

# 低信噪比图象边缘提取的非线性方法

雷向康\* 周曼丽  
(华中理工大学)

**摘要** 针对低信噪比图象的边缘提取问题,本文提出了一种非线性方法,即利用大窗口平滑去噪性能强与小窗口提取边缘性能好相结合的方法,此时采取大窗口滤波,小窗口中作非线性的微分算子求导。为了避免求导后阈值选取的盲目性,文中提出了一种噪声引导的阈值确定准则,并根据这个阈值分割图象。在大窗口滤波中,采用了“二维卷积等于两个一维卷积级联”的技术压缩滤波器的存储空间。最后对这种方法进行了性能评价,并且给出了实验结果。

**关键词** 图象处理;边缘提取;非线性微分算子;指数滤波器

## 一、引言

图象的边缘提取是计算机视觉领域里最重要的和最基本的研究任务之一。近几十年来这个问题的研究一直方兴未艾。Marr<sup>[1]</sup>提出的 Gauss-Laplace 边缘检测法在边缘提取方法上占有十分重要的地位,以后 Haralick<sup>[2]</sup>, Grimson<sup>[3]</sup>, Shen<sup>[4]</sup>, Chen<sup>[5]</sup>, Berzins<sup>[6]</sup>, Z. Xu<sup>[7]</sup>, 等人相继发展了这一方法。通常在边缘提取的方法中,微分抽边所使用的微分算子都是线性的,文献[1—7]也都使用了线性的微分算子。事实表明,当图象的信噪比很低时,采用线性微分算子方法提取边缘的效果不好。Becker<sup>[8]</sup>在研究了边缘提取问题后,认为利用非线性的算子比利用线性的优越的多。在总结上述方法的基础上,本文提出了大窗口滤波和小窗口求导相结合的方法提取低信噪比图象边缘。从统计的意义上滤除噪声,只有在大大样本空间内才能达到期望的值。为了进一步抑制噪声,文中采用了非线性的微分算子求导,并提出了一种噪声引导的阈值确定准则用来选取求导后的阈值。在低信噪比的情况下,对本文的非线性方法与文献[4]的线性方法作了比较。实验结果表明,本文的非线性方法的效果大大优于文献[4]的线性方法。

## 二、大窗口滤波的指数滤波器

### 1. 图象边缘提取的模型

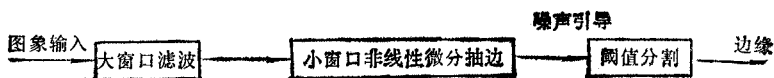


图 1 图象边缘提取的模型

1989 年 12 月 4 日收到,1990 年 7 月 3 日修改定稿。

\* 现在广州通信研究所工作。

## 2. 大窗口滤波的指数滤波器

(1) 一维阶跃边缘的情况 在图 1 中设输入为  $S_i(x) = AU(x)$  ( $U(x)$  为阶跃函数,  $A > 0$ ), 滤波后输出为  $S_o(x)$ , 滤波器的传递函数是  $f(x)$ , 输入叠加了一个均值为零, 方差为  $N_0^2$  的 Gauss 噪声  $n(x)$ , 则

$$S_o(x) = S_i(x) * f(x) + n(x) * f(x) \quad (1)$$

滤波后阶跃信号响应能量为

$$E_{S_i} = A^2 f^2(0) \quad (2)$$

噪声响应能量为

$$E_n = E\{[n(x) * f(x)]^2\} = N_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx \quad (3)$$

噪声响应导数能量为

$$E'_n = E\left\{\left[\frac{d}{dx}(h(x) * f(x))\right]^2\right\} = N_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} f'^2(x) dx \quad (4)$$

令

$$G = \sqrt{E_n E'_n} / E_{S_i} \quad (5)$$

求(5)式的极小。并由(2)–(5)式可求得

$$f(x) = (-\ln b/2) * (b^{|x|}) \quad (6)$$

式中  $0 < b < 1$ , 以保证滤波器的极点在单位圆内(这是滤波器稳定工作的要求)。(6)式就是大窗口滤波的指数滤波器形式。

(2) 性能评价 我们把指数滤波器与 Marr<sup>[1]</sup> 提出的 Gauss 滤波器作一个性能比较: (a) 噪信比: 由(5)式, 指数滤波器  $G_e = 1$ , 而 Gauss 滤波器  $G_g = \sqrt{\pi}$ , 可见指数滤波器的抗噪性强于 Gauss 滤波器。(b) 边缘定位精度: 可以证明<sup>[4]</sup>, 指数滤波器的边缘定位精度  $|x_0|_e \rightarrow 0$ ; 而 Gauss 滤波器  $|x_0|_g = 4\sqrt{2e\pi}\sigma \times E\{|n(x)|\}/A$ , 其边缘定位精度与 Gauss 滤波器的方差有关。可见指数滤波器的边缘定位精度优于 Gauss 滤波器。

