York, Springer-Verlag, 1981, vol.2, ch.4.
- [6] A. C. Bovik, T. S. Huang, D. C. Munson, A generalization of median filtering using linear combinations of order statistics, *IEEE Trans. on ASSP*, 1983, 31(6), 1342-1350.
- [7] G. R. Arce, N. C. Gallagher, T. N. Nodes, *Median Filters: Theory and Applications*, Advances in Computer Vision and Image Processing, T. S. Huang Ed. Greenwich, CT: JAI Press, 1986, ch.5.

- [8] G. R. Arce, R. E. Foster, Detail-preserving ranked-order based filters for image processing, *IEEE Trans. on ASSP*, 1989, 37(1), 83-98.
- [9] R. Bernstein, Adaptive nonlinear filters for simultaneous removal of different kinds of noise in images, *IEEE Trans. on CAS*, 1987, 34(11), 1275-1291.
- [10] X. Z. Sun, A. N. Venetsanopoulos, Adaptive schemes for noise filtering and edge detection by use of local statistics, *IEEE Trans. on CAS*, 1988, 35(1), 57-69.
- [11] P. Salembier, Adaptive rank order based filters, *Signal Processing*, 1992, 27(1), 1-25.
- [12] K. E. Barner, G. R. Arce, Permutation Filters: A class of nonlinear filters based on set permutation, *IEEE Trans. on SP*, 1994, 42(4), 782-798.
- [13] Y. T. Kim, G. R. Arce, Permutation filter lattices: A general order-statistic filtering framework, *IEEE Trans. on SP*, 1994, 42(9), 2227-2241.
- [14] G. R. Arce, T. A. Hall, K. E. Barner, Permutation weighted order statistic filter lattices, *IEEE Trans. on IP*, 1995, 4(8), 1070-1083.
- [15] G. R. Arce, N. C. Gallagher, State description for root signal set of median filter, *IEEE Trans. on ASSP*, 1982, 30(4), 894-902.
- [16] J. P. Fitch, E. J. Coyle *et al.*, Root properties and convergence rates of median filter, *IEEE Trans. on ASSP*, 1985, 33(1), 230-240.

A KIND OF DETAIL-PRESERVING ADAPTIVE FILTER BASED ON LOCAL SIGNAL TIME-VARYING CHARACTERISTICS

Guo Bingqing Lu Qiang Li Xiong

(*Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

Abstract Authors, in this paper, propose and analyze a new kind of detail-preserving adaptive filter algorithm according to relations between local temporal signal and its order statistics. Theoretical analysis and simulation results show that the adaptive filters determined by similarity measurement between temporal signal and monotonic order statistics which belongs to the root signal set of standard median filter have good performances in the aspects of removal of complicated distributed noises as well as preservation of signal edges and details.

Key words Non-stationary signal, Adaptive filter, Monotonic signal, Nonlinear signal processing, Complicated distributed noises

郭炳庆: 男, 1962年生, 博士后, 研究兴趣主要为计算机控制技术、模式识别与信号处理。

卢强: 男, 1936年生, 中国科学院院士、国家重点基础研究发展规划项目首席科学家。主要研究领域为电力系统自动控制, 特别是电力系统非线性控制技术与理论。

黎雄: 男, 1970年生, 博士、讲师。主要研究领域为电力系统控制、大型发电机组励磁控制。