

矢量传感器误差校正与补偿

王兰美^{①②} 廖桂生^① 王洪洋^①

^①(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

^②(西安电子科技大学理学院电波研究所 西安 710071)

摘要 当阵列模型存在误差时,子空间类方法的高分辨性能会显著下降,因此必须进行有效的校正。由于矢量天线本身的复杂性,其相位误差很难精确校准且原有的基于标量天线相位误差的估计方法已经不再适应于矢量天线。该文在到达角已知情况下,给出了一种估计矢量天线阵列相位误差的新方法,并导出了各通道相位误差的计算公式。最后的数值模拟结果说明了本文方法是简单有效的。

关键词 矢量传感器, 相位误差, 高分辨方法, 校正与补偿

中图分类号: TN82

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)01-0092-04

Calibration and Remedy for Vector-Sensor

Wang Lan-mei^{①②} Liao Gui-sheng^① Wang Hong-yang^①

(Key Lab. for Radar Signal processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract A novel vector sensors array calibration method based on subspace approaches in the presence of phase errors on high-resolution estimation methods is presented in this paper. Because of the complexity of vector sensors, the available methods for estimating the channel phase errors of the scalar sensors are not suitable for vector sensors. The computational formulas of the channel phase errors are derived in this paper. Finally, simulation results verify the effectiveness of the new algorithm.

Key words Vector sensors, Phase error, High-resolution, Calibration and remedy

1 引言

模型误差的存在,使实际阵列流形与理想阵列流形产生了一定偏差,从而导致Li^[1,2]和Wong^[3-5]等子空间类方法的高分辨性能显著下降,因此必须进行有效的校正。由于矢量天线自身的复杂性,使各通道幅相误差的估计变得极为复杂,在到达方向已知极化状态未知的情况下,幅相误差的估计包含了15个变量,原有的基于标量天线相位误差的估计方法已经不再适应。本文提出了利用到达方向已知极化状态未知的校正源估计天线各通道间相位误差的新方法,到目前为止还没有见到有关矢量天线幅相误差研究的文献。

2 信号模型

假设第k个单位功率完全极化横电磁波通过均匀各向同性介质入射到理想的没有幅相误差的矢量天线上,其电磁场矢量可以表示为

$$\mathbf{a}_k = \begin{bmatrix} \sin(\gamma_k) \cos(\theta_k) \cos(\phi_k) e^{j\eta_k} - \cos(\gamma_k) \sin(\phi_k) \\ \sin(\gamma_k) \cos(\theta_k) \sin(\phi_k) e^{j\eta_k} + \cos(\gamma_k) \cos(\phi_k) \\ -\sin(\gamma_k) \sin(\theta_k) e^{j\eta_k} \\ -\cos(\gamma_k) \cos(\theta_k) \cos(\phi_k) - \sin(\gamma_k) \sin(\phi_k) e^{j\eta_k} \\ -\cos(\gamma_k) \cos(\theta_k) \sin(\phi_k) + \sin(\gamma_k) \cos(\phi_k) e^{j\eta_k} \\ \cos(\gamma_k) \sin(\theta_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_k(1) e^{j\alpha_{k1}} \\ a_k(2) e^{j\alpha_{k2}} \\ a_k(3) e^{j\alpha_{k3}} \\ a_k(4) e^{j\alpha_{k4}} \\ a_k(5) e^{j\alpha_{k5}} \\ a_k(6) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 θ_k ($0 \leq \theta_k \leq \pi$), ϕ_k ($0 \leq \phi_k < 2\pi$) 分别为第k个信号的仰角、方位角; (γ_k, η_k) , $0 \leq \gamma_k \leq \pi/2, -\pi \leq \eta_k < \pi$ 为该信号的极化相位描述子。设天线通道间相位误差矩阵为

$$\mathbf{A} = [1, e^{j\alpha_2}, e^{j\alpha_3}, e^{j\alpha_4}, e^{j\alpha_5}, e^{j\alpha_6}]^T$$

