

# 用复射线理论研究波束经天线罩的传输

王光明 邓发升 王积勤

(空军导弹学院, 陕西三原 713800)

**摘要** 本文研究了三维复射线理论,给出了三维空间中一般的复射线追踪法,对旋转抛物形单层介质天线罩的波束传输特性进行了计算。根据计算出的数据绘制了远区和近区波束传输特性方向图,并与无介质天线罩时波束方向图进行了对比,从而明确了天线罩对波束传输的影响。

**关键词** 三维复射线理论;复射线追踪;天线罩;波束传输

## 1. 引言

复射线理论是70年代初发展起来的<sup>[1]</sup>,目前已获得广泛应用。它能简便地计算类高斯波束的传播和散射问题,如天线罩特性分析<sup>[2-4]</sup>,雷达截面计算,波束传输和反射特性分析<sup>[5]</sup>等。但目前复射线理论的应用基本都在二维领域,在三维领域中应用的研究很少,主要是三维空间中复射线追踪较困难。本文对三维复射线理论进行了研究,把复空间中六维参量搜索变成四维参量搜索,使搜索射线轨迹易于进行,给出了一般的复射线追踪法。

如图1所示,自由空间一点源  $S(x, y, z)$ , 给  $S$  点坐标赋予适当的虚部  $b, b$  的方向角也就是波束指向角为  $(\theta_0, \varphi_0)$ , 则复点源坐标  $\tilde{S}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$  为

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x}_i &= x_i + ib \cos \varphi_0 \sin \theta_0 \\ \tilde{y}_i &= y_i + ib \sin \varphi_0 \sin \theta_0 \\ \tilde{z}_i &= z_i + ib \cos \theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中  $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \tilde{z}_i$  等字母顶部符号“~”表示复数。

根据解析延拓原理,复点源格林函数可表示为<sup>[6]</sup>

$$\tilde{G} = \exp(ik\tilde{D}) / (4\pi\tilde{D}) \quad (2)$$

$$\tilde{D} = [(x - \tilde{x}_i)^2 + (y - \tilde{y}_i)^2 + (z - \tilde{z}_i)^2]^{1/2} \quad (3)$$

这里略去时间因子  $\exp(-i\omega t)$ 。设  $P$  点在  $b$  上的投影为  $P'$ ,  $\overline{P'S} = D_0$ ,  $\overline{PP'} = D_i$ , 当  $D_i^2 \ll D_0^2 + b^2$  时有

$$\tilde{G} \approx \frac{\exp(kb)}{4\pi(D_0 - ib)} \exp \left\{ ikD_0 \left[ 1 + \frac{D_i^2}{2(D_0^2 + b^2)} \right] - kb \frac{D_i^2}{2(D_0^2 + b^2)} \right\} \quad (4)$$

