

# 基于四阶累积量的空间信号 2-D DOA 分离估计<sup>1</sup>

唐 斌 施太和 肖先赐\*

(西南石油学院自动化系 南充 637001)

\*(电子科技大学电子工程系 成都 610054)

**摘 要** 本文基于平行均匀线性阵列和四阶累积量提出了一种新的任意高斯噪声环境下的多个空间信号二维到达方向分离估计方法。通过巧妙定义阵列输出四阶累积量矩阵,该方法不需要谱峰搜索就可以估计信号二维到达方向。计算机模拟结果证实了方法的可行性。

**关键词** 阵列, 方位角, 仰角, 四阶累积量

**中图分类号** TN911.7

## 1 引 言

在现代阵列信号处理领域中,人们在空间信号一维到达方向估计深入研究同时,空间信号二维到达方向估计研究也取得了大量成果,如文献 [1—4] 等。为了避免直接二维谱峰搜索或间接两个一维谱峰搜索,人们往往研究其分离的直接求解。然而,这些方法的噪声模型几乎都是高斯白噪声,个别方法<sup>[2]</sup>因忽视了矩阵特征值唯一,对应的特征矢量有常数因子差别,因此空间信号二维到达方向估计欠稳健。此两方面一则限制应用环境,二则使参数错误估计概率增加。由于高阶(二阶以上)累积量比二阶统计有抑制附加在信号中的任意高斯噪声在内的诸多独特性质<sup>[5]</sup>,因此,人们提出了许多基于二阶统计尚未解决的高阶统计方法。近年来,国内外在基于高阶累积量的空间信号二维到达方向估计方面的研究进展不大,成果鲜见报道。基于平行均匀线性阵列及其输出信号巧妙的四阶累积量定义,本文提出了一种既能在任意高斯噪声环境下工作,又能避免谱峰搜索的空间信号二维到达方向分离估计的新方法。同时,该方法具有的并行处理能力可以进一步提高计算时效。计算机模拟实验验证了该方法的有效性。

## 2 阵列结构和信号模型

信号接收阵列由两个阵元数是  $M$  的平行均匀线性子阵列组成。两个子阵列分别称为子阵列  $X$  和子阵列  $Y$ 。假设  $p$  个统计独立的同中心频率的非高斯窄带信号照射信号接收阵列。二维到达方向为  $\{(\theta_k, \varphi_k), k = 1, 2, \dots, p\}$ , 其中  $\theta_k$  和  $\varphi_k$  分别代表第  $k$  个窄带信号的方位角和仰角。假设均匀线性子阵列的阵元间隔和子阵列间距都为  $d$ (小于等于窄带信号半波长), 阵列输出噪声是零均值的、时-空统计独立的任意高斯随机过程,且与空间信号不相关。以子阵列  $X$  的第一个阵元为参考点,子阵列  $X$  和子阵列  $Y$  的输出信号分别为

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^p s_k(t)v_i(\theta_k, \varphi_k) + n_{X_i}(t), \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (1)$$

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^p s_k(t)v_i(\theta_k, \varphi_k)u(\theta_k, \varphi_k) + n_{Y_i}(t), \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (2)$$

<sup>1</sup> 1997-04-08 收到, 1998-04-03 定稿

其中  $s_k(t)$  代表第  $k$  个窄带信号的复包络;  $v_i(\theta_k, \varphi_k) = \exp[-j(2\pi(i-1)d \cos \theta_k \sin \varphi_k)/\lambda]$ ;  $u(\theta_k, \varphi_k) = \exp[j(2\pi d \sin \theta_k \sin \varphi_k)/\lambda]$ ;  $\lambda$  代表窄带信号波长。

由 (1), (2) 两式, 容易得到

$$X(t) = A(\theta, \varphi)S(t) + N_X(t), \quad (3)$$

$$Y(t) = A(\theta, \varphi)\Psi_Y S(t) + N_Y(t), \quad (4)$$

其中  $X(t)$  和  $Y(t)$  分别是子阵列  $X$  和子阵列  $Y$  的输出信号构成的列矢量;  $N_X(t)$  和  $N_Y(t)$  分别是它们对应的噪声列矢量;  $S(t)$  是  $p$  个窄带信号复包络构成的列矢量;

$$A(\theta, \varphi) = [a(\theta_1, \varphi_1), a(\theta_2, \varphi_2), \dots, a(\theta_p, \varphi_p)]; \quad (5)$$

$$a(\theta_k, \varphi_k) = [1, v_2(\theta_k, \varphi_k), \dots, v_M(\theta_k, \varphi_k)]^T, \quad k = 1, 2, \dots, p; \quad (6)$$

$$\Psi_Y = \text{Diag}(u(\theta_1, \varphi_1), u(\theta_2, \varphi_2), \dots, u(\theta_p, \varphi_p)), \quad (7)$$

