第 23 卷 第 12 期 电子与信息学报 Vol.23 No.12
2001 年 12 月 JOURNAL OF ELECTRONICS AND INFORMATION TECHNOLOGY Dec. 2001

多尺度系统理论研究概况 [1]

赵巍　潘泉　戴冠中　张洪才
(西北工业大学自动控制系　西安 710072)

摘　要　在许多应用领域中，通常要对出现在不同尺度的现象进行分析和辨识，最近引入的多尺度框架使这一分析成为可能．该文简单介绍了多尺度系统理论的发展概况以及多尺度框架在估计和数据融合中的应用，分析了多尺度模型、平滑误差模型以及两类多尺度实现模型，并指出了目前急需解决的问题．

关键词　多尺度建模，多尺度平滑算法，内部实现模型，外部实现模型
中图号　TP391, TN911.23

1 引　言

尺度和层次的概念是许多物理现象的本质特征，同时人们对各种现象的观测及测量也是在不同尺度 (分辨级) 上进行的．因此，用多尺度系统理论来描述、分析这些现象是非常自然的事情．

多尺度分析建立在小波变换和多尺度表示理论的基础上．不同于其它的数学学科，多尺度分析一经诞生就对许多学科产生了直接和显著的影响，如概率论、数值分析、物理学、信号处理和通信．它在这些以往相互独立的研究领域之间架起了桥梁，使它们相互促进．由于尺度非常直观、结构灵活并能提供很好的数学框架，这就使得基于小波的多尺度技术成为许多基础和应用研究的创新工具．到目前为止，多尺度理论已广泛应用于各种实际问题中，如计算机视觉、水文学、大气科学、量子物理学和高速通讯网 [1]，并为这些物理问题给出了确切的多尺度解．本文则针对多尺度理论在建模和估计中的应用，介绍了目前这一领域的发展概况．

2 多尺度模型和算法

2.1 多尺度自回归模型的早期研究

多尺度建模和估计框架是 Basseville 、 Willsky 等人在 20 世纪 90 年代初提出的 [2,3]．经过 10 年的发展，多尺度估计理论已经积累了许多研究成果． 1990 年 12 月在第 29 届 IEEE 控制与决策会议上， MIT 的 A.S.Willsky 教授、法国数学家 A.Benvensite 和 R. Nikoukhah 开创性地提出了多尺度系统理论 [4]．他们特别说明了同态二叉树理论，这是多尺度系统理论的基础．一个 q 阶的同态树 (用 $\mathcal{T}$ 表示) 是一个无限的、非循环的连通图，同态树的每个节点都与另外 $q+1$ 个节点相连．当 $q=2$ 时就对应于最简单的、也是最普遍的二叉树．

为了给出相应的统计框架以便推导出最优的多尺度信号处理算法， Basseville 等人从信号的多尺度表达式推出了树状的信号模型，描述了各向同性过程和同态树，并给出了自回归模型理论 [5]．这就将 Schur-Levinson 递归进行了推广，同时还推广了所产生的反射系数的相关性质，为多尺度建模的系统理论奠定了初步基础．考虑同态树上均值为零的随机过程 Y_t ， $t\in\mathcal{T}$．如果任意两个点上过程 Y 间的协方差只与两点间的距离有关，即存在一个序列 $r_n,\ n=0,1,2,\cdots$ 使下式成立：

$$E[Y_tY_s]=r_{d(t,s)} \tag{1}$$

[1] 2000-05-10 收到， 2000-10-12 定稿
教育部“跨世纪优秀人才培养计划项目”和国家重点基础研究发展规划项目 (G1998030417)

我们就说这个过程是各向同性的. 同时作者还引入二叉树上的前向和后向预测误差过程. 与分析时间序列一样, 给出了这些过程类似 Levinson 的递归. 虽然, 分析的基本结构类似于时间序列, 但是对二叉树上的过程有几个新问题必须说明. 特别值得一提的是, 预测误差过程的维数将随着预测阶数的增加而增加. 这就要求在计算误差矢量时要非常小心, 产生的结果是很复杂的表达式集合. 然而, 各向同性的限制条件使得问题有很大程度的简化. 这个框架的给出可为一类很丰富的现象和信号建模, 并为开发有效的建模和估计算法奠定了基础.