由此可见,它近似代表一定向辐射的高斯波束,波束指向  $b$ 。

1992.01.03收到,1992.05.18定稿。

王光明 男,1964年生,博士研究生,现从事专业为电磁场与微波技术。

邓发升 男,1947年生,副教授,现从事电磁场与微波技术的教学和研究工作。

王积勤 男,1935年生,教授,现从事电磁场与微波技术专业教学和研究工作。

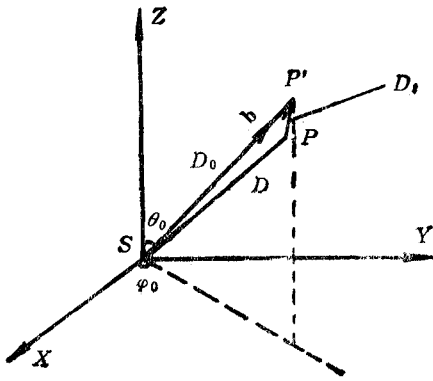


图1 点源示意图

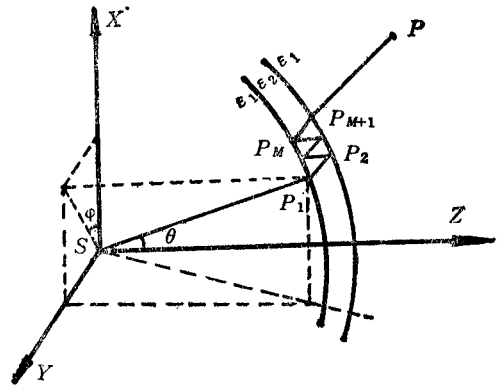


图2 从点源到观察点P的射线轨迹图

2. 实空间一般的射线追踪和射线场

如图2所示实点源  $S(x, y, z)$  被一介质罩覆盖, 观察点为  $P(x, y, z)$ , 介质罩界面方程为

$$F_j(x, y, z) = 0, \quad j = 1, 2 \tag{5}$$

在此  $j = 1, 2$  分别表示介质壳的外, 内表面. 设有一射线轨迹为  $SP_1 \cdots P_{M+1}P, M = 1, 2, 3 \cdots$ , 射线初始方向系数(即  $SP_1$  的方向系数)为  $U_1(UM_1, UN_1, UT_1)$

$$U_1(UM_1, UN_1, UT_1) = (\cos \varphi \sin \theta, \sin \varphi \sin \theta, \cos \theta) \tag{6}$$

其中  $\theta, \varphi$  见图2. 由  $U_1$  及(5)式可确定  $P_1$  点坐标及  $P_1$  点的界面法线方向系数  $UF_1(UX_1, UY_1, UZ_1)$

$$\left. \begin{aligned} UX_1 &= F'_x / (F_x'^2 + F_y'^2 + F_z'^2)^{1/2} \\ UY_1 &= F'_y / (F_x'^2 + F_y'^2 + F_z'^2)^{1/2} \\ UZ_1 &= F'_z / (F_x'^2 + F_y'^2 + F_z'^2)^{1/2} \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

在此  $F'_x, F'_y, F'_z$  分别表示界面方程  $F(x, y, z)$  对  $x, y, z$  的偏导. 利用光学透射定律可确定  $P_1P_2$  的方向系数  $U_2(UM_2, UN_2, UT_2)$

$$\sin \gamma_i / \sin \gamma_t = (\epsilon_{r_2} / \epsilon_{r_1})^{1/2} \tag{8}$$

$$U_1 \cdot UF_1 \times U_2 = 0 \tag{9}$$

$$|U_2| = 1 \tag{10}$$

这里  $\gamma_i, \gamma_t$  分别是  $P_1$  点入射, 透射角,  $\epsilon_{r_1}, \epsilon_{r_2}$  是介质罩外和罩的相对介电常数. 联立方程(8)–(10)式可求出  $U_2$ . 按同样的方法递推可算出  $U_i, i = 1, 2, \dots, M + 2$ . 从图2知

$$\frac{y_P - y_{M+1}}{z_P - z_{M+1}} = \frac{UN_{M+2}}{UM_{M+2}} \tag{11}$$

$$\frac{z_P - z_{M+1}}{[(x_P - x_{M+1})^2 + (y_P - y_{M+1})^2 + (z_P - z_{M+1})^2]^{1/2}} = UT_{M+2} \tag{12}$$

$(x_P, y_P, z_P)$  是  $P$  点的坐标,  $U_{M+2}(UM_{M+2}, UN_{M+2}, UT_{M+2})$  是射线  $P_{M+1}P$  的方向系数. 通过上面递推关系可确定出  $U_{M+2}(UM_{M+2}, UN_{M+2}, UT_{M+2})$ . 另外由(11), (12)式也可确

定出  $U_{M+2}$ . 两种方法确定出的  $U_{M+2}$  之差应为零. 利用此误差函数为零可构造一目标函数, 再利用优化方法求解, 即可确定出从点源  $S$  出发, 在介质中经  $M$  次传输后到达观察点  $P$  的射线轨迹.

