

# 宽带高方向性定向耦合器的 计算机辅助设计\*

杨 昆

(前锋无线电仪器厂)

## 提 要

本文介绍一种设计宽带高方向性定向耦合器的数值方法。此法经扩展后,可用以解决一系列与此类似的问题,还可以把计算结果编制成设计手册,以便于使用。

## 一、引 言

研制宽带、高方向性定向耦合器,对发展扫频信号源、宽带反射计、网络分析仪以及近几年出现的六端口网络测试系统显然有重要意义。定向耦合器在日常微波测量中应用也很广泛。

目前国内设计定向耦合器比较常用的方法是利用工程手册的经典方法。这种方法用于设计频带不宽、指标不高的同轴、带线或微带定向耦合器是能够满足要求的,且十分简便迅速。

但如果用上述方法设计宽带、高方向性定向耦合器(例如宽带反射计),则往往达不到要求,因此必须用其它方法进行严格设计。所谓“严格设计”的含义是:(1)选择的耦合线结构应有利于提高方向性,(2)耦合线尺寸应按电磁场理论导出,(3)所得到的数据应用计算机作辅助绘图。

本文通过一种定向耦合器的设计来说明这一方法。所设计的定向耦合器是一种“双向定向耦合器”(图1)。由端口1输入的信号通过主线1—2馈入被测器件 $x$ ,同时被耦合到端口3。被测器件的反射信号被耦合至端口4,端口4与端口3的信号比即为被测器件的复反射系数。

此器件的主要指标是:频率范围:0.11—2 GHz;耦合度和耦合波纹:20 dB $\pm$ 1 dB;反射端方向性:0.11—1 GHz 时 $\geq$ 36 dB,1—2 GHz 时 $\geq$ 32 dB;各端口驻波系数 $\leq$ 1.1。

## 二、耦合器设计

有关定向耦合器的奇偶模阻抗设计国外已有不少报道<sup>[1-3]</sup>。根据上述指标要求,本耦

\* 1984年1月13日收到,1985年1月24日修改定稿。

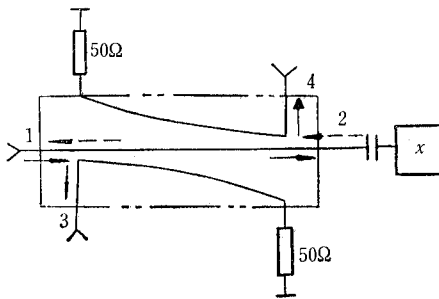


图1 双向耦合器

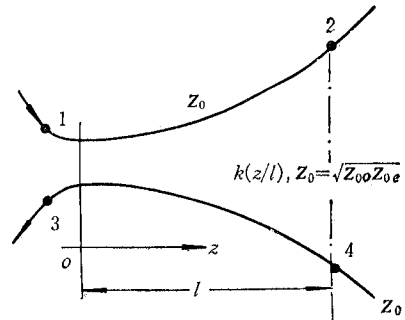


图2 切比雪夫耦合器

合器应按“高通等波纹”耦合线设计。此时耦合线的形状已不是台阶式的而是连续锥变式的<sup>[4]</sup>，即切比雪夫耦合线（图2）。文献[3]曾用一个六次代数多项式综合得出一条耦合线。沿线耦合系数的变化规律为

$$k(z/l) = \sum_{m=0}^6 K_m(z/l)^m \tag{1}$$

文献[3]已将耦合度为-3, -6, -8.34, -10, -20 dB 的几种常用耦合器在不同耦合波纹(%)下的系数  $K_0-K_6$  列成表，并给出了相应的低端截止频率下的耦合电长度  $(l/\lambda)_c$ 。

知道  $k(z/l)$  后，即可按(2)式求出沿线各截面的奇偶模阻抗的变化规律<sup>[3]</sup>。

$$\left. \begin{aligned} Z_{0e} &= Z_0 \sqrt{\frac{1+k(z/l)}{1-k(z/l)}} \\ Z_{0o} &= Z_0 \sqrt{\frac{1-k(z/l)}{1+k(z/l)}} \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

按设计要求(耦合度和耦合波纹  $20 \text{ dB} \pm 1 \text{ dB}$ )，选取电压波纹  $\delta = 5\%$ ，由文献[3]的表查得

$$(l/\lambda)_c = 0.238$$

以及系数  $K_0 = 0.1981, K_1 = -0.3230, K_2 = 0.1182, K_3 = 0.0391, K_4 = -0.0085, K_5 = -0.0236, K_6 = 0.0099$ ；代入(1)和(2)式，即可求出  $Z_{0e}$  和  $Z_{0o}$ 。