基于上述工作, Basseville 等人为各向同性过程建立了白化和成形滤波器, 并给出滤波器的标准和非标准形式 [6] . 特别地, 标准化的成形滤波器像一个树状的散射系统. 模型的稳态性质可以和反射系数序列联系起来. 自回归过程的反射系数只有有限个不为零, 每个有限的反射系数集合都可唯一地确定一个自回归过程. 这里给出的许多结论虽然类似于时间序列, 但由于从一阶同态树 (即通常的时间离散序列) 到二叉树, 即二阶同态树, 结构的复杂程度有很大的增加, 因此二叉树的结果要比时间序列复杂得多. 同时, Basseville 还指出未来研究的几个方向, 其中一个重要课题就是给出一种方法可直接从得到的数据建立各向同性的自回归模型.

2.2 多尺度模型和平滑算法

在第 29 届 IEEE 的控制与决策会议上, Chou 和 Willsky 同时还提出了随机过程的估计算法 [7] . 在许多实际应用中, 尤其是多维问题, 计算复杂是急需解决的一个问题, 这就需要研究高速有效的并行算法. 信号的多尺度表达以及相应的小波变换使这一要求的实现成为可能. Chou 等人首次提出了一种双向平滑算法, 可以将多尺度过程在各个尺度上的测量数据融合在一起.

基于上述工作, Chou 等人将小波变换中的多尺度表达式推广成更抽象的多尺度模型并给出相应的平滑算法 [8] . 对于一个信号 $f(x)$, 根据小波的合成公式可定义一个尺度上的尺度系数 $f(m,n)$ 与下一个尺度上尺度系数之间的动态关系, 此时将细节 $d(m,n)$ 作为输入:

$$f(m+1,n)=\sum_k h(2k-n)f(m,k)+\sum_k g(2k-n)d(m,k) \tag{2}$$

其中 $h(n)$ 是一个正交镜像滤波器 (QMF) 的冲击响应, $g(n)$ 和 $h(n)$ 形成了一个共轭镜像滤波器对. 将上式作进一步推广, 并用 $x(s)$ 代表多尺度状态, 就可在更一般的意义上建立多尺度随机模型, 给出粗尺度到细尺度的递归方程:

$$x(s)=A(s)x(s\bar{\gamma})+B(s)w(s) \tag{3}$$

其中 $w(s)$ 是均值为零、方差为 1 的白噪声过程, 它与根节点的状态 $x(0)$ 不相关. 模型 (3) 式的建立具有很重要的意义, 它是后面许多研究工作的理论基础, 是多尺度平滑算法的基石. 注意到, 在 (3) 式中尺度的作用类似于时间, 这就启发作者将 Rauch-Tung-Striebel(RTS) 算法推广至新建的多尺度随机模型, 产生了多尺度平滑算法. 这个算法由两部分组成: 即从粗尺度到细尺度的滤波步骤和从细尺度到粗尺度的平滑步骤. 最初信号定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上, 通过小波变换进行适当修正, 可有效解决实际问题中有限长度数据的处理问题. 将这一算法应用于一阶高斯 - 马尔可夫过程, 得到的结果说明多尺度平滑算法的性能与最优卡尔曼滤波器的性能相当. 最为重要的是, 多尺度平滑算法可将多个尺度的测量数据有效地融合在一起, 而不增加算法的复杂度.