利用入射波面矩阵与反射波面矩阵(或透射波面矩阵)的递推关系, 可得出在介质罩中经  $M$  次传输后到达  $P$  点的射线场  $E_{MP}$

$$E_{MP} = \frac{1}{4\pi L_1} e_P \cdot \bar{T}_1 \cdot \bar{R}_2 \cdot \bar{R}_3 \cdots \bar{R}_M \cdot \bar{T}_{M+1} \cdot \prod_{k=1}^{M+1} \left[ \frac{\det Q_k(L_{k+1})}{\det Q_k(0)} \right]^{1/2} \times \exp\{j[k_1 L_{M+2} + k_1 L_1 + k_2(L_{M+1} + L_M + \cdots + L_2)]\} \quad (13)$$

式中  $\prod_{k=1}^{M+1}$  表示连乘符号,  $L_1, \cdots, L_{M+2}$  分别表示  $\overline{SP_1}, \cdots, \overline{P_{M+1}P}$  的长度,  $\bar{R}_2, \cdots, \bar{R}_M$  分别为  $P_2, \cdots, P_M$  点并矢反射系数,  $\bar{T}_1, \bar{T}_{M+1}$  是  $P_1, P_{M+1}$  点的并矢透射系数,  $[Q_1], [Q_{M+1}]$  是  $P_1, P_{M+1}$  点的传输波面矩阵,  $[Q_2], \cdots, [Q_M]$  分别是  $P_2, \cdots, P_M$  点的反射波面矩阵.

$$[Q_i] = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{k_2} Q_{11}^i + C_{11} \left( \cos \gamma_i - \frac{k_1}{k_2} \cos \gamma_i \right) & \frac{k_1 \cos \gamma_i}{k_2 \cos \gamma_i} Q_{12}^i + C_{12} \left( 1 - \frac{k_1 \cos \gamma_i}{k_2 \cos \gamma_i} \right) \\ \frac{k_1 \cos \gamma_i}{k_2 \cos \gamma_i} Q_{21}^i + C_{21} \left( 1 - \frac{k_1 \cos \gamma_i}{k_2 \cos \gamma_i} \right) & \frac{k_1 \cos^2 \gamma_i}{k_2 \cos^2 \gamma_i} Q_{22}^i + C_{22} \left( \frac{1}{\cos \gamma_i} - \frac{k_1 \cos \gamma_i}{k_2 \cos^2 \gamma_i} \right) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$[Q_{M+1}]$  的形式与(14)式一样, 仅仅是把(14)式中的  $k_1, k_2$  互换. 外表面(凹表面)和内表面(凸表面)反射波面矩阵为(外表面取上面符号)

$$[Q_j] = \begin{bmatrix} Q_{jj}^i \mp 2C_{jj} \cos \gamma_i & -Q_{j(j+1)}^i + 2C_{j(j+1)} \\ -Q_{(j+1)j}^i + 2C_{(j+1)j} & Q_{(j+1)(j+1)}^i \mp 2C_{(j+1)(j+1)} \sec \gamma_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

(14), (15) 式中  $[C_j] = \begin{bmatrix} C_{jj} & C_{j(j+1)} \\ C_{(j+1)j} & C_{(j+1)(j+1)} \end{bmatrix}$ ;  $[Q_j^i] = \begin{bmatrix} Q_{jj}^i & Q_{j(j+1)}^i \\ Q_{(j+1)j}^i & Q_{(j+1)(j+1)}^i \end{bmatrix}$  分别为  $P_j$  点的介质表面曲率矩阵和入射波面曲率矩阵.

并矢反射系数, 并矢透射系数分别为

$$\bar{R}_k = \frac{\cos \gamma_i - \left[ \frac{\mu_i \varepsilon}{\mu \varepsilon_i} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_i} \sin \gamma_i \right)^2 \right]^{1/2}}{\cos \gamma_i + \left[ \frac{\mu_i \varepsilon}{\mu \varepsilon_i} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_i} \sin \gamma_i \right)^2 \right]^{1/2}} \phi_i' \phi_k + \frac{\cos \gamma_i - \left[ \frac{\mu \varepsilon_i}{\mu_i \varepsilon} - \left( \frac{\sin \gamma_i}{\mu_i} \right)^2 \right]^{1/2}}{\cos \gamma_i + \left[ \frac{\mu \varepsilon_i}{\mu_i \varepsilon} - \left( \frac{\sin \gamma_i}{\mu_i} \right)^2 \right]^{1/2}} \gamma_i' \gamma_k \quad (16)$$

$$\bar{T}_k = \frac{2 \left( \frac{\mu_i \varepsilon}{\mu \varepsilon_i} \right)^{1/2} \cos \gamma_i}{\cos \gamma_i + \left[ \frac{\mu_i \varepsilon}{\mu \varepsilon_i} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_i} \sin \gamma_i \right)^2 \right]^{1/2}} \phi_i' \phi_k'' + \frac{2 \cos \gamma_i}{\cos \gamma_i + \left[ \frac{\mu \varepsilon_i}{\mu_i \varepsilon} - \left( \frac{\sin \gamma_i}{\mu_i} \right)^2 \right]^{1/2}} \gamma_i' \gamma_k'' \quad (17)$$