$T$  代表矩阵转置。

从 (3), (4) 式看出, 在此信号模型下, 排除谱峰搜索, 二维问题不能简单地像已有大量成果的一维问题那样处理, 需另辟溪径。基于阵列输出四阶累积量的巧妙定义, 下面提出了不需要谱峰搜索的信号二维到达方向分离估计方法。

### 3 方法结构

子阵列  $X$  输出信号的自四阶累积量与子阵列  $Y$  输出信号的互四阶累积量各有多种定义方式。在此, 它们分别定义为

$$\mu_{X_{i,l}}^{m,n} = \text{Cum}\{x_i(t), x_l(t), x_m^*(t), x_n^*(t)\}, \quad i, l, m, n \in \{1, 2, \dots, M\}, \quad (8)$$

$$\mu_{Y_{X_{i,l}}}^{m,n} = \text{Cum}\{x_i(t), y_l(t), x_m^*(t), x_n^*(t)\}, \quad i, l, m, n \in \{1, 2, \dots, M\}, \quad (9)$$

其中  $\text{Cum}$  代表累积量;  $*$  代表复共轭。

根据空间信号统计独立性的假设, 其四阶累积量有

$$\mu_{s_{i,j}}^{k,l} = \text{Cum}\{s_i(t), s_j(t), s_k^*(t), s_l^*(t)\} = \begin{cases} \gamma_k, & i = j = k = l; \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (10)$$

将 (1), (2) 式分别代入 (8), (9) 式, 利用四阶累积量性质<sup>[5]</sup>和上式, 分别有

$$\begin{aligned} \mu_{X_{i,l}}^{m,n} &= [v_i(\theta_1, \varphi_1)v_l(\theta_1, \varphi_1), v_i(\theta_2, \varphi_2)v_l(\theta_2, \varphi_2), \dots, v_i(\theta_p, \varphi_p)v_l(\theta_p, \varphi_p)]\Gamma \\ &\quad \times [v_m(\theta_1, \varphi_1)v_n(\theta_1, \varphi_1), v_m(\theta_2, \varphi_2)v_n(\theta_2, \varphi_2), \dots, v_m(\theta_p, \varphi_p)v_n(\theta_p, \varphi_p)]^H, \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_{Y_{X_{i,l}}}^{m,n} &= [v_i(\theta_1, \varphi_1)v_l(\theta_1, \varphi_1), v_i(\theta_2, \varphi_2)v_l(\theta_2, \varphi_2), \dots, v_i(\theta_p, \varphi_p)v_l(\theta_p, \varphi_p)]\Psi_Y\Gamma \\ &\quad \times [v_m(\theta_1, \varphi_1)v_n(\theta_1, \varphi_1), v_m(\theta_2, \varphi_2)v_n(\theta_2, \varphi_2), \dots, v_m(\theta_p, \varphi_p)v_n(\theta_p, \varphi_p)]^H, \quad (12) \end{aligned}$$

其中  $H$  代表矩阵复共轭转置;  $\Gamma = \text{Diag}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_p)$ 。

定义子阵列  $X$  输出信号的自四阶累积量矩阵和与子阵列  $Y$  输出信号的互四阶累积量矩阵分别为

$$C_X = (\mu_{X_{1,l}}^{m,1})_{l,m=\{1,2,\dots,M\}}, \quad (13)$$

$$C_{XX} = (\mu_{X_{2,l}}^{m,1})_{l,m=\{1,2,\dots,M\}}, \quad (14)$$

$$C_{YX} = (\mu_{Y_{X_{1,l}}}^{m,1})_{l,m=\{1,2,\dots,M\}}. \quad (15)$$

将 (11), (12) 式代入上三式, 注意到  $v_1(\theta_k, \varphi_k) \equiv 1$ , 不难得到

$$C_X = A(\theta, \varphi) \Gamma A^H(\theta, \varphi), \quad (16)$$

$$C_{XX} = A(\theta, \varphi) \Psi_X \Gamma A^H(\theta, \varphi), \quad (17)$$

$$C_{YX} = A(\theta, \varphi) \Psi_Y \Gamma A^H(\theta, \varphi), \quad (18)$$

其中

$$\Psi_X = \text{Diag}(v_2(\theta_2, \varphi_2), v_2(\theta_2, \varphi_2), \dots, v_2(\theta_p, \varphi_p)). \quad (19)$$

由此看出, 矩阵对  $(C_X, C_{XX})$  和  $(C_X, C_{YX})$  的广义特征值便是对角矩阵  $\Psi_X$  和  $\Psi_Y$  的对角元素.