1994 年, Chou 又基于信号的多尺度表达提出了塔状或树状数据结构, 树的每一层对应于表达式的一个尺度, 并在二叉树上建立了多尺度动态模型, 给出了这类模型的最优估计算法 [3] . 通过对 (3) 式作变换, 可得到细尺度到粗尺度的递归方程, 也就是二叉树上的多尺度动态模型:

$$x(s\overline{\gamma}) = F(s)x(s) - A^{-1}(s)B(s)\tilde{w}(s) \tag{4}$$

$$F(s) = A^{-1}(s)[I - B(s)B^T(s)P_x^{-1}(s)] \tag{5}$$

$$\tilde{w}(s) = w(s) - E[w(s)|x(s)] \tag{6}$$

这个模型的估计算法由两部分组成：细尺度到粗尺度的滤波部分和粗尺度到细尺度的平滑部分．滤波部分又分 3 步：测量更新、细尺度到粗尺度的预测和融合．此算法有几个优势：(1) 许多步骤可并行执行以提高计算速度．例如，在最细尺度上有 2^M 个节点，多尺度估计算法的计算时间与树上的尺度数成正比，即有 $O(M)$ 步．而对于长度为 2^M 的信号，标准的 RTS 平滑器则需要 $O(2^M)$ 步．(2) 算法可以将多尺度数据融合在一起而不增加计算量．这与标准卡尔曼滤波器形成了鲜明对比．在维数 $N = 4$ 的情况下，产生的卡尔曼滤波器是 4 维的，可推出 4×4 的黎卡提方程．如果要将较粗尺度的测量融合进来，情况将更糟．而多尺度递归滤波器的维数总是 1，与将要处理的测量尺度无关．(3) 最重要的是，同样的思想可以扩充到 2-D 数据，比以前其它算法可节省很大的计算量．

虽然上面给出的算法和标准卡尔曼滤波器很相似，但本质上却有很大的不同．为了分析多尺度递归滤波器的稳态性能和稳定性，Chou 提出了多尺度动态系统的能达性 (reachability)、可观性 (observability) 和可重构性 (reconstructibility) 等概念 [9]，并给出了细尺度－粗尺度动态模型可重构以及稳定的条件．

2.3 平滑误差模型

在新的应用领域 (如地图绘制、模型有效性及海洋学等问题) 中，平滑估计误差的统计特性非常重要．可以证明高斯－马尔可夫模型的平滑误差过程本身也是一个高斯－马尔可夫过程 [10−11]．Luettgen 将这一结论进行了推广 [12−13]，为多尺度随机模型的平滑误差过程 $\tilde{x}(s) = x(s) - \hat{x}(s)$ 推出了动态模型，特别指出平滑误差本身是一个多尺度随机过程，其参数可计算出来．误差的多尺度模型和过程的多尺度模型有相同的结构：

$$\tilde{x}(s) = P(s|s)P(s)^{-1}A(s)P(s\overline{\gamma})P^{-1}(s\overline{\gamma}|s)\tilde{x}(s\overline{\gamma}) + \tilde{w}(s) \tag{7}$$

其中 $P(s|\sigma)$ 是用节点 σ 以及下面所有节点上的测量值估计 $x(s)$ 时的协方差，$P(s)$ 是 $x(s)$ 的先验协方差，$\tilde{w}(s)$ 是误差过程噪声．

2.4 多尺度似然测试

多尺度树状结构也为计算模型的似然函数提供了快速算法，可用于结构辨识中 [14]．在结构辨识中，给定一个结构模型集合和一个含噪的自由场观测集合，必须从结构模型集合中选出在某种意义上与测量数据最匹配的模型．当结构和测量的统计模型已知时，这个问题可转化为似然率的计算．对似然率进行测试以便决定有着不同参数的多尺度模型适合哪种结构．似然测试算法在计算上很有效，这样就可进行多次测试，找出似然函数最大的模型参数．这个算法经常应用在分维辨识 [15] 和海洋表面高度模型参数辨识 [16,17] 中．

3 多尺度实现

对于形如 (3) 式的多尺度模型，计算树上所有节点状态间的协方差是很简单的，但计算量很大．而相反的过程，即根据自由过程的协方差阵建立多尺度模型却是一个十分艰巨的任务，其目的就是使最细尺度上的协方差精确地或近似地与给定的协方差相匹配．为了进一步说明，令 X 代表最细尺度上所有多尺度状态变量 $x(s)$ 的集合，P_X 就代表其协方差．同样让 P_χ 代表将要实现的期望协方差 (最细尺度过程 χ 的协方差)．多尺度实现问题就是建立一个如 (3) 式

的多尺度模型，使 P_X(近似地) 等于 P_χ . 由于多尺度框架具有计算上的优势，所以最近关于多尺度方法的工作主要集中在随机实现的有效算法上.