式中  $k = 1, 2, \cdots, M+1$ . (14)–(17) 式中的  $\gamma_i, \gamma_i'$  为相应点的入射和透射角.

观察点  $P$  的总场为到达  $P$  点的所有射线场之和:

$$E_P = \sum_{M=1}^{\infty} E_{MP}, \quad (M = 1, 3, 5, \cdots) \quad (18)$$

一般取前三项即可满足精度要求。

### 3. 复空间中的复射线追踪及复射线场

根据复射线理论,为把射线追踪延拓到复空间,必须把射线传播过程中所遇到的界面及有关几何量和公式以适当的方式延拓到复空间<sup>[4]</sup>,也就是把实空间中射线追踪表达式全部延拓到复空间(表达式不变,仅是把实变量变为复变量).复射线追踪的关键是要求出复射线轨迹.通常在三维复空间要进行六维参量搜索,这是很困难的.本文方法只利用四维参量搜索,避免了六维搜索的复杂性,即初始参量只需给出射线的初始出发角 $(\bar{\theta}, \bar{\varphi})$ .一旦确定了 $(\bar{\theta}, \bar{\varphi})$ ,也就是确定了复射线轨迹,从而可得到复空间中的复射线场,即高斯波束型场通过介质罩到达观察点的场。

### 4. 旋转抛物型单层介质罩的数值结果

如图 3 所示一高斯波束通过一介电常数为  $\epsilon_2$  的旋转抛物形单层介质罩,罩内、外界面有相同的焦距  $f$ ,波束束腰中心位于  $S$  点,参数选择如下:波长  $\lambda = 1, f = 20\lambda, d_1 = 20.4472\lambda, d_2 = 20\lambda$ ,介质参数  $\epsilon_1 = \epsilon_0, \epsilon_2 = 5\epsilon_0$ ,波束参数  $\theta_0 = 45^\circ, \varphi_0 = 0^\circ, b = 100\lambda$ .数值计算给出了观察点距源点距离  $\rho = 50\lambda$  (近区),和  $\rho = 10^4\lambda$  (远区)时 2 个主平面上的归一化方向图.如图 4,图 5 所示,方向图是关于无介质天线罩时波束轴向上最大值归一化了的.  $M = 0$  表示无介质罩,  $M = 1$  表示只考虑一条射线,  $M = 3, M = 5$ ,表示计入了经二次和四次介质罩内部反射后到达观察点的射线场.由图 4,图 5 可见加介质罩后波束最大值有所减小,图 4 中有介质罩时波束最大值有一小偏移是因为介质罩的折射效应.图 5 中无偏移,是由于在此平面内给定的初始条件是对称的.从图 4,图 5 还可以看出,高斯波束经介质罩传输后仍可近似认为还是一个高斯波束.这说明这类问题也可用复射线近轴近似法来近