为了使算法更明了, 我们作如下论述.

如果空间信号二维到达方向都无兼容, 即  $\text{Rank}(A(\theta, \varphi)) = p$ , 那么  $\text{Rank}(C_X) = p$ . 构造矩阵

$$C_1 = C_{XX} C_X^\#, \quad (20)$$

$$C_2 = C_{YX} C_X^\#, \quad (21)$$

其中矩阵  $C_X^\#$  是矩阵  $C_X$  的伪逆.

**定理** 如果对角矩阵  $\Psi_X$  和  $\Psi_Y$  的对角元素互异, 那么

$$C_1 A(\theta, \varphi) = \Psi_X A(\theta, \varphi), \quad (22)$$

$$C_2 A(\theta, \varphi) = \Psi_Y A(\theta, \varphi). \quad (23)$$

**证明** 仿照文献 [2,3], 从略.

根据 (7)、(19) 式和定理, 空间信号方位角和仰角分别为

$$\theta_k = -\text{tg}^{-1}[(\text{Arg}(\sigma_{2k})/\text{Arg}(\sigma_{1k}))], \quad k = 1, 2, \dots, p, \quad (24)$$

$$\varphi_k = \sin^{-1} \left( \lambda \sqrt{\text{Arg}^2(\sigma_{1k}) + \text{Arg}^2(\sigma_{2k})} / (2\pi d) \right), \quad k = 1, 2, \dots, p, \quad (25)$$

其中  $\text{Arg}$  代表复数复角;  $\{\sigma_{ik}, i = 1, 2; k = 1, 2, \dots, p\}$  分别是矩阵  $C_1$  和  $C_2$  的非零特征值.

根据定理又可知, 矩阵  $C_1$  和  $C_2$  有相同的特征矢量矩阵  $A(\theta, \varphi)$ . 但是, 计算中出现秩序不一定相同, 往往还有比例因子差异, 因此, 有

$$T_2 = T_1 P_1 D, \quad (26)$$

其中矩阵  $T_1$  和  $T_2$  分别是矩阵  $C_1$  和  $C_2$  的非零特征值对应的归一化特征矢量矩阵;  $P_1$  是含配对信息的排列矩阵;  $D$  是比例因子构成的对角矩阵。

从上式得到, 每列的最大值取 1 其余元素取零的排列矩阵为

$$P = T_1^{\#} T_2. \quad (27)$$

这样, 用  $P_1$  左乘矩阵  $C_1$  或  $C_2$  的非零特征值构成的矢量就可实现参数配对。

以上讨论均假设了无阵列误差。由于实际中阵列误差难免, 因此必须在方法中予以考虑并校正, 以提高实际应用中的稳健性。限于篇幅, 具体校正方法类似文献 [6,7], 且有另文讨论。

从上面分析看出, 本文方法既实现了任意高斯噪声环境下不需要谱峰搜索的空间信号二维到达方向分离估计, 又避免了文献 [2] 利用定理的特征矢量直接计算信号参数所带来的结果不稳健性。此外, 本文方法可并行实现。

## 4 计算机模拟

为了验证本文方法的有效性, 我们做了下面的计算机随机模拟实验。

实验中,  $M=7$ ,  $d = \lambda/2$ 。阵列噪声是高斯白噪声激励二阶 AR 模型产生的高斯色噪声, 即  $n_c(n-2) - (0.0707 + j1.2)n_c(n-1) - 0.72n_c(n) = n_w(n)$ 。

### 4.1 低信噪比时估计结果

两个信号的二维方向分别为  $(30^\circ, 45^\circ)$  和  $(60^\circ, 55^\circ)$ , 信噪比都为 3dB。快拍数为 250。30 次 Monte Carlo 实验结果示于图 1。

### 4.2 少快拍数时估计结果

两个信号的二维方向分别为  $(60^\circ, 30^\circ)$  和  $(135^\circ, 70^\circ)$ , 信噪比都为 10dB。采样点数为 150。30 次 Monte Carlo 实验结果示于图 2。