多尺度模型发展到现在可分为两类——内部和外部模型. 当较粗尺度上的状态可明显地定义为最细尺度状态的线性函数时，则可建成内部模型 [18-22]；而在外部模型中，粗尺度状态不能明显地写成最细尺度状态的线性函数 [15-17] . 但在这两种情况中，产生较粗尺度状态的目的都是要在最细尺度上产生期望的协方差结构. 下面就分别介绍内部实现模型和外部实现模型.

3.1 内部实现模型

与时间序列一样，(3) 式可被解释成： $x(s)$ 等于在已知父节点 $x(s\overline{\gamma})$ 的条件下对 $x(s)$ 的最优估计再加上估计中的误差 $w(s)$. 即

$$x(s) = E[x(s)|x(s\overline{\gamma})] + w(s) \tag{8}$$

其中 $E[x(s)|x(s\overline{\gamma})] = A(s)x(s\overline{\gamma}), E[w(s)w(s)^T] = B(s)B^T(s)$.

上面的公式表明： $A(s)$ 和 $B(s)$ 完全由 $x(s)$ 和 $x(s,\overline{\gamma})$ 的联合统计特性决定，即

$$A(s) = P(s, s\overline{\gamma})P^{-1}(s\overline{\gamma}) \tag{9}$$

$$B(s)B^T(s) = P(s) - P(s, s\overline{\gamma})P^{-1}(s\overline{\gamma})P^T(s, s\overline{\gamma}) \tag{10}$$

这样，一旦定义了多尺度状态并计算出父 - 子节点间的二阶统计特性，模型就很容易地建立起来.

对于内部实现，每个节点上的状态 $x(s)$ 可定义成最细尺度过程的线性函数. 即

$$x(s) = L(s)X \tag{11}$$

一旦内部矩阵或线性函数 $L(s)$ 被正确地定义出来，父 - 子节点间的统计特性也可随即得到. 特别地，根据要达到的目标 $P_X = P_\chi$ ，可得

$$P(s, s\overline{\gamma}) = L(s)P_\chi L^T(s\overline{\gamma}) \tag{12}$$

$$P(s) = L(s)P_\chi L^T(s) \tag{13}$$

在实际应用中，由于马尔可夫结构很容易分析同时又能为许多自然现象建模，因此马尔可夫过程和马尔可夫自由场经常被用于统计推理问题和系统设计问题中. 然而，马尔可夫自由场在解决状态和参数估计问题时推导出的算法计算量都很大. 这样，虽然马尔可夫自由场为多维建模提供了很丰富的结构，但并不能像马尔可夫过程那样提供分析简单和计算有效的算法. 为了解决马尔可夫自由场应用中的计算困难，Luettgen 等人指出了如何用多尺度过程来精确或近似地表示马尔可夫自由场 [18] ，给出了马尔可夫自由场的内部实现模型. 这一工作的重要意义在于：它指出使用马尔可夫自由场的内部模型可以推导出新的、有效的计算算法；在为图像和自由场建模时，多尺度建模框架比马尔可夫自由场更优越.