(3) 二维图象边缘的情况 如图 2 所示, 灰度突变的方便认为存在边缘点, 假设  $S_i(x)$  是一个平稳的 Markov 过程, 满足正交增量性、平稳性、Poisson 分布的条件, 可求得  $S_i(x)$  的功率谱密度为  $\rho_{S_i}(\omega) = \frac{4}{\pi} \frac{A^2 \lambda}{\omega^2 + 4\lambda^2}$ ,  $\lambda$  是图象边缘点的密度。设噪声功率谱密度为  $B^2$ , 则输入信号功率谱密度为

$$\rho_S(\omega) = \rho_{S_i}(\omega) + B^2 \quad (7)$$

由最小均方误差准则, 要使  $E\left\{\int_{-\infty}^{\infty} [\hat{S}_i(x) - S_i(x)]^2 dx\right\}$  达到最小 ( $\hat{S}_i(x)$  为  $S_i(x)$  滤波后的估计), 可转化成 Wiener 滤波问题求解, 求得滤波器的谱密度

$$F(\omega) = \rho_{S_i}(\omega) / \rho_S(\omega) = 4A^2 \lambda / [B^2 \pi (\omega^2 + 4C^2)] \quad (8)$$

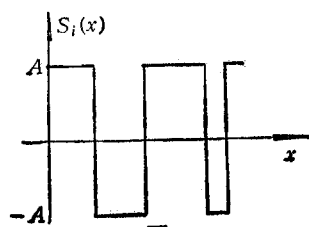


图 2 二维图象边缘统计模型

式中  $C^2 = \lambda^2 + A^2\lambda/(B^2\pi)$ , 则

$$f(x) = \mathcal{F}^{-1}[F(\omega)] = A^2\lambda \exp(-2C|x|)/(B^2C) \quad (9)$$

(9)式是指数滤波器,它是一种具有自适应能力的滤波器.

(4) 用一阶 IIR 滤波器实现指数滤波器 (a)  $X$  从左到右滤波产生  $Y_1$

$$Y_1(i) = A_0 \cdot X(i) + A_1 \cdot Y_1(i-1), \quad (i=1, \dots, n) \quad (10)$$

(b)  $Y_1$  从右到左滤波产生  $Y_2$

$$Y_2(i) = A_0 \cdot Y_1(i) + A_1 \cdot Y_2(i+1), \quad (i=n, \dots, 1) \quad (11)$$

可以证明(10)、(11)式总的滤波器相当于一个指数滤波器,即

$$h_e(u) = A_0^2 A_1^{|u|} / (1 - A_1^2) \quad (12)$$

式中  $A_0 + A_1 = 1$ . 对二维数字图象,在行和列方向按(10)、(11)式分别进行两次滤波就实现了指数滤波.

(5) 二维指数滤波器存储单元的节省 二维指数滤波器用一阶 IIR 滤波器实现,需要进行四次滤波,中间结果需大量的数据存储单元.对二维卷积有

$$F_1(x, y) = \sum_i \sum_j F(i, j) H(x-i, y-j) \quad (13)$$

若  $H(x, y) = H_1(x) \cdot H_2(y)$ , 指数滤波器在行和列方向滤波属这种情况,则

$$\begin{aligned} F_1(x, y) &= \sum_i \sum_j [F(i, j) H_2(y-j)] H_1(x-i) \\ &= \sum_i h(i, y) H_1(x-i) \end{aligned} \quad (14)$$

式中  $h(i, y) = \sum_j F(i, j) H_2(y-j)$ . 由下列两式的计算方法可节省滤波器的存储单元.

$$h(i, y_0) = \sum_j F(i, j) H_2(y_0-j) \quad (15)$$

$$F_1(x, y_0) = \sum_i h(i, y_0) H_1(x-i) \quad (16)$$

其实现过程的示意图如图 3.