求出  $Z_{0e}$  和  $Z_{0o}$  后，下一步是选择带线结构，并计算其尺寸。带线一般采用图3(a)所示的对称结构，但这种结构不易保证实现高方向性。这是因为

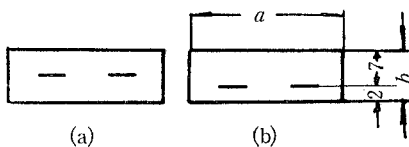


图3 两种带线结构

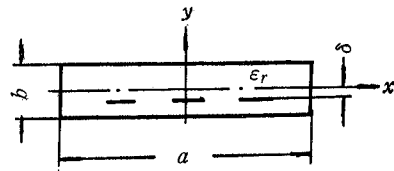


图4 待求的三导体耦合线

(1) 图3(a)所示的场分布松散，如要求侧壁对耦合线影响小，势必要加宽  $a$  边，这样易使波导模式落在工作频带内；同时耦合线的引出线之间的杂散耦合也不易调配消除。这两个因素都会使方向性变差。

(2) 图 3 (b) 所示结构则不同。它的耦模阻抗主要由 2 mm 板提供, 奇模阻抗主要由 7 mm 板提供, 所以  $a$  边可以作得较短, 波导模式落在工作频带之外; 又因两线间耦合主要由 7 mm 板提供, 容易用金属调配螺钉消除杂散耦合, 以提高方向性。这样, 待求问题就变成求图 4 所示结构的解。下面求这种结构的严格解。

### 三、不对称耦合线的格林 (Green) 函数积分方程的数值解

**1. 理论基础** 文献 [5] 给出了用解电荷密度的积分方程从而求出传输线电容的数值方法。这种方法与传统的保角变换法相比在工程上更有实用价值。这里仅对其主要数学模型作一简单介绍。

待求解的问题可一般化为图 5 所示的矩形域中含有几个孤立导体的情况, 即已知各导体上的电位分别为  $V_1, V_2, \dots, V_n$ , 求导体间的互电容。

这是一个恒定电磁场问题。区域  $R$  中的电位函数是一个调和函数, 且满足下列条件:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \phi_j(x, y) &= 0, & (x, y) \in R; \\ \phi_j(x, y) &= 1, & (x, y) \in \partial S_j; \\ \phi_j(x, y) &= 0, & (x, y) \in \partial S_i, i \neq j; \\ \phi_j(x, y) &= 0, & (x, y) \in \text{矩形边界}; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中  $\phi_j(x, y)$  为电位函数,  $\partial S_i$  和  $\partial S_j$  分别为导体  $S_i$  和  $S_j$  的边界。

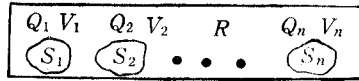


图 5 矩形域内含有  $n$  个孤立导体

当存在多导体时, 区域  $R$  中的电位函数是各导体的电位函数  $\phi_i(x, y)$  的叠加。文献 [5] 导出了总电位函数  $\phi(x, y)$  的统一表达式:

$$\phi(x, y) = \sum_{i=1}^n \int_{\partial S_i} G(x, y; x', y') \frac{\partial \phi(x', y')}{\partial n} dS, \quad (4)$$

这里,  $x', y'$  是场源坐标;  $\partial \phi(x', y') / \partial n$  是电荷密度, 因而  $(\partial \phi(x', y') / \partial n) dS$  是点电荷;  $G(x, y; x', y')$  是矩形域中的格林函数<sup>[6]</sup>。

(4) 式确定的电位函数  $\phi(x, y)$  同样应适用于各导体边界  $\partial S_i (i = 1, \dots, n)$ 。因此, 如已知各导体上的电位, 就可将其作为边界条件代入 (4) 式, 得到

$$\begin{aligned} V_j &= \sum_{i=1}^n \int_{\partial S_i} G(x, y; x', y') \frac{\partial \phi(x', y')}{\partial n} dS, \\ (x, y) &\in S_j, j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (5)$$