在文献 [18] 中用马尔可夫自由场为结构建模时，建立的近似模型表明：有必要找出一种方法来优化线性函数，这样就可以建立降阶模型以得到不同的模型可信度. 为了满足树状模型所要求的马尔可夫性，选择线性函数 $L(s)$ 的一个方法就是标准相关实现 (CCR) 算法 [21,23] . 它将时间序列的 CCR 算法 [24] 进行了推广. 时间序列的 CCR 算法就是在一个时间点定义一个状态变量集合，这些状态变量被写成过去状态或未来状态的线性函数，这个算法将过去和未来有条件地解相关. 同理可得到多尺度模型的标准相关实现，但后者不是使未来状态和过去状态不相关，而是找出一个状态 $x(s)$ 使 1-D 高斯过程的一部分与其补集不相关或使 2-D 高斯自由场的一个区域与其补集不相关.

在内部模型的状态定义中，有一点很重要：(11) 式将 $x(s)$ 和 $L(s)X$ 当作相等的自由变量，但这个等式并不是对任意的 $L(s)$ 集合都成立．要使 $P_X = P_\chi$ 成立，线性函数必须满足条件解相关的要求或树的马尔可夫性．要将 $x(s)$ 和 $L(s)X$ 当作相等的自由变量 (这正是内部实现模型的定义)，线性函数必须满足一致性要求 [22]．线性函数的选择不是任意的，如果它们不满足条件解相关的要求，产生的多尺度模型是不精确的；如果它们不满足一致性要求，模型就不是内部的．

3.2 外部实现模型

目前为止，最重要的一类多尺度外部模型是 $1/f$ 模型，它建立在内部模型之前，主要起源于小波变换的思想．内部实现模型主要强调如何定义不相关的状态，但是尺度这个概念在内部模型中还不是很直观．而 $1/f$ 模型的出现使得随机模型和小波变换之间的关系变得很清楚．在最简单的例子中，$1/f$ 多尺度模型的状态是标量，感兴趣的过程被放在最细尺度上，任意节点上的状态只是它的父节点状态 (即 $A(s)=1$)，再加上一个激励白噪声，白噪声的强度随着尺度呈指数减少趋势：

$$x(s) = x(s\bar{\gamma}) + B_0 2^{(1-\mu)m(s)/2} w(s) \tag{14}$$

其中 $m(s)$ 是节点 s 的尺度 (在根节点处 $m(s)=0$，当向细尺度移动时 $m(s)$ 增加)，B_0 和 μ 分别是控制噪声减少的幅值和速率．对内部模型来说，感兴趣的过程所定义的状态有一定的物理意义，例如是过程元素一些子集的加权平均；但是在 $1/f$ 模型中，较粗尺度节点上状态的意义却很抽象．对于 (14) 式中的模型来说，根节点上的变量可被看作是整个支撑域上的平均值，尽管它只是抽象意义下的平均值．在外部模型中较粗尺度上的状态不能写成 (11) 式的形式．随着尺度变细，细节被当作过程噪声 $w(s)$ 增加进来．

Fieguth 等人用多尺度框架对分维布朗运动的 Hurst 参数 H 进行了估计 [15]．分维布朗运动有着类似 $1/f$ 的频谱特征，因为它易于分析，所以经常被用于描述一些自然现象．在对分维布朗运动建立模型时，需要对参数 H 进行估计以便确定这个过程的特征．但要精确求出 H 的最大似然估计是非常困难的．1996 年，Fieguth 等人用多尺度结构建立了一个快速 H 估计器．这个估计器采用 Haar 小波多尺度随机模型，建立在二叉树上．与其它方法相比，这种估计器只要稍加修正就可适用于其它的情况，例如采样数据不规则的微观估计、不稳定测量噪声的微观估计和 2-D 自由场的微观参数估计．

多尺度 $1/f$ 模型被成功地应用于许多领域中．$1/f$ 模型的低状态维数意味着大型的 2-D 估计问题可以很快地解出来．$1/f$ 模型最早应用在光流估计问题 [25] 中．在文献 [16] 中，$1/f$ 模型用于描绘太平洋的表面高度．多尺度 $1/f$ 模型也可以作为表面重构 [26] 和图像分割 [27] 的先验模型．