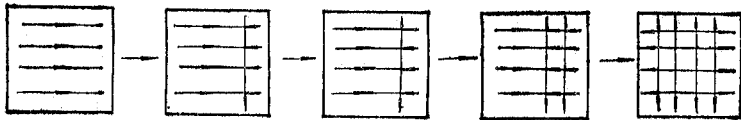


图 3 滤波的实现过程

设图象的大小是  $N \times N$ , 按(13)式实现指数滤波至少需  $2 \times N \times N$  个中间存储单元, 而用(15)、(16)式实现需  $N \times N + N \times 2$  个存储单元. 可见按(15)、(16)式实现滤波, 中间存储单元只需按(13)式实现的大约 1/2. 由于这种滤波器在列方向的实现可通过两个一维 IIR 滤波器级联实现, 故称为“二维卷积等于两个一维卷积级联”技术.

### 三、非线性的边缘检测算子

Becker<sup>[8]</sup> 首先定义了  $3 \times 3$  方形窗口非线性的 Laplace 边缘检测算子。下面我们给出任意窗口类型和大小的情况,定义

$$\text{NLLAP}(x, y) = \max_w[f(x, y)] - f(x, y) + \{\min_w[f(x, y)] - f(x, y)\} \quad (17)$$

式中  $f(x, y)$  是图象的灰度,  $\max_w[f(x, y)]$  表示窗口内灰度最大值,  $\min_w[f(x, y)]$  表示窗口内灰度最小值,  $\text{NLLAP}(x, y)$  表示非线性的 Laplace 微分算子。

窗口的类型可以是方形,也可以是圆形。对于方形的情况其意义很好理解,下面我们给出  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$ ,  $7 \times 7$ , 圆形窗口的意义,如图 4 所示,窗口中加权系数根据圆的半径与圆的中心到窗口中心的距离之比确定。

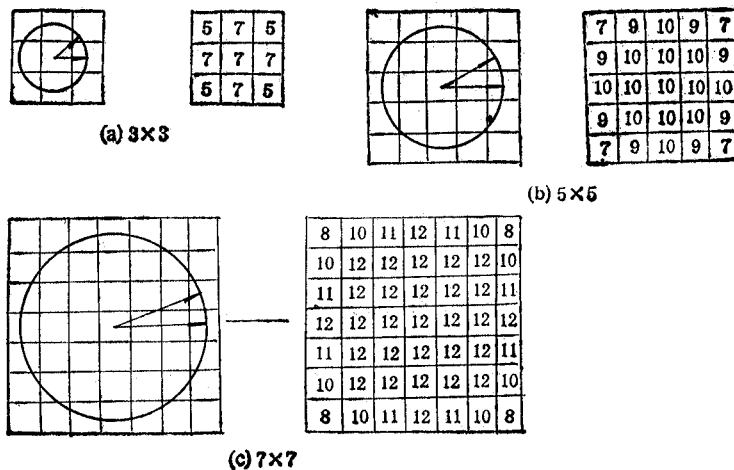


图 4 圆形窗口

### 四、噪声引导的阈值确定准则

设图象被均值为  $\mu$ , 方差为  $\sigma^2$  的 Gauss 噪声干扰,则图象灰度分布的概率为

$$P(x) = \exp[-(x - \mu)^2 / (2\sigma^2)] / (\sqrt{2\pi}\sigma) \quad (18)$$

对于数字图象,根据其抽样率和窗口类型,其均值和方差为

$$\left. \begin{aligned} \mu_d &= \mu w \\ \sigma_d^2 &= \sigma^2 w^2 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中  $w$  是反映窗口类型和大小的一个参量。

阈值是与噪声分布和大小有关的量,设其关系为

$$T = \alpha \cdot \sigma_d \quad (20)$$

式中  $T$  是阈值,  $\alpha$  是参量。

考虑二维图象中抽样概率分布的情况,并通过平移把原点移至圆心,这时概率分布可

写成

$$P_c(z) = P_c(x)P_c(y) = \exp[-z^2/(2\sigma_d^2)]/(2\pi\sigma_d^2) \quad (21)$$

令  $q = P_c(z > T)$ , 则

$$q = \int_T^\infty \int_0^{2\pi} z d\theta \exp[-z^2/(2\sigma_d^2)]/(2\pi\sigma_d^2) dz = \exp(-T^2/(2\sigma_d^2)) \quad (22)$$