这是关于  $n$  个未知函数 (电荷密度函数)  $\partial \phi(x', y') / \partial n$  的  $n$  个方程。如能求出  $\partial \phi(x', y') / \partial n$ , 即可由基本公式

$$C_{ij} = \varepsilon \int_{\partial S_i} \frac{\partial \phi_j}{\partial n} ds \quad (6)$$

求出互电容  $C_{ij}$

(4), (5) 式中的格林函数可分解成

$$G(x, y; x', y') = G_0(x, y; x', y') + G_1(x, y; x', y'), \quad (7)$$

其中<sup>[6]</sup>,

$$G_0(x, y; x', y') = -\frac{1}{4\pi} \ln \frac{\cosh \frac{\pi}{2}(x-x') - \cos \frac{\pi}{2}(y-y')}{\cosh \frac{\pi}{2}(x-x') + \cos \frac{\pi}{2}(y+y')}. \quad (8)$$

(7) 式中的  $G_0$  实为图 6 (a) 所示开放边界的格林函数, 而  $G$  则是图 6 (b) 的格林函数.  $G_1$  相当于加在  $G_0$  上的“扰动”. 当  $l$  增大时,  $G_1 \rightarrow 0$ , 且收敛很快.

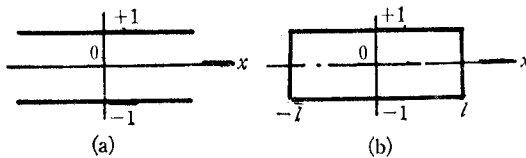


图 6 开放边界和封闭边界

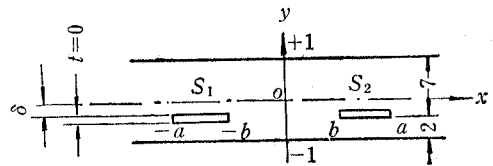


图 7 经简化处理后的带线结构

**2. 具体结构的简化分析** 现在回到待研究的问题. 图 4 为多导体结构, 完全可以简化, 这是因为: (1) 共面弱耦合线可以不考虑非相邻导体间的耦合; (2) 可以忽略侧壁的影响. 这便可将图 4 简化为图 7, 从而(7)式可简化为  $G(x, y; x', y') = G_0(x, y; x', y')$ .

根据奇偶模的定义, 我们设定

$$\left. \begin{array}{l} \text{偶模: 在导体 } S_1, S_2 \text{ 上, } \phi(x, y) = +1 \text{ V;} \\ \text{奇模: 在导体 } S_1 \text{ 上, } \phi(x, y) = -1 \text{ V;} \\ \quad \quad \quad \text{在导体 } S_2 \text{ 上, } \phi(x, y) = +1 \text{ V.} \end{array} \right\} \quad (9)$$

又由于边界对称性, 可得到下列简化条件:

对偶模, 因为  $\phi(x, y) = \phi(-x, y)$ , 所以

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} \equiv \phi_y(x, y) = \phi_y(-x, y), \\ \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \equiv \phi_x(x, y) = -\phi_x(-x, y). \end{array} \right\} \quad (10)$$

对奇模, 因为  $\phi(x, y) = -\phi(-x, y)$ , 所以

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} \equiv \phi_y(x, y) = -\phi_y(-x, y), \\ \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \equiv \phi_x(x, y) = \phi_x(-x, y). \end{array} \right\} \quad (11)$$

根据上述边界条件, 可求出对应于图 7 的积分方程. 按图 7 的标注, 得

$$\begin{aligned} & \oint_{S_1} G_0(x, y; x', y') \frac{\partial \phi(x', y')}{\partial n} dS \\ & = \int_{-a}^{-b} G_0(x, y; -x', \delta) \phi_y(-x', \delta - 0) dx' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{-a}^{-b} G_0(x, y; -x', \delta) \phi_y(-x', \delta + 0) dx' \\
& = - \int_a^b G_0(x, y; -x', \delta) \phi_y(-x', \delta - 0) dx' \\
& \quad + \int_a^b G_0(x, y; -x', \delta) \phi_y(-x', \delta + 0) dx'. \tag{12}
\end{aligned}$$

注意到对称关系式(10),(11)式我们有

偶模

$$\begin{aligned}
& \oint_{S_1} G_0(x, y; x', y') \frac{\partial \phi(x', y')}{\partial n} dS \\
& = - \int_a^b G_0(x, y; x', \delta) \phi_y(x', \delta - 0) dx' \\
& \quad + \int_a^b G_0(x, y; -x', \delta) \phi_y(x', \delta + 0) dx', \tag{13}
\end{aligned}$$