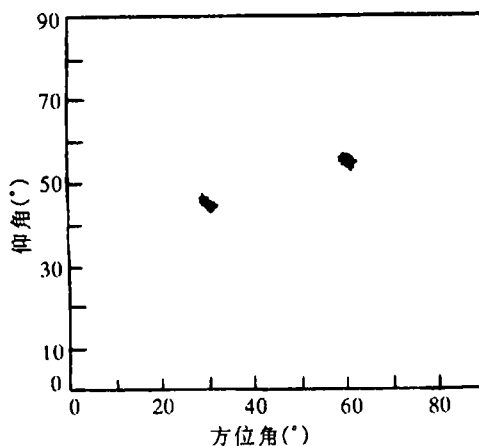


图 1 低信噪比对估计的影响

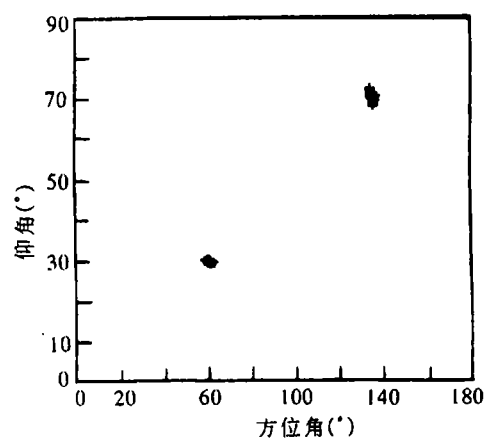


图 2 采样点数对估计的影响

从图 1 和图 2 看出, 无论在较低信噪比还是较少快拍数情况下, 方法都能较好地估计出高斯色噪声环境下的空间信号二维到达方向。

## 5 结束语

上面结果表明, 基于平行均匀线性阵列和巧妙的四阶累积量定义, 本文提出的空间信号二维到达方向估计方法, 不仅实现了任意高斯噪声环境下, 不需要谱峰搜索的参数分离估计, 而且比文献 [2] 更稳健. 同时, 方法可并行实现.

## 参 考 文 献

- [1] Ober B P, Deprettere F E, Veen D V J A. Efficient methods to compute azimuth and elevation in high resolution estimation. Proc. ICASSP'91, Toronto: 1991, 3349-3352.
- [2] 殷勤业, 邹理和, Newcomb W R. 一种高分辨二维信号参量估计方法: 波达方向矩阵法. 通信学报, 1991, 12(1): 1-7.
- [3] Sakarya A F, Hayes H M. Estimation 2-D angles of arrival using overlapping volume arrays. Proc. ICASSP'91, Toronto: 1991, 3353-3356.
- [4] 鲍晓红, 黄绣坤. 一种新的二维空间谱估计方法: 二维组合阵列 ESPRIT 方法. 信号处理, 1992, 8(2): 22-30.
- [5] Mendel M J. Tutorial on high order statistics(spectra) in signal processing and system theory: theoretical results and some applications. Proc. IEEE, 1991, 79(5): 278-305.
- [6] Dogan C M, Mendel M J. Application of cumulants to array processing, part I: aperture extension and array calibration. IEEE Trans. on SP, 1995, 43(7): 1200-1216.
- [7] 魏 平. 高分辨阵列测向系统研究: [博士学位论文]. 电子科技大学, 1996. 12.

## A NEW APPROACH FOR 2-D DIRECTION OF ARRIVAL ESTIMATION SEPARATELY BASED ON FOURTH ORDER CUMULANT

Tang Bin Shi Taihe Xiao Xianci\*

(Southwest Petroleum Institute, Nanchong 637001)

\*(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)

**Abstract** Based on a parallel uniform linear array and fourth order cumulant, a new approach for estimating multiple spatial narrow-band signal 2-D directions of arrival separately in the arbitrary Gaussian noise environment is presented. With flexible definition of fourth order cumulant of the array output signal, the spectral peak searching is not necessary for the new separable approach. Computer simulation confirms its availability.

**Key words** Array, Azimuth, Elevation, Fourth order cumulant

唐 斌: 男, 1964 年生, 博士后, 教授, 主要从事雷达、通信和应用地球物理信号处理研究和教学工作.

施太和: 男, 1938 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事石油钻井工程及其测试研究和教学工作.

肖先赐: 男, 1934 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事雷达和通信信号处理方法研究和教学工作.