(22)式可改写为

$$T = \sigma_d \sqrt{-2 \ln q} \quad (23)$$

令

$$\beta = \sqrt{-2 \ln q} \quad (24)$$

由(19)、(23)式得

$$T = \beta \cdot \sigma \cdot w \quad (25)$$

上式表明,非线性 Laplace 微分求导后,分割阈值可由阈值分割后的图象所包含噪声种类的多少、噪声的大小、抽样窗口的类型和大小确定。对于图 4 给出的三种类型的圆形窗口  $w$  可选取为 3、5、7。由(24)式选取  $\beta = 1.5, 2, 3$  分别有 32.5%, 13.5%, 1.1% 的噪声包含在分割后的图象中。实验选取的阈值与(25)式导出的结论基本上吻合。阈值选取越大,虽然可抑制噪声,但一些真正的边缘点可能会丢失,因此不可能绝对地用提高阈值的办法来抑制噪声,只能求得两方面的折衷。

文献[4]提出的零门限分割求导后的图象,实际上是(25)式中  $\sigma = 0$  的特例。

## 五、实验结果及分析

本文的实验在 IBM PC/AT 机上完成,所使用的语言是 Turbo C2.0。

### 1. 边缘优质系数-图象信噪比曲线

为了定量比较非线性方法和线性方法提取边缘的性能,本文定义了一种边缘优质系数 EMC (Edge Merit Coefficient) 的指标,定义 EMC 为

$$EMC = \sum_{i=1}^n C_i / N \quad (26)$$

式中  $n$ 、 $N$  分别表示实际和理想检测出的边缘分布图上的点数,  $C_i$  是每个实际边缘点对真正边缘点的贡献,定义如下:

$$C_i = \begin{cases} 1 - \beta_0 D_i, & |D_i| \leq D_0 \\ -\alpha_0, & |D_i| > D_0 \end{cases} \quad (27)$$

式中  $D_i$  是实际边缘点的第  $i$  点到真正边缘点的距离,  $D_0$  是事先给定的边缘定位精度,  $\beta_0$  是参数,  $\alpha_0$  是定位精度以外的噪声点引起的虚假边缘点对真正边缘点的影响,可取概率值。由于  $\alpha_0$  使边缘提取性能下降,故取负值。

图象信噪比可定义为

$$SNR = (H/\sigma)^2 \quad (28)$$

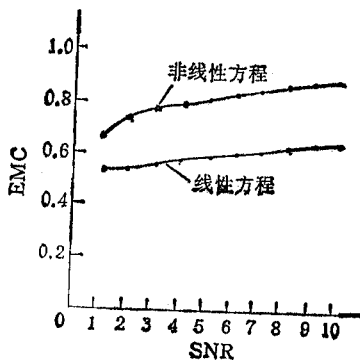


图 5 EMC-SNR 曲线

式中  $H$  是两个灰度突变区域的灰度差,  $\sigma^2$  是噪声的方差。

选取  $D_0 = 1$ ,  $\beta_0 = 0.8$  用本文的非线性方法与文献[4]线性方法实验得到的 EMC-SNR 曲线示于图 5。很明显非线性方法的边缘提取性能优于线性的方法。

## 2. 实例

见图 6, 图 7。图中 (a) 表示待处理的图象, (b) 表示用文献[4]的线性方法提取的边缘, (c) 表示用本文的非线性方法提取的边缘。图 7(a) 图象被均值为零、方差为 400 的 Gauss 噪声干扰。

