梯度向量正交的相关函数自适应滤波算法 [1]

高 鹰 * ** 谢胜利 **
*(广州大学计算机科学与技术系 广州 510405)
**(华南理工大学电子与通信工程系 广州 510641)

摘 要: 该文把 Asharif(1999) 定义的相关函数均方误差 (MSE) 准则 $J_r(n)=E\lfloor e^T(n)Ce(n)\rfloor$ 改为时变的遗忘因子指数加权最小二乘误差 (LSE) 准则 $\overline{J}_r(n)=\sum_{t=0}^{n}\lambda^{n-t}e^T(n)Ce(n)$, 对这一准则利用梯度法，使当前时刻的梯度向量正交于前一时刻的梯度向量而得到一种新的相关函数自适应滤波算法。计算机仿真结果表明新算法的收敛性能优于 Asharif 提出的 ECLMS 算法。

关键词: 相关函数自适应滤波算法，梯度向量， CLMS 算法， ECLMS 算法
中图分类号: TN911.72 **文献标识码**: A **文章编号**: 1009-5896(2004)02-0318-04

Gradient Vectors Orthogonalization Based Adaptive Filtering Algorithm for Correlation Function

Gao Ying* ** Xie Sheng-li**
*(*Dept. of Computer Sci. and Tech., Guangzhou Univ., Guangzhou* 510405, *China*)
**(*Dept. of Electron. and Comm. Eng., South China Univ. of Tech., Guangzhou* 510641, *China*)

Abstract In this paper, the time varying forgetting factor exponentially weighted least square error criterion $\overline{J}_r(n)=\sum_{t=0}^{n}\lambda^{n-t}e^T(n)Ce(n)$ is proposed by reducing the correlation function mean square error criterion $J_r(n)=E\lfloor e^T(n)Ce(n)\rfloor$ proposed by Asharif(1999). Applying gradient method on the proposed criterion, a new adaptive filtering algorithm for correlation function is proposed by orthogonalizing the current gradient vector to the previous gradient vector. Computer simulation results indicate that the proposed algorithm's convergence performance is better than that of ECLMS algorithm proposed by Asharif.

Key words Adaptive filtering algorithm for correlation function, Gradient vector, CLMS algorithm, ECLMS algorithm

1 引言

回波消除通常采用自适应技术，图 1 表示的是一个自适应回波消除器系统 [1] 。在回波消除中，设置双方对讲检测器是必要的 [2] ，然而设置双方对讲检测器增加了回波消除器的复杂程度，而且现有的双方对讲检测算法增加了计算量，有时还有误检现象。Asharif[3−5] 和高鹰 [6] 等研究了相关函数自适应滤波算法，这些算法应用于回波消除中，可避免设置双方对讲检测器。Asharif 在提出了相关函数最小均方 (CLMS[3−5]) 自适应滤波算法之后，又把其推广为 ECLMS 算法 [7] 而改善了其性能，然而， ECLMS 算法的性能虽比 CLMS 算法的性能有所提高，但仍然较差。本文把 Asharif 定义的相关函数均方误差 (MSE) 准则 [7] $J_r(n)=E[e^{\mathrm{T}}(n)Ce(n)]$ 改为时变的遗忘因子指数加权最小二乘误差 (LSE) 准则 $\overline{J}_r(n)=\sum_{t=0}^{n}\lambda^{n-t}e^{\mathrm{T}}(n)Ce(n)$ ，在利用

[1] 2002-11-09 收到， 2003-01-28 改回
国家自然科学基金 (69972016) 、广东省自然科学基金 (990892) 、广东省优秀人才基金 (2000-6-15) 资助项目

梯度法时，使当前时刻的梯度向量正交于前一时刻的梯度向量而得到一种新的相关函数自适应滤波算法。计算机仿真结果表明新算法有良好的收敛性能。

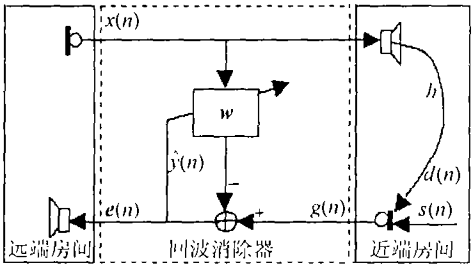

图 1　回波消除器

2 ECLMS 算法及其改进

回波消除器如图 1 所示，设 $\boldsymbol{w}(n)=[w_0(n),w_1(n),\cdots,w_{L-1}(n)]^{\mathrm{T}}$ 是 n 时刻自适应滤波器的系数，L 是自适应滤波器的长度。输入信号 $x(n)$ 的自相关函数为 $r_{xx}(n,k)=E[x(n)x(n-k)]$，期望响应 $y(n)$ 和输入信号 $x(n)$ 的互相关函数为 $r_{yx}(n,k)=E[y(n)x(n-k)]$，$\hat{y}(n)$ 和输入信号 $x(n)$ 的互相关函数为