奇模

$$\begin{aligned}
& \oint_{S_1} G_0(x, y; x', y') \frac{\partial \phi(x', y')}{\partial n} dS \\
& = \int_a^b G_0(x, y; -x', \delta) \phi_y(x', \delta - 0) dx' \\
& \quad - \int_a^b G_0(x, y; -x', \delta) \phi_y(x', \delta + 0) dx'. \tag{14}
\end{aligned}$$

将(5)式施用于导体  $S_2$  上,因为不论奇偶模均有  $V_2 = 1 \text{ V}$ . 从而有

$$\begin{aligned}
1 & = \int_a^b G_0(x, \delta; x', \delta) \phi_y(x', \delta + 0) dx' \\
& \quad \pm \int_a^b G_0(x, \delta; -x', \delta) \phi_y(x', \delta + 0) dx' \\
& \quad - \int_a^b G_0(x, \delta; x', \delta) \phi_y(x', \delta - 0) dx' \\
& \quad \mp \int_a^b G_0(x, \delta; -x', \delta) \phi_y(x', \delta - 0) dx' \\
& = \int_a^b [G_0(x, \delta; x', \delta) \pm G_0(x, \delta; -x', \delta)] \cdot \phi_y(x', \delta + 0) dx' \\
& \quad - \int_a^b [G_0(x, \delta; x', \delta) \pm G_0(x, \delta; -x', \delta)] \cdot \phi_y(x', \delta - 0) dx',
\end{aligned}$$

即

$$1 = \int_a^b [G_0(x, \delta; x', \delta) \pm G_0(x, \delta; -x', \delta)] \cdot [\phi_y(x', \delta + 0) - \phi_y(x', \delta - 0)] dx', \tag{15}$$

其中上边符号对应于偶模,下边符号对应于奇模,  $x, y$  位于  $S_2$  上,从而奇偶模电容为

$$C_{e,o} = \varepsilon \int_{\partial S_2} \frac{\partial \phi_{e,o}}{\partial n} dS = \varepsilon \int_a^b [\phi_y(x', \delta + 0) - \phi_y(x', \delta - 0)] dx', \tag{16}$$

其中被积函数在奇偶模情况下是不同的,因而得出的  $C_e \neq C_o$ .

**3. 积分方程的数值解** (15)式是形如

$$\int_a^b K(x, t) f(t) dt = g(x) \tag{17}$$

的积分, 其中  $K(x, t)$  对应于格林函数, 它在  $t \rightarrow x$  时具有对数奇点

$$\lim_{t \rightarrow x} K(x, t) \sim -\frac{1}{2\pi} \ln |x - t|. \quad (18)$$

利用最高代数精确度公式

$$\int_a^b \varphi(t) dt \approx \sum_{j=1}^N \omega_j \varphi(t_j) \quad (19)$$

(其中  $\omega_j$  为加权因子) 以及考虑格林函数在  $x = t$  处的奇异性, 将积分(17)式改写成如下部分和式

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \omega_j \left[ K(t_i, t_j) + \frac{1}{2\pi} \ln |t_i - t_j| \right] f(t_j) \\ & - \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \omega_j [f(t_j) - f(t_i)] \ln |t_i - t_j| \\ & - \frac{1}{2\pi} f(t_i) \int_a^b \ln |t_i - t| dt = g(t_i), \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (20)$$

在(20)式中第一个和式括号内当  $t_i = t_j$  时的含义是

$$c_i \equiv \lim_{x \rightarrow t_i} \left[ K(t_i, x) + \frac{1}{2\pi} \ln |t_i - x| \right]. \quad (21)$$

(20) 式为一  $N$  个未知数的  $N$  个线性方程组, 可以写成矩阵式

$$\mathbf{B} \mathbf{f} = \mathbf{g}$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= [f(t_1), \dots, f(t_N)]^T \\ \mathbf{g} &= [g(t_1), \dots, g(t_N)]^T \end{aligned}$$

而  $\mathbf{B}$  的矩阵元为

$$b_{ij} = \begin{cases} \omega_j K(t_i, t_j), & i \neq j; \\ \omega_i c_i + \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \omega_k \ln |t_i - t_k| - \frac{e_i}{2\pi}, & i = j; \end{cases} \quad (22)$$