则天线测得的电磁场矢量为

$$\mathbf{b}_k = \mathbf{A} \bullet \mathbf{a}_k \quad (2)$$

公式中符号“ \bullet ”表示矩阵中对应元素相乘。

用 $x_m(n)$ 表示矢量传感器某个通道的第 n 次快拍, 暂不考虑噪声, 有

$$x_m(n) = \sum_{k=1}^K b_m(k) d(f_k) s_k(n) \quad (3)$$

其中 $s_k(n) = E_k e^{j(2\pi f_k n / F_s + \phi_k)}$ 为对第 k 个信号的采样, E_k, f_k, ϕ_k 分别为信号的幅度、频率和初相, F_s 为采样率满足信号 Nyquist 采样率。

以 $\mathbf{X}_m(n)$ 表示第 m 个通道的 Q 次连续快拍形成的向量, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_m(n) &= [x_m(n), x_m(n+1), \dots, x_m(n+Q-1)]^T \\ &= \sum_{k=1}^K b_m(k) d(f_k) s_k(n) \end{aligned} \quad (4)$$

其中称 $\mathbf{d}(f_k) = [1, e^{-j2\pi f_k / F_s}, \dots, e^{-j2\pi f_k (Q-1) / F_s}]^T$ 为时域导向向量, 直接由时域导向向量得到的信号频率估计。顺序排列各通道的采样输出, 考虑噪声有

$$\mathbf{Z}(n) = [\mathbf{X}_1(n)]^T, \dots, [\mathbf{X}_6(n)]^T]^T + \mathbf{n}(n) = \mathbf{B}\mathbf{S}(n) + \mathbf{n}(n) \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1 \otimes \mathbf{d}(f_1), \dots, \mathbf{b}_2 \otimes \mathbf{d}(f_K)] \quad (6)$$

$$\mathbf{S}(n) = [s_1(n), \dots, s_K(n)]^T \quad (7)$$

符号 \otimes 表示 Kronecker 积; $\mathbf{n}(n)$ 表示相应输出的加性高斯白噪声矢量, 非极化; \mathbf{B} 为一包含信号频率、DOA 和极化参数的混合矩阵, 其维数为 $6Q \times K$ 。

3 算法描述

利用 $\mathbf{Z}(t)$ 的 N 次快拍数据构造相关矩阵

$$\mathbf{R}_z = \mathbf{E}(\mathbf{Z}(n)\mathbf{Z}^H(n)) = \mathbf{B}\mathbf{R}_s\mathbf{B}^H + \delta^2\mathbf{I} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{R}_s = \mathbf{E}(\mathbf{S}(n)\mathbf{S}^H(n))$ 表示信号自相关矩阵, δ^2 为白噪声功率。设 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_K > \lambda_{K+1} = \dots = \lambda_{6Q} = \delta^2$ 为矩阵 \mathbf{R}_z 特征分解得到的特征值, $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_K, \mathbf{v}_{K+1}, \dots, \mathbf{v}_{6Q}$ 为对应特征向量, 则 K 个大特征值对应特征向量构成矩阵 $\mathbf{E}_s = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_K]$ 与 \mathbf{B} 张成相同的列空间, 因此存在一个非奇异矩阵 \mathbf{T} 使下式成立:

$$\mathbf{E}_s = [\mathbf{E}_1^T, \mathbf{E}\mathbf{E}_2^T, \dots, \mathbf{E}_6^T]^T = \mathbf{B}\mathbf{T} = [\mathbf{B}_1^T, \mathbf{B}_2^T, \dots, \mathbf{B}_6^T]^T \mathbf{T} \quad (9)$$

对应块矩阵相等, 由式(6)和式(9)得

$$\mathbf{E}_j = \mathbf{B}_j\mathbf{T} = \mathbf{D}\Phi_j\mathbf{T}, \quad 1 \leq j \leq 6 \quad (10)$$

$$\mathbf{D} = [\mathbf{d}(f_1), \dots, \mathbf{d}(f_K)]$$

$$\Phi_j = \text{diag}([b(j,1), \dots, b(j,K)]), \quad 1 \leq j \leq 6 \quad (11)$$

$$\mathbf{E}_j(\mathbf{E}_1)^\# \mathbf{D} = \mathbf{q}\Phi_j\Phi_1^{-1} = \mathbf{D}\Psi_j \quad j = 2, 3, \dots, 6 \quad (12)$$