$$\begin{aligned} r_{\hat{y}x}(n,k) &= E[\hat{y}(n)x(n-k)] = E\left[\sum_{i=0}^{L-1} w_i(n)x(n-i)x(n-k)\right] \\ &= \sum_{i=0}^{L-1} w_i(n)\cdot E[x(n)x(n-(k-i))] = \sum_{i=0}^{L-1} w_i(n)\cdot r_{xx}(n,k-i) \end{aligned} \tag{1}$$

Asharif 在文献 [7] 中定义了一个新的相关函数均方误差准则：

$$J_r(n)=E[\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{C}\boldsymbol{e}(n)] \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{C}=\mathrm{diag}[c_0,c_1,\cdots,c_{L-1}]$ 是对角矩阵，c_i 是 $e_r(n,i)$ 的权因子，$i=0,1,\cdots,L-1$；

$$\boldsymbol{e}(n)=[e_r(n,0),e_r(n,1),\cdots,e_r(n,L-1)]^{\mathrm{T}};\quad e_r(n,k)=r_{yx}(n,k)-\sum_{i=0}^{L-1} w_i(n)\cdot r_{xx}(n,k-i);$$

并由此给出了 CLMS 算法 [3−5] 的扩展算法 [7](ECLMS 算法)：

$$\hat{\boldsymbol{w}}(n+1)=\hat{\boldsymbol{w}}(n)+\frac{2\mu}{1+\mathrm{tr}[\boldsymbol{R}(n)\boldsymbol{C}\boldsymbol{R}(n)]}\boldsymbol{R}(n)\boldsymbol{C}\boldsymbol{e}(n) \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{R}(n)=\begin{bmatrix} r_{xx}(n,0) & r_{xx}(n,1) & \cdots & r_{xx}(n,L-1) \\ r_{xx}(n,-1) & r_{xx}(n,0) & \cdots & r_{xx}(n,L-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{xx}(n,1-L) & r_{xx}(n,2-L) & \cdots & r_{xx}(n,0) \end{bmatrix}$，$r_{xx}(n,i)$ 和 $r_{yx}(n,k)$ 递推估计如下：

$$r_{xx}(n,i)=\frac{n-1}{n}r_{xx}(n-1,i)+\frac{1}{n}x(n)x(n-i),\quad i=0,1,\cdots,L-1 \tag{4}$$

$$r_{yx}(n,k)=\frac{n-1}{n}r_{yx}(n-1,k)+\frac{1}{n}y(n)x(n-k),\quad k=0,1,\cdots,L-1 \tag{5}$$

μ 是步长参数，满足 $0<\mu<1$； $\mathrm{tr}[\cdot]$ 表示矩阵的迹。在矩阵 $\boldsymbol{C}$ 中，若 $c_0=1$ 而 $c_i=0,\ (i=1,2,\cdots,L-1)$，则 ECLMS 算法退化为 CLMS 算法。

事实上，我们可以把相关函数均方误差准则 $J_r(n)=E[\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{C}\boldsymbol{e}(n)]$ 改为时变的遗忘因子指数加权最小二乘误差 (LSE) 准则： $\overline{J}_r(n)=\sum_{l=0}^{n}\lambda^{n-l}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{C}\boldsymbol{e}(n)$，写为递推形式：$\overline{J}_r(n)=\lambda\overline{J}_r(n-1)+\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{C}\boldsymbol{e}(n)$，求出关于 $\boldsymbol{w}(n)$ 的导数，得到： $\boldsymbol{g}(n)=\nabla\overline{J}(n)|_{\boldsymbol{w}(n)}=\lambda\boldsymbol{g}(n-1)+2\boldsymbol{R}(n)\boldsymbol{C}\boldsymbol{e}(n)$。

记 $\boldsymbol{K}(n)=2\boldsymbol{R}(n)\boldsymbol{C}\boldsymbol{e}(n)$，则 $\boldsymbol{g}(n)=\lambda\boldsymbol{g}(n-1)+\boldsymbol{K}(n)$。使当前的梯度向量 $\boldsymbol{g}(n)$ 正交于前一时刻的梯度向量 $\boldsymbol{g}(n-1)$，即

$$\boldsymbol{g}(n)\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(n-1)=\lambda\boldsymbol{g}(n-1)\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(n-1)+\boldsymbol{K}(n)\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(n-1)=0 \tag{6}$$