其中  $c_i$  按(21)式, 而

$$e_i = \int_a^b \ln |t_i - t| dt = a - b + (t_i - a) \ln(t_i - a) + (b - t_i) \ln(b - t_i).$$

如借助积分公式

$$\int_a^b \frac{\varphi(t)}{\sqrt{b-t}\sqrt{t-a}} dt \approx \frac{\pi}{N} \sum_{i=1}^N \varphi(t_i),$$

其中

$$t_i = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} \cos \frac{2i-1}{2N} \pi, \quad (23)$$

并定义

$$h(x) = \sqrt{x-a} \sqrt{b-x} f(x), \quad (24)$$

则上述矩阵式成为

$$\mathbf{A}h = g,$$

其中

$$a_{ij} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{N} K(t_i, t_j), \quad i \neq j; \\ \frac{\pi}{N} c_i + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{b-t_i} \sqrt{t_i-a}} \left[ -e_i + \frac{\pi}{N} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \sqrt{t_k-a} \sqrt{b-t_k} \ln |t_k - t_i| \right], \quad i = j. \end{array} \right. \quad (25)$$

从而电容

$$C = \varepsilon \int_a^b \frac{h(t)}{\sqrt{t-a} \sqrt{b-t}} dt \approx \varepsilon \frac{\pi}{N} \sum_{i=1}^N h(t_i).$$

我们已经求出  $Z_{0o}, Z_{0e}$ , 故可由公式

$$\left. \begin{array}{l} Z_{0o} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{\varepsilon}{C_o}, \\ Z_{0e} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{\varepsilon}{C_e} \end{array} \right\} \quad (26)$$

求出所需的奇偶模电容  $C_o, C_e$ . 下一步就要根据积分方程反求

$$t_i = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} \cos \frac{2i-1}{2N} \pi,$$

使它满足

$$C_{o,e} = \varepsilon \frac{\pi}{N} \sum_{i=1}^N h_{o,e}(t_i).$$

这里用两个独立变量  $a, b$ , 使

$$C_o = f_1(a, b), \quad C_e = f_2(a, b).$$

它们可以迭代求解.

以上分析均系针对耦合带的. 对于耦合线输入、输出端需用单一带连接, 故应在上述分析基础上, 求出计算单一带的公式. 单一带相当于  $|a| \rightarrow \infty, |b| \rightarrow \infty$ , 而  $|b-a|$  为非零的常数, 此时由 (23) 式得

$$\lim_{\substack{t_i \rightarrow \infty \\ \delta, a \rightarrow \infty}} t_i \rightarrow \infty.$$

同时由 (8) 式得

$$G_0(t_i, \delta; \pm t_j, \delta) = -\frac{1}{4\pi} \ln \frac{\cosh \frac{\pi}{2} (t_i \mp t_j) - 1}{\cosh \frac{\pi}{2} (t_i \mp t_j) + \cos \frac{\pi}{2} \cdot 2\delta}.$$

当  $|t_i|, |t_j| \rightarrow \infty, |t_i - t_j|$  为有限值时,

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{|t_i|, |t_j| \rightarrow \infty} G_0(t_i, \delta; t_j, \delta) = -\frac{1}{4\pi} \ln \frac{\cosh \frac{\pi}{2} (t_i - t_j) - 1}{\cosh \frac{\pi}{2} (t_i - t_j) + \cos \pi \delta}, \\ \lim_{|t_i|, |t_j| \rightarrow \infty} G_0(t_i, \delta; -t_j, \delta) = 0. \end{array} \right\} \quad (27)$$

此时 (15) 式可写成

$$1 = \int_a^b G_0(x, \delta; x', \delta) [\phi_y(x', \delta + 0) - \phi_y(x', \delta - 0)] dx', \quad (28)$$

其中  $G_0$  由 (27) 式给出.

## 四、源程序数学模型

### 1. 奇偶模阻抗设计程序

(1) 已知  $K_0, \dots, K_6$ , 求耦合系数

$$k(z/l) = \sum_{m=0}^6 K_m(z/l)^m;$$

$z/l$  取值 0—1, 步长取为 0.01.

(2) 已知  $k(z/l)$ , 按 (2) 式求  $Z_{0e}, Z_{0o}$ .  $Z_0 = 50 \Omega$ .

(3) 打印  $Z_{0e}(z/l), Z_{0o}(z/l)$ .