其中 $(\mathbf{E}_1)^\# = (\mathbf{E}_1^H \mathbf{E}_1)^{-1} \mathbf{E}_1^H$, $\Psi_j = \Phi_j \Phi_1^{-1}$ 为一对角阵, 其对角线元素为对应于 K 个不同信号时, 信号矢量传感器其他 5 个通道的电磁响应对第一个通道的电磁响应的归一化值^[4,5]

$$\begin{aligned} \Psi_j &= \text{diag}(\psi(j,1), \psi(j,2), \dots, \psi(j,K)) \\ &= \text{diag}\left(\frac{b(j,1)}{b(1,1)}, \frac{b(j,2)}{b(1,2)}, \dots, \frac{b(j,K)}{b(1,K)}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

观察式(12), 对 $\mathbf{E}_j(\mathbf{E}_1)^\#$ 进行特征分解, K 个大特征值对应 Ψ_j 对角线元素的估计值, 由式(13)估计矢量传感器对第 k 个信号电磁场的响应矢量 \mathbf{b}'_k :

$$\begin{aligned} \mathbf{b}'_k &= \exp(-j\angle(\Psi(6,k))) [1, \Psi(2,k), \dots, \Psi(6,k)]^T \\ &= \left[e^{j(\alpha_{k1}-\alpha_6)}, \frac{a_k(2)}{a_k(1)} e^{j(\alpha_{k2}+\alpha_2-\alpha_6)}, \frac{a_k(3)}{a_k(1)} e^{j(\alpha_{k3}+\alpha_3-\alpha_6)}, \right. \\ &\quad \left. \frac{a_k(4)}{a_k(1)} e^{j(\alpha_{k4}+\alpha_4-\alpha_6)}, \frac{a_k(5)}{a_k(1)} e^{j(\alpha_{k5}+\alpha_5-\alpha_6)}, \frac{a_k(6)}{a_k(1)} \right]^T \end{aligned} \quad (14)$$

式中 \angle 表示取复角。归一化 \mathbf{b}'_k 可得

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{b}}_{ke} &= \frac{\left[e^{j(\alpha_{k1}-\alpha_6)}, \frac{a_k(2)}{a_k(1)} e^{j(\alpha_{k2}+\alpha_2-\alpha_6)}, \frac{a_k(3)}{a_k(1)} e^{j(\alpha_{k3}+\alpha_3-\alpha_6)} \right]^T}{\left\| \left[e^{j(\alpha_{k1}-\alpha_6)}, \frac{a_k(2)}{a_k(1)} e^{j(\alpha_{k2}+\alpha_2-\alpha_6)}, \frac{a_k(3)}{a_k(1)} e^{j(\alpha_{k3}+\alpha_3-\alpha_6)} \right] \right\|} \\ &= \begin{bmatrix} a_k(1) e^{j(\alpha_{k1}-\alpha_6)} \\ a_k(2) e^{j(\alpha_{k2}+\alpha_2-\alpha_6)} \\ a_k(3) e^{j(\alpha_{k3}+\alpha_3-\alpha_6)} \end{bmatrix} \\ \hat{\mathbf{b}}_{kh} &= \frac{\left[\frac{a_k(4)}{a_k(1)} e^{j(\alpha_{k4}+\alpha_4-\alpha_6)}, \frac{a_k(5)}{a_k(1)} e^{j(\alpha_{k5}+\alpha_5-\alpha_6)}, \frac{a_k(6)}{a_k(1)} \right]^T}{\left\| \left[\frac{a_k(4)}{a_k(1)} e^{j(\alpha_{k4}+\alpha_4-\alpha_6)}, \frac{a_k(5)}{a_k(1)} e^{j(\alpha_{k5}+\alpha_5-\alpha_6)}, \frac{a_k(6)}{a_k(1)} \right] \right\|} \\ &= \begin{bmatrix} a_k(4) e^{j(\alpha_{k4}+\alpha_4-\alpha_6)} \\ a_k(5) e^{j(\alpha_{k5}+\alpha_5-\alpha_6)} \\ a_k(6) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

天线测得的电磁场矢量估计值为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{b}}_k &= [\hat{\mathbf{b}}_{ke}; \hat{\mathbf{b}}_{kh}] \\ &= a_k \text{diag}\left[e^{-j\alpha_6}, e^{j(\alpha_2-\alpha_6)}, e^{j(\alpha_3-\alpha_6)}, e^{j(\alpha_4-\alpha_6)}, e^{j(\alpha_5-\alpha_6)}, 1 \right] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_k(1) = (\sin(\gamma_k) \cos(\theta_k) \cos(\phi_k) e^{j\eta_k} - \cos(\gamma_k) \sin(\phi_k)) e^{-j\alpha_6} \quad (17)$$