从而，我们得到时变的遗忘因子 $\lambda=-[\boldsymbol{K}(n)\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(n-1)]/[\boldsymbol{g}(n-1)\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(n-1)]$。

由梯度下降法得自适应滤波器权系数的更新公式：

$$\hat{\boldsymbol{w}}(n+1)=\hat{\boldsymbol{w}}(n)-\mu(n)\boldsymbol{g}(n) \tag{7}$$

若 $\mu(n)$ 取固定步长，满足 $0<\mu(n)<1/\mathrm{tr}[\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{\Phi}(n)]$，若取变步长，通过线性寻优 [8] 的方法，则其每次迭代的最优步长为： $\mu(n)=\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{g}(n)/[2\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{\Phi}(n)\boldsymbol{g}(n)]$；其中 $\boldsymbol{\Phi}(n)=\sum_{l=0}^{n}\lambda^{n-l}\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{R}(n)=\lambda\boldsymbol{\Phi}(n-1)+\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{R}(n)$。故得算法如下：

初始化： $r_{xx}(0,i)=0;\ r_{yx}(0,k)=0;\ \boldsymbol{g}(0)=\boldsymbol{0};\ \boldsymbol{\Phi}(0)=\boldsymbol{0};\ \hat{\boldsymbol{w}}(0)=\boldsymbol{0}$；

对于 $n=1,2,\cdots$

$$r_{xx}(n,i)=\frac{n-1}{n}r_{xx}(n-1,i)+\frac{1}{n}x(n)x(n-i),\quad i=0,1,\cdots,L-1$$

$$r_{yx}(n,k)=\frac{n-1}{n}r_{yx}(n-1,k)+\frac{1}{n}y(n)x(n-k),\quad k=0,1,\cdots,L-1$$

$$\boldsymbol{R}(n)=\begin{bmatrix} r_{xx}(n,0) & r_{xx}(n,1) & \cdots & r_{xx}(n,L-1)\\ r_{xx}(n,-1) & r_{xx}(n,0) & \cdots & r_{xx}(n,L-2)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ r_{xx}(n,1-L) & r_{xx}(n,2-L) & \cdots & r_{xx}(n,0)\end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{K}(n)=2\boldsymbol{R}(n)\boldsymbol{C}\boldsymbol{e}(n), && \lambda=\boldsymbol{K}(n)\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(n-1)/[\boldsymbol{g}(n-1)\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(n-1)]\\ &\boldsymbol{g}(n)=\lambda\boldsymbol{g}(n-1)+\boldsymbol{K}(n), && \boldsymbol{\Phi}(n)=\lambda\boldsymbol{\Phi}(n-1)+\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{R}(n)\\ &\mu(n)=\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{g}(n)/[2\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{\Phi}(n)\boldsymbol{g}(n)], && \hat{\boldsymbol{w}}(n+1)=\hat{\boldsymbol{w}}(n)-\mu(n)\boldsymbol{g}(n)\end{aligned}$$

3 算法的计算机模拟仿真比较

相关函数自适应滤波算法应用于回波消除中的双方对讲情况下的有效性，文献 [3-6] 做了分析，在此，我们不做讨论。下面我们通过计算机仿真来对新的自适应滤波算法和 ECLMS 算法的收敛性能做一比较。远端语音信号 $x(n)$ 和近端语音信号 $s(n)$ 的采样频率是 8kHz。设回波路径的冲激响应函数 [7] 为 $h(i)=\mathrm{Randn}[\exp(-8i/L)],\ i=0,1,\cdots,L-1,\ L=512,\ \mathrm{Randn}(\cdot)$ 表示随机函数，以系数误差 $10\lg\left[\sum_{i=0}^{L-1}\{\hat{w}_i(n)-h_i\}^2\Big/\sum_{i=0}^{L-1}\{h_i\}^2\right]$ 作为算法收敛的性能指标。

图 2 显示的是本文算法和 ECLMS 算法之系数误差曲线。图 3 显示的是近端语音信号 $s(n)$ 在 2000~4000 次迭代期间出现的情况下，本文算法和 ECLMS 算法的系数误差曲线。从图中可以看出，本文算法有良好的收敛性能。另外，图 4 显示的是在迭代进行到一半时，回波路径冲激响应函数发生变化 (以模拟非平稳的情况)，本文算法和 ECLMS 算法之系数误差曲线。从图中可以看出，本文算法亦有良好的实时跟踪性能。