### 2. 单一带程序

(1)  $Z_0 = 50 \Omega$ ,  $\epsilon_r = 2.56$  (聚苯乙烯); 由

$$Z_0 = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \frac{\epsilon}{C} \text{ 求出 } C;$$

其中  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ ,  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{F/M}$ .

(2) 设  $(b+a)/2 = S$ ,  $(b-a)/2 = w/2$ ,  $N = 30$ , 并定义

$$t_i = S + \frac{w}{2} \cos\left(\frac{2i-1}{2N} \pi\right).$$

(3) 令  $K(t_i, t_j) = G_0(t_i, \delta; t_j, \delta)$

$$= -\frac{1}{4\pi} \ln \frac{\cosh\left[\frac{\pi}{2}(t_i - t_j) - 1\right]}{\cosh\left[\frac{\pi}{2}(t_i - t_j)\right] + \cos \pi \delta},$$

其中  $i, j = 1, 2, \dots, 30$ ;  $\delta = 0.55556$ ,

$$|t_i - t_j| = \frac{1}{2} w \left[ \cos\left(\frac{2i-1}{2N} \pi\right) - \cos\left(\frac{2j-1}{2N} \pi\right) \right].$$

(4) 求矩阵方程

$$h = \mathbf{A}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix},$$

其中  $\mathbf{A}$  的元为

$$a_{ij} = \begin{cases} \frac{\pi}{N} K(t_i, t_j), & i \neq j; \\ \frac{\pi}{2} c_i + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{a-t_i} \sqrt{t_i-b}} \left[ -e_i + \frac{\pi}{N} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{30} \sqrt{a-t_k} \sqrt{t_k-b} \ln |t_k - t_i| \right], & i = j; \end{cases}$$



其中

$$\begin{aligned} (a - t_i) &= \frac{w}{2} \left( 1 - \cos \frac{2i-1}{2N} \pi \right), \\ (t_i - b) &= \frac{w}{2} \left( 1 + \cos \frac{2i-1}{N} \pi \right), \\ c_i &= -w + \frac{w}{2} \left( 1 - \cos \frac{2i-1}{2N} \pi \right) \ln \left[ \frac{w}{2} \left( 1 - \cos \frac{2i-1}{2N} \pi \right) \right] \\ &\quad + \frac{w}{2} \left( 1 + \cos \frac{2i-1}{2N} \pi \right) \ln \left[ \frac{w}{2} \left( 1 + \cos \frac{2i-1}{2N} \pi \right) \right], \\ c_i &= \lim_{t \rightarrow t_i} \left[ K(t_i, t) + \frac{1}{2\pi} \ln |t_i - t| \right] \\ &= \frac{1}{2\pi} \ln \left[ \frac{2\sqrt{2}}{\pi} (1 + \cos \pi \delta)^{\frac{1}{2}} \right]^*. \end{aligned}$$

解线性方程组求出的是  $h(t_1), h(t_2), \dots, h(t_N)$ 。它们都是带线宽度  $w_0 (w = w_0)$  的函数, 而  $w_0$  是本程序待求的。

$$(5) \text{ 由电容公式 } C = \varepsilon \frac{\pi}{N} \sum_{i=1}^N h(t_i),$$

已知  $C$  后, 给出一  $w_0$  值 ( $w = w_0$ ), 使得

$$\Delta C = \left| C - \varepsilon \frac{\pi}{N} \sum_{i=1}^N h(t_i) \right| \leq 0.001 C,$$

便认为是迭代成功。

$$(6) \text{ 打印 } \varepsilon_r = 2.56, w_0 = ?$$

### 3. 耦合带程序

(1) 已知  $Z_{0c}(z/l)$  和  $Z_{0o}(z/l)$ , 按(26)式求出  $C_o(z/l)$  和  $C_c(z/l)$ 。

$$(2) \text{ 令 } t_i = b + \frac{w}{2} \left( 1 + \cos \frac{2i-1}{2N} \pi \right).$$

(3) 先令  $w = w_0$  (单一带线宽), 求出

$$t_i = b + \frac{w_0}{2} \left( 1 + \cos \frac{2i-1}{2N} \pi \right).$$

这里  $b$  为待求的未知数。

(4) 令格林函数

$$K(t_i, t_j) = G_0(t_i, \delta; t_j, \delta) \pm G_0(t_i, \delta; -t_j, \delta),$$