4 结 论

在最近的十几年中，关于多尺度估计和建模的理论研究已有了很大的进展，并成功地应用于许多领域中．本文对这些研究结果进行了简要介绍和总结 [28]．受小波变换的启发，早期的多尺度自回归模型主要研究各向同性过程的参数化和白化问题．多尺度模型和高速、有效的平滑算法是许多学者重点研究的内容，同时对平滑算法的研究还涉及到多尺度动态系统的稳定性、能达性和可观测性．多尺度树状结构也为计算模型的似然函数提供了快速算法，可用于结构辨识等应用中．根据自由过程的协方差阵建立多尺度模型就是多尺度实现问题．多尺度实现分为两类：内部和外部实现模型．当较粗尺度上的状态可明显地定义为最细尺度状态的线性函数时，则可建成内部模型；而在外部模型中，粗尺度状态不能明显地写成最细尺度状态的线性函数．

总之，多尺度模型可用来为很丰富的一类随机过程建立模型，基于多尺度框架可推导出高速并行、计算有效的多尺度算法。然而到目前为止，许多关于多尺度的研究集中在对静态自由场的估计和建模问题上。但在一些应用中，研究时间动态性的问题是必不可少的。例如海洋学中的远程传感问题，它的基本过程有着固有的动态特性。如何根据多尺度方法在一些领域中已取得的研究结果将多尺度框架扩展至动态估计是目前急需研究的课题。

参 考 文 献

[1] H. Krim, W. Willinger, A. Juditski, D. Tse. Introduction to the special issue on multiscale statistical signal analysis and its application, IEEE Trans. on Information Theory, 1999, 45(3), 825–827.

[2] M. Basseville, A. Benveniste, K. Chou, S. Golden, R. Nikoukhah, A. Willsky, Modeling and estimation of multiresolution stochastic process, IEEE Trans. on Information Theory, 1992, 38(2), 766–784.

[3] K. Chou, A. Willsky, A. Benveniste, Multiscale recursive estimation, data fusion and regularization, IEEE Trans. on Automatic Control, 1994, 39(3), 464–478.

[4] A. Benveniste, R. Nikoukhah, A. Willsky, Multiscale system theory, in Proc. 29th IEEE Conference on Decision and Control, Honolulu, Hawaii, Dec. 1990, 2484–2487.

[5] M. Basseville, A. Benveniste, A. Willsky, Multiscale autoregressive processes, Part Ⅰ, Schur-Levinson parametrizations, IEEE Trans. on Signal Processing, 1992, 40(8), 1915–1934.

[6] M. Basseville, A. Benveniste, A. Willsky, Multiscale autoregressive processes, Part Ⅱ, Lattice structure for whitening and modeling, IEEE Trans. on Signal Processing, 1992, 40(8), 1935–1953.

[7] K. Chou, A. Willsky. Kalman filtering and Riccati equations for multiscale processes, in Proc. 29th IEEE Conference on Decision and Control, Honolulu, Hawaii, Dec. 1990, 841–846.

[8] K. Chou, S. A. Golden, A. Willsky, Multiresolution stochastic models, data fusion and wavelet transform, Signal Processing, 1993, 34(3), 257–282.

[9] K. Chou, A. Willsky, R. Nikoukhah, Multiscale systems, Kalman filters and Riccati equations, IEEE Trans. on Automatic Control, 1994, 39(3), 479–492.

[10] M. Bello, A. Willsky, B. Levy, D. Castanon, Smoothing error dynamics and their use in the solution of smoothing and mapping problems, IEEE Trans. on Information Theory, 1986, 32(4), 483–495.

[11] M. Bello, A. Willsky, B. Levy, Construction and application of discrete-time smoothing error models, Int. J. Contr., 1989, 50(1), 203–223.

[12] M. R. Luettgen, A. Willsky, Multiscale smoothing error models, IEEE Trans. on Automat. Contr., 1995, 40(1), 173–175.

[13] M. R. Luettgen, Image processing with multiscale stochastic models. [PhD thesis], Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1993.