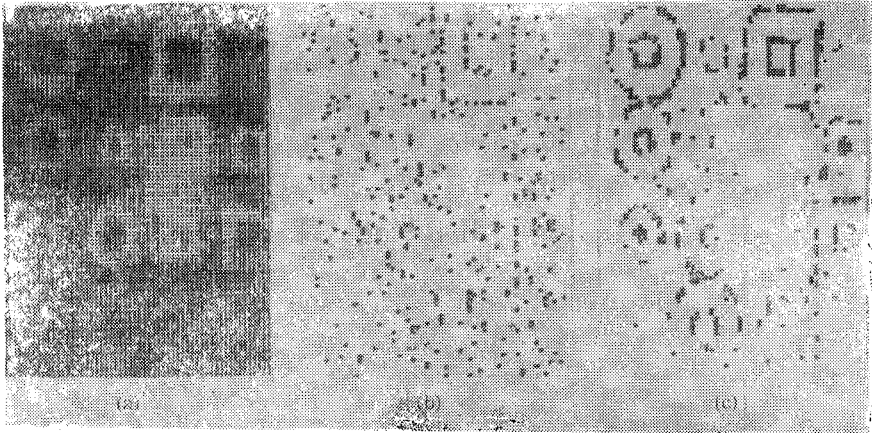


图 6 现场摄影的垫圈图象

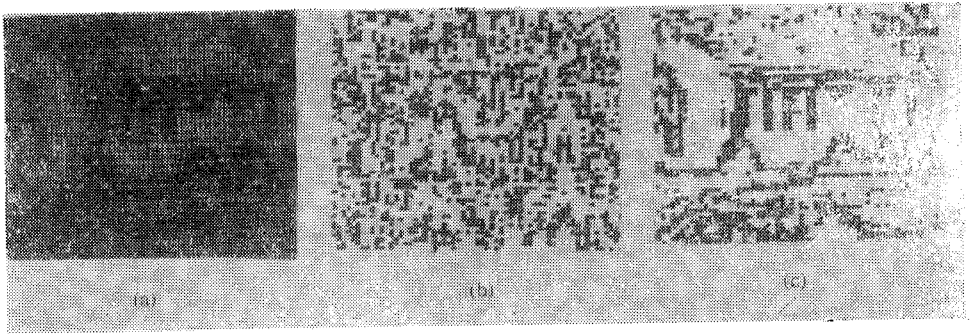


图 7 房屋图象

## 六、结 论

根据把大窗口滤波与小窗口非线性 Laplace 边缘检测技术相结合的设计, 本文提出了一种低信噪比图象边缘检测的非线性方法。大窗口滤波的指数滤波器比传统的 Gauss 滤波器具有更好的边缘定位精度和抗噪性。采用本文的方法实现的指数滤波器, 计算简便, 所需存储空间小, 硬件实现也较容易。非线性的 Laplace 微分算子与线性的相比, 前者具有极强的抗噪性, 而计算的复杂程度大体与后者相当。微分后图象的分割可由噪声引导的阈值确定。实验结果表明, 用本文的方法提取低信噪比图象边缘效果是令人满意的, 性能大大优于同类线性的方法。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] D. Marr, E. C. Hildreth, Theory of edge detection, Proc. R. Soc. London. B207, (1980), 187—217.
- [ 2 ] R. M. Haralick, *IEEE Trans. on PAMI*, PAMI-6(1984)1, 56—68.
- [ 3 ] W. E. L. Grimson, *IEEE Trans. on PAMI*, PAMI-7(1985)1, 121—127.
- [ 4 ] Shen, S. Castan, An optimal linear operator for edge detection, Proc. CVPR-86, Miami, (1986), 109—114.
- [ 5 ] J. S. Chen, *IEEE Trans. on PAMI*, PAMI-11(1989)2, 191—198.
- [ 6 ] V. Berzins, Computer Vision, Graphics and Image Processing 27(1984), 195—210.
- [ 7 ] Z. Xu, A further study on error probabilities of Laplacian-Gaussian edge detection, Proc. 8th ICPR, Paris, (1986), 601—603.
- [ 8 ] A. L. D. Beckers, Metingen van Parameters voor Niet-lineaire Objectgrootte-filters in beelden, Ingenieur's thesis, Department of Applied Physics, Delft University of Technology, Dutch, (1986), 601—603.

## A NONLINEAR METHOD FOR EDGE DETECTION OF LOW SNR IMAGE

Lei Xiangkang    Zhou Manli

(Huazhong University of Science and Technology, Wuhan)

**Abstract** A nonlinear method for detecting the edge of low-SNR image is developed. This method adopts the filtering in large window to smooth the noise and the nonlinear differential operator in small window to detect the edges. A criterion of noise-guided threshold selection is introduced to segment the derivative image so that the threshold can be determined automatically. In large window's filtering, the technique of 2-D convolution implementation by two 1-D convolutions in series is taken to reduce the storage space of the filter. Finally, the performance of this method is evaluated, and experimental results are given.

**Key words** Image processing; Edge detection; Nonlinear differential operator; Exponential filter