其中

$$G_0(t_i, \delta; t_j, \delta) = -\frac{1}{4\pi} \ln \frac{\cosh \left[ \frac{\pi}{2} (t_i - t_j) \right] - 1}{\cosh \left[ \frac{\pi}{2} (t_i - t_j) \right] + \cos \pi \delta}$$

\* 证明见附录

$$G_0(t_i, \delta; -t_j, \delta) = -\frac{1}{4\pi} \ln \frac{\cosh\left[\frac{\pi}{2}(t_i + t_j)\right] - 1}{\cosh\left[\frac{\pi}{2}(t_i - t_j)\right] + \cos\pi\delta}.$$

(5) 求矩阵方程

$$h = \mathbf{A}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix},$$

其中  $\mathbf{A}$  的元与单一带相同, 不过  $c_i$  应换成

$$\begin{aligned} c_i &= \lim_{t \rightarrow t_i} \left[ K(t_i, t) + \frac{1}{2\pi} \ln |t_i - t| \right] \\ &= \frac{1}{2\pi} \ln \left[ \frac{2\sqrt{2}}{\pi} (1 + \cos\pi\delta)^{\frac{1}{2}} \right] \pm G_0(t_i, \delta; -t_i, \delta)^*. \end{aligned}$$

然后分别求出对应于  $K(t_i, t_j)$  中“+”号的偶模函数

$$h_c = [h_c(t_1), h_c(t_2), \dots, h_c(t_N)]$$

以及对应于  $K(t_i, t_j)$  中“-”号的奇模函数

$$h_o = [h_o(t_1), h_o(t_2), \dots, h_o(t_N)].$$

(6) 先赋值  $w = w_0$ , 就只剩下一个变量  $b$ . 作函数

$$\Delta C = \left| C_{o,c}(z/l) - \varepsilon \frac{\pi}{N} \sum_{i=1}^N h_{o,c}(t_i) \right|;$$

改变 (3) 中的尺寸  $b$ , 使

$$\Delta C \leq 0.001 C_{o,c}(z/l).$$

(7) 如第 (6) 步不能同时满足, 则令

$$w = w_0(1 - 0.005n), \quad n = 1, \dots, 20;$$

并进行 (4).

(8) 打印  $\varepsilon_r = 2.56$ ,  $Z_{o_0}(z/l)$ ,  $Z_{o_c}(z/l)$ ,  $w(z/l)$ ,  $2b(z/l)$ .

## 五、试验结果

用上述计算结果在数控绘图机上给出照像底板, 然后在  $2.1 \pm 0.02$  mm 厚的聚苯乙烯双面敷铜板上制出图形 (图 8). 如印制板加工得精密, 负载均达到了技术要求, 则实测结果可优于设计指标. 方向性一般可调到优于 33 dB (在 1000 MHz 附近有一点是 33dB, 其余点均在 36 dB 以上), 少数产品可调到 34 dB 以上. 耦合频响为  $\pm 0.5 - \pm 0.35$  dB. 端口驻波系数亦很容易合格. 本器件已用于网络分析仪中.

## 六、结束语

从上述分析可见, 为达到较高指标, 在理论分析与数据处理方面作较深入研究是必要的. 这是因为 (1) 靠经验摸索很难达到设计指标; (2) 将上述方法略加修改 (如改变格林



图8 数控绘图机绘出的耦合线

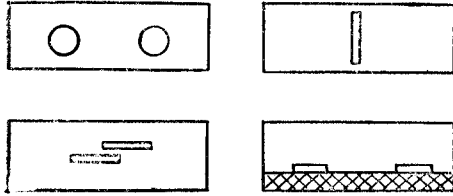


图9 可以用类似方法求解的一些结构

函数和导体形状), 便可用来处理一大类问题, 如计算中完全可以计入金属带线厚度(图9)。如进一步将不同带线结构和不同耦合度的耦合器的计算结果编成设计手册供查阅, 则可大大减少设计这类器件的工作量。

参 考 文 献

[1] E. G. Grystal, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-14**(1966), 337.  
 [2] D. W. Kammler, *ibid*, **MTT-17** (1969), 577.  
 [3] F. Arndt, *ibid*, **MTT-18** (1970), 633.  
 [4] R. W. Klopfenstein, *Proc. IRE*, **44**(1956), 31.  
 [5] P. C. Chestnut, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-17** (1969), 734.  
 [6] D. W. Kammler, *ibid*, **MTT-16** (1968), 925.