根据式(1)和式(16)可以得到极化角的估计值 $\hat{\gamma}_k$ 和 $\hat{\eta}_k$:

$$\hat{\gamma}_k = \tan^{-1} \left(\frac{\|\hat{\mathbf{b}}_k(3)\|^2}{\|\hat{\mathbf{b}}_k(6)\|^2} \right) \quad (18)$$

$$\hat{\eta}_k = \begin{cases} \cos^{-1} \left(\frac{\|\hat{\mathbf{b}}_k(1)\|^2 - (\sin \hat{\gamma}_k \cos \theta_k \cos \phi_k)^2 - (\cos \hat{\gamma}_k \sin \phi_k)^2}{-2 \sin \hat{\gamma}_k \cos \theta_k \cos \phi_k \cos \hat{\gamma}_k \sin \phi_k} \right) \\ -\cos^{-1} \left(\frac{\|\hat{\mathbf{b}}_k(1)\|^2 - (\sin \hat{\gamma}_k \cos \theta_k \cos \phi_k)^2 - (\cos \hat{\gamma}_k \sin \phi_k)^2}{-2 \sin \hat{\gamma}_k \cos \theta_k \cos \phi_k \cos \hat{\gamma}_k \sin \phi_k} \right) \end{cases} \quad (19)$$

η_k 有两个可能的取值, 但是对于一个完全极化电磁场信号来说 η_k 有唯一的取值。为了确定 η_k 的值, 选用两个到达角相同极化状态不同的信号作为校正源。天线通道间的相位误差 α_6 是确定的, 不随入射信号的改变而改变。因此无论由哪一个信号求出的 α_6 都是相同的, $\alpha_{61} = \alpha_{62} = \alpha_6$, 式中 α_{61} 和 α_{62} 分别表示由第一、二个信号求出的幅相误差 α_6 的值, 根据这一点可以确定 η_k 的值, 从而得到信号电磁场矢量的估计值 $\hat{\mathbf{a}}_k$ 。根据式(1) 和式(16)得

$$\left. \begin{aligned} \alpha_6 &= \angle(\hat{\mathbf{a}}_k) - \angle(\hat{\mathbf{b}}_k(1)) \\ \alpha_2 &= \angle(\hat{\mathbf{b}}_k(2)) - \angle(\hat{\mathbf{a}}_k(2)) + \alpha_6 \\ \alpha_3 &= \angle(\hat{\mathbf{b}}_k(3)) - \angle(\hat{\mathbf{a}}_k(3)) + \alpha_6 \\ \alpha_4 &= \angle(\hat{\mathbf{b}}_k(4)) - \angle(\hat{\mathbf{a}}_k(4)) + \alpha_6 \\ \alpha_5 &= \angle(\hat{\mathbf{b}}_k(5)) - \angle(\hat{\mathbf{a}}_k(5)) + \alpha_6 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

根据式(15)得到信号电磁场矢量的真值的估计值

$$\hat{\mathbf{a}}_k = \hat{\mathbf{b}}_k \text{diag}([e^{j\alpha_6}, e^{j(\alpha_6 - \alpha_2)}, e^{j(\alpha_6 - \alpha_3)}, e^{j(\alpha_6 - \alpha_4)}, e^{j(\alpha_6 - \alpha_5)}, 1]) \quad (21)$$

利用文献[3,5]中的方法, 由 $\hat{\mathbf{a}}_k$ 可以非常简单地求出信号的到达角和极化角。

4 数值模拟

在本例中取通道相位误差角 $(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6)$, $= (50^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 70^\circ, 80^\circ)$ 两个信号的到达角均为 $(10^\circ, 60^\circ)$ 极化角分别 $(20^\circ, 30^\circ)$ 和 $(30^\circ, 50^\circ)$, 200 次独立实验。图 1(a)和图 1(b)给出了信噪比为 25 dB 时, 第一个信号校正前和校正后极化角的估计值和实际值之间的关系。图 2(a)和图 2(b)给出了信噪比为 25 dB 时, 第一个信号校正前和校正后到达角的估计值和实际值之间的关系。从图上看, 通道间存在相位误差时估计结果明显偏离实际值, 校正前的估计是有偏估计。校正后估计值的均值就是信号参数的实际值。校正后的估计是无偏估计, 随着信噪比的提高越来越接近真实值。图