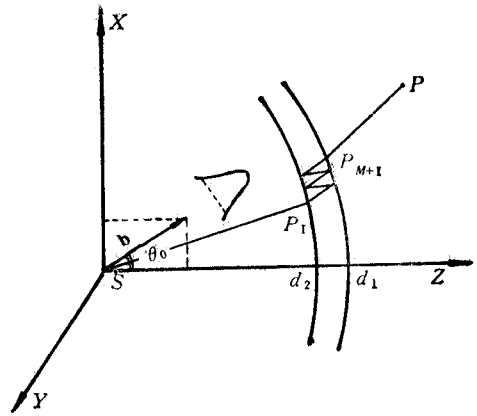


图 3 旋转抛物型介质罩示意图

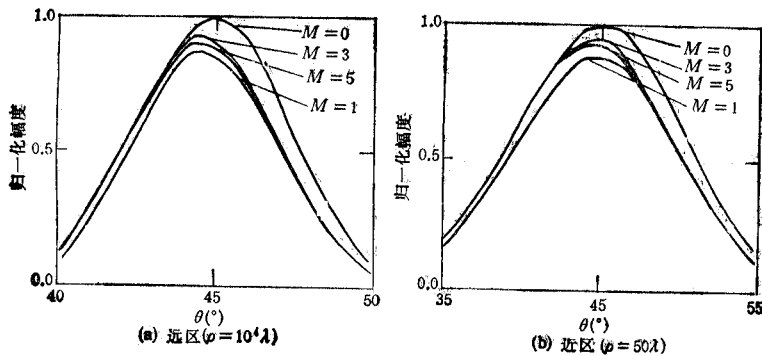


图 4 在 XOZ 面上的方向图

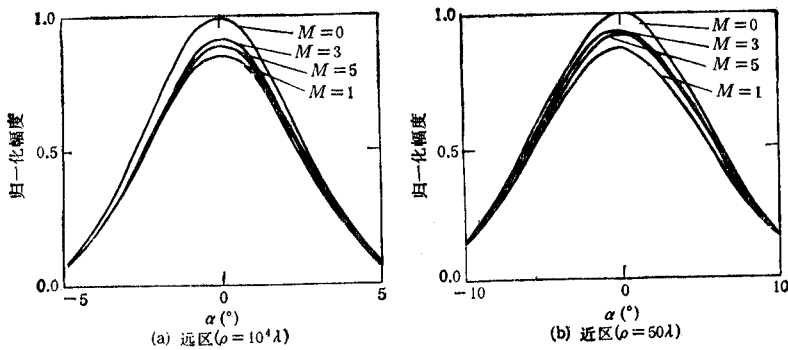


图5 在通过Y轴并与YOZ面成 $45^\circ$ 角平面上的方向图

似求解。本文所编程序对每一个观察点的场求解(包括 $M=1, 3, 5$ )在 Super 386 机上所用时间约 2min。由计算结果可见,经天线罩后波束幅度有所减小,但透射率是较高的,这是由于本例中介质罩厚度选取为  $0.4472\lambda$ , 当波束垂直入射到介质罩上时,是半波长匹配的。

## 5. 结语

本文对三维复射线理论进行了研究,并对旋转抛物形介质天线罩的波束特性进行了计算。由计算结果可见,经过天线罩后,波束仍可近似认为是高斯波束,这说明利用近轴近似法是可行的。利用近轴近似法可以节约大量机时。本文所用方法由于较费机时,所以仅给出了 2 个主平面波束方向图,但本文结果可以说明,复射线近轴近似法是可行的。

## 参 考 文 献

- [1] J. B. Keller, W. Striffler, *J. Opt. Soc. Am.* **61** (1971) 1, 40—43.
- [2] P. D. Einziger, L. B. Felsen, *IEEE Trans. on AP*, **AP-31** (1983) 6, 870—884.
- [3] X. J. Gao, L. B. Felsen, *IEEE Trans. on AP*, **AP-33** (1985) 9, 963—975.
- [4] 高效杰,跟踪雷达,1985年,第4期,第1—28页。
- [5] Y. Z. Ruan, L. B. Felsen, *I. Opt. Soc. Am.-A*, **3** (1986) 4, 566—579.
- [6] L. B. Felsen, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **79** (1984) 1, 77—88.

## STUDY OF THE BEAM TRANSMISSION PROPERTIES OF RADOME USING COMPLEX RAY THEORY

Wang Guangming Deng Fasheng Wang Jiqin

(Air Force Missile Institute, Shaanxi Sanyuan 713800)

**Abstract** The complex ray theory for three-dimensional space is researched, from which the method of complex ray tracing for arbitrary configuration in three-dimensional space is derived, and the beam transmission properties of a rotating parabolic radome are solved. According to the data calculated, the patterns of the beam transmitted through a rotating parabolic radome are plotted. Then they are compared with the patterns without radome and the effects of radome on the beam transmission is depicted.

**Key words** Complex ray theory for three-dimensional space; Complex ray tracing; Radome; Beam transmission