附录 极限公式的证明

$$c_i \equiv \lim_{t_i \rightarrow t} \left[ K(t_i, t) + \frac{1}{2\pi} \ln |t_i - t| \right]$$

$$= \frac{1}{2\pi} \ln \left[ \frac{2\sqrt{2}}{\pi} (1 + \cos \pi \delta)^{\frac{1}{2}} \right] \pm G_0(t_i, \delta; -t_i, \delta)$$

证明

(1) 对于单一带情况, 由(27)式知

$$K(t_i, t) = -\frac{1}{4\pi} \ln \frac{\cosh \left[ \frac{\pi}{2} (t_i - t) \right] - 1}{\cosh \left[ \frac{\pi}{2} (t_i - t) \right] + \cos \pi \delta} \tag{a}$$

取出极限符号下的和式并令为  $c'_i$

$$c'_i = K(t_i, t) + \frac{1}{2\pi} \ln |t_i - t|$$

再将其中的  $K(t_i, t)$  表达式 (a) 略加变形, 使每一项的系数均为  $1/2\pi$ , 于是

$$c'_i = -\frac{1}{2\pi} \ln \left\{ \cosh \left[ \frac{\pi}{2} (t_i - t) \right] - 1 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \ln \left\{ \cosh \left[ \frac{\pi}{2} (t_i - t) \right] + \cos \pi \delta \right\}^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2\pi} \ln |t_i - t|$$

$$= \frac{1}{2\pi} \ln \left\{ \frac{(t_i - t)^2}{\cosh \left[ \frac{\pi}{2} (t_i - t) \right] - 1} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \ln \left\{ \cosh \left[ \frac{\pi}{2} (t_i - t) \right] + \cos \pi \delta \right\}^{\frac{1}{2}},$$

并注意到级数展式

$$\begin{aligned} \cosh \frac{\pi}{2} (t_i - t) &= 1 + \frac{1}{2!} \left[ \frac{\pi}{2} (t_i - t) \right]^2 + \dots \\ &= 1 + \frac{1}{8} \pi^2 (t_i - t)^2 + \dots, \end{aligned}$$

故有

$$\begin{aligned} c'_i &= \frac{1}{2\pi} \ln \left[ \frac{(t_i - t)^2}{\frac{1}{8} \pi^2 (t_i - t)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &+ \frac{1}{2\pi} \ln \left\{ \cosh \left[ \frac{\pi}{2} (t_i - t) \right] + \cos \pi \delta \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \ln \frac{2\sqrt{2}}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \ln \left\{ \cosh \left[ \frac{\pi}{2} (t_i - t) \right] + \cos \pi \delta \right\}^{\frac{1}{2}}, \end{aligned}$$

从而得到

$$c_i = \lim_{t_i \rightarrow t} c'_i = \frac{1}{2\pi} \ln \left[ \frac{2\sqrt{2}}{\pi} (1 + \cos \pi \delta) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

(2) 对于耦合带情况, 已知

$$\begin{aligned} K(t_i, t) &= G_0(t_i, \delta; t, \delta) \pm G_0(t_i, \delta; -t, \delta) \\ &= -\frac{1}{4\pi} \ln \frac{\cosh \left[ \frac{\pi}{2} (t_i - t) \right] - 1}{\cosh \left[ \frac{\pi}{2} (t_i - t) \right] + \cos \pi \delta} \pm G_0(t_i, \delta; -t, \delta). \quad (b) \end{aligned}$$

由上面证明立即可知

$$c_i = \frac{1}{2\pi} \ln \left[ \frac{2\sqrt{2}}{\pi} (1 + \cos \pi \delta) \right]^{\frac{1}{2}} \pm G_0(t_i, \delta; -t_i, \delta).$$

这是因为

(1) (b) 式右边第一项与 (a) 式全同, 故取极限后的结果与单一带相同;

(2) (b) 式右边第二项当  $t = t_i$  时完全是正常值, 没有奇异点, 故取极限时只需将  $t$  直接换成  $t_i$  即可。证毕。

## DESIGN OF A BROADBAND HIGH-DIRECTIVITY DIRECTIONAL COUPLER

Yang Kun

(Qianfeng Electronic Instrument Factory)

By using available theoretical results, a 0.11—2GHz, -20 dB, dual-directional coupler is designed. The associated practical design procedure and algorithm can be used as a general procedure for designing several types of couplers or MIC transmission lines, provided they have rectangular bounds. Experimental results show in good agreement with theoretical ones.