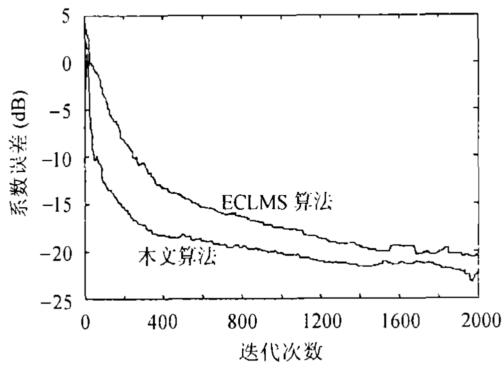

图 2　本文算法和 ECLMS 算法

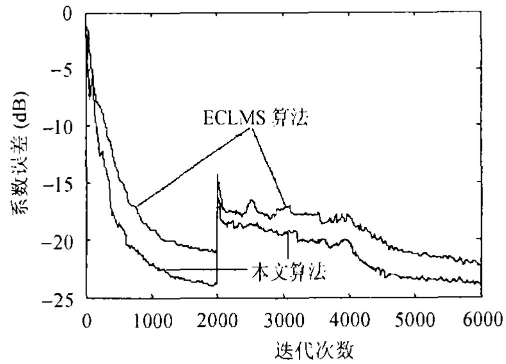

图 3　出现双方对讲的本文算法和 ECLMS 算法

4 结论

相关函数自适应滤波算法应用于回波消除中，可以避免设置双方对讲检测器。Asharif[3−5,7] 通过定义相关函数均方误差 (MSE) 准则而提出了 CLMS 算法和 ECLMS 算法，然而，CLMS 算法和 ECLMS 算法的收敛性能差。本文对时变的遗忘因子指数加权最小二乘误差 (LSE) 准则利用梯度法，使当前时刻的梯度向量正交于前一时刻的梯度向量而得到一种新的相关函数自适应滤波算法。计算机仿真结果表明新算法有良好的收敛性能。

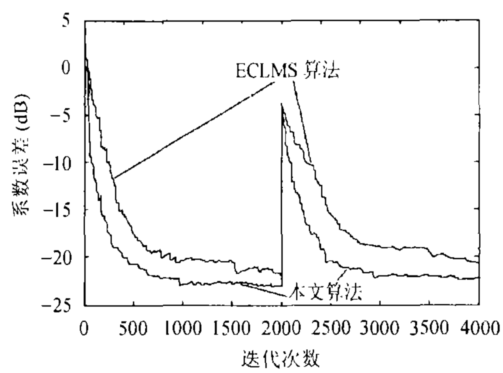

图 4　回波路径冲激响应函数发生变化的本文算法和 ECLMS 算法

参　考　文　献

[1] Haykin S. Adaptive Filtering Theory. Third edition, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1996, 56–59.

[2] Benesty J, Morgan D R, Cho J H. A new class of doubletalk detectors based on cross-correlation. *IEEE Trans. on Speech and Audio Processing*, 2000, 8(2): 162–172.

[3] Asharif M R, Hayashi T, Yamashita K. Correlation LMS algorithm and its application to double-talk echo canceling. *Electronics Letters.*, 1999, 41(3): 194–195.

[4] Asharif M R, Rezapour A, Ochi H. Correlation LMS algorithm for double-talk echo canceller. In the Proc. of IEICE National Conference, Japan, March 1998, A-4-13: 122–124.

[5] Asharif M R, Hayashi T. Correlation LMS for double-talk echo canceling. Proc. of the IASTED International Conference, Modelling and Simulation(MS'99), Philadelphia, PA(Cherry Hill, New Jersey) USA, May 1999: 249–253.

[6] 高鹰，谢胜利. 基于相关函数的递推最小二乘算法及其在回波消除中的应用. 通信学报，2002, 23(9): 114–119.

[7] Asharif M R. Atsushi Shimabukuro, Takahiro Hayashi, Katsumi Yamashita. Expanded CLMS algorithm for double-talk echo cancelling. System, Man and Cybernetics, 1999, IEEE SMC'99 Conference Proc. Tokyo, 1999, vol.1: 998–1002.

[8] Luenberger D G. Linear and Nonlinear Programming. MA: Addison-Wesley, 1984: Chapter 2.

高　鹰：　男，1963 年生，在站博士后，副教授，主要研究方向：智能信息处理、计算机图形学等. 已在电子学报、电子与信息学报、通信学报等杂志发表论文 20 余篇.

谢胜利：　男，1957 年生，教授，博士生导师，主要研究领域：自适应回波消除、盲信号分离、滞后分布参数系统、滞后 2D 离散系统的稳定与变结构控制、非线性系统学习控制、机器人系统等.