3(a)和图 3(b)给出了在不同信噪比下, 电偶极子组和磁偶极子组相位误差估计的平均偏差与信噪比的关系。从图上看随着信噪比的提高误差越来越小, 利用该方法校正后的估计是无偏估计。

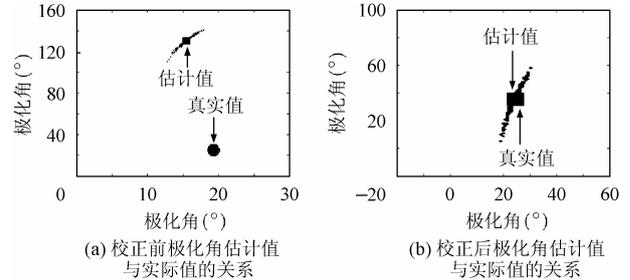


图 1

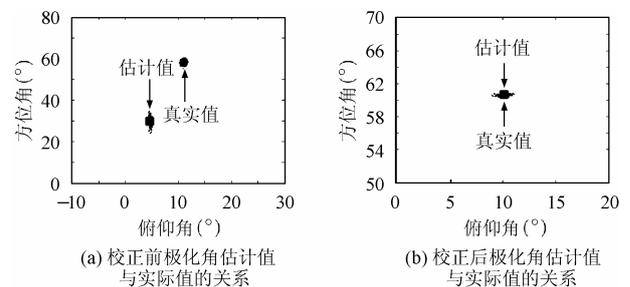


图 2

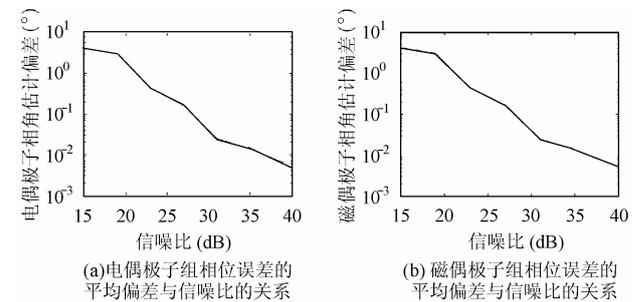


图 3

5 结束语

由于矢量天线自身的复杂性, 使各通道幅相误差的估计变得非常复杂, 原有的基于标量天线相位误差的估计方法已经不再适应。基于这种情况, 本文提出了利用到达方向已知极化状态未知的校正源估计天线各通道间相位误差的新方法, 并导出了各通道相位误差的计算公式, 从数值仿真结果看出校正的效果很显著, 且校正后的估计是无偏估计, 证明该方法是有效的。本文只研究了通道相位误差的估计问题, 矢量天线的幅度误差和相位误差的联合估计问题很复杂, 作者正在进一步研究。

参 考 文 献

- [1] Li Jian, Compton R T. Angle and polarization estimating using ESPRIT with a polarization sensitive array. *IEEE Trans on AP*, 1991, 39(9): 1376 – 1383.
- [2] Li Jian, Compton R T. Two-dimensional angle and polarization estimation using the ESPRIT algorithm. *IEEE Trans. on AP*, 1992, 40(5): 550 – 555.
- [3] Wong K T, Zoltowski M D. Uni-vector-sensor ESPRIT for multisource azimuth,elevation, and polarization estimation. *IEEE Trans. on AP*, 1997, 45(10): 1467 – 1474.
- [4] Wong K T, Zoltowski M D, Closed-form direction-finding with arbitrary spaced electromagnetic vector-sensors. *IEEE Int.Conf. Acoust. Coust., Signal Procesing*, 1998, Vol.4: 1949 – 1952
- [5] Wong K T, Zoltowski M D. Closed-form direction finding and polarization estimation with arbitrary spaced electromagtic vector-sensors at unknown location. *IEEE Trans. on AP*, 2000, 48(5): 671 – 680.
- 王兰美: 女, 1975年生, 博士生, 基于矢量传感器参数估计方法研究.
- 廖桂生: 男, 1963年生, 教授, 博士生导师, 雷达信号处理.
- 王洪洋: 男, 1976年生, 博士, 基于信号处理的系统误差校正.