[14] M. R. Luettgen, A. Willsky, Likelihood calculation for a class of multiscale stochastic models, with application to texture discrimination, IEEE Trans. on Image Processing, 1995, 4(2), 194–207.

[15] P. W. Feiguth, A. Willsky, Fractal estimation using model on multiscale trees, IEEE Trans. on Signal Processing, 1996, 44(5), 1297–1300.

[16] P. Fieguth, W. Karl, A. Willsky, C. Wunsch, Multiresolution optimal interpolation and statistical analysis of TOPEX/POSEIDON satellite altimetry, IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 1995, 33(2), 280–292.

[17] P. Fieguth, D. Menemenlis, T. Ho, A. Willsky, C. Wunsch, Mapping Mediterranean altimeter data with a multiresolution optimal interpolation algorithm, J. of Atmospheric and Oceanic Technology, 1998, 15(4), 535–546.

[18] M. R. Luettgen, W. C. Karl, A. Willsky, Multiscale representation of Markov random fields, IEEE Trans. on Signal Processing, 1993, 41(12), 3377–3395.

[19] D. Menemenlis, P. Fieguth, C. Wunsch, A. Willsky, Adaptation of a fast optimal interpolation algorithm to the mapping of oceanographic data, J. of Geophysical Research, 1997, 102(C5), 10573–10584.

[20] W. Irving, P. Fieguth, A. Willsky, An overlapping tree approach to multiscale stochastic modeling and estimation, IEEE Trans. on Image Processing, 1997, 6(11), 1517–1729.

[21] T. T. Ho. Multiscale modeling and estimation of large-scale dynamic systems. [PhD thesis], Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1998.

[22] M. Daniel, A. Willsky, A multiresolution methodology for signal-level fusion and data assimilation with applications to remote sensing, Proc. IEEE, 1997, 85(1), 164–183.

[23] W. Irving, Theory for multiscale stochastic realization and identification. [PhD thesis], Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1995.

[24] H. Akaike, Markovian representation of stochastic processes by canonical variables, SIAM J. of Control, 1975, 13(1), 162–173.

[25] M. Luettgen, W. Karl, A. Willsky, Efficient multiscale regulation with application to the computation of optical flow, IEEE Trans. on Image Processing, 1994, 3(1), 41–64.

[26] P. Fieguth, W. Karl, A. Willsky, Efficient multiresolution counterparts to variational methods in surface reconstruction, Cor ⁻uter Vision and Image Understanding, 1998, 70(2), 157–176.

[27] M. Schneider, Multiscale methods for the segmentation of images, [Master's thesis], Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1996.

[28] 赵 巍，多尺度系统建模与估计方法研究，博士论文，西北工业大学， 2001 年.

DEVELOPMENT OF MULTISCALE SYSTEM THEORY

Zhao Wei Pan Quan Dai Guanzhong Zhang Hongcai

(*Dept. of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an* 710072, China)

Abstract In many problems, it is of interest to analyze and recognize the phenomena occurring at different scales. The recently introduced multiscale framework offers the possibility of such an analysis. In this paper; the development of the multiscale system theory is introduced briefly, and its application in modeling and estimation is presented. The multiscale models, smoothing error models and two kinds of multiscale realizations are described in particular. Some possible research directions are pointed out.

Key words Multiscale modeling, Multiscale smoothing algorithm, Internal realization models, External realization models

赵 巍： 女， 1972 年生，博士生，主要研究领域为多尺度建模与估计理论，智能控制.

潘 泉： 男， 1961 年生，教授，博士生导师，现任西北工业大学研究生院副院长. 主要研究领域为随机最优估计与控制，数据融合，多目标跟踪，智能信息处理，智能控制.

张洪才： 男， 1938 年生，教授，博士生导师，主要研究领域为估计理论，多目标跟踪，系统辨识，随机控制.

戴冠中： 男， 1937 年生，教授，博士生导师，主要研究领域为大系统估计与控制，智能控制，控制系统中的并行处理理论，算法及并行计算机等.