第8卷 第4期　　电子科学学刊　　Vol. 8, No. 4
1986年7月　　JOURNAL OF ELECTRONICS　　July, 1986

口径天线在远场区的冲激响应的含义和适用范围
——兼评“也谈口径天线辐射场的瞬态特性”

胡 汉 南
（上海船舶运输科学研究所）

提　　要

本文阐明了在使用口径天线在远场区的冲激响应的概念时，远场区是对激励天线的实际信号而言，并非对为求冲激响应而施加在天线上的 δ 函数而言；远场区的冲激响应在距离上的适用范围决定于激励信号的频率范围.

关于口径天线在远场区的冲激响应的系列文章[1—3]都是基于公式(见[1—3]的(1)式)

$$H(\omega,\theta,\varphi)=\frac{LW(1+\cos\theta)}{16\pi Rc}\,j\omega e^{-j\omega R/c}F(\omega,\theta,\varphi), \tag{1}$$

它是夫累涅尔-基尔霍夫衍射场方程

$$H_p(\omega,\theta,\varphi)=\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}A(\omega,\theta,\varphi)\frac{e^{-jkr}}{r}\,jk\left[1+\left(1+\frac{1}{jkr}\right)\cos\theta\right]d\xi d\eta \tag{2}$$

在远场区条件下的近似，这里 r 为口径面元 $d\xi d\eta$ 到观察点的距离，其余符号同文献[1—3]. 众所周知，远场区条件有三：

(1)　　$R\gg\lambda/(2\pi)$，即 $|\omega|\gg c/R\equiv\omega_l$;　　(3a)

(2)　　$R\geqslant 2D^2/\lambda$，即 $|\omega|\leqslant\pi cR/D^2\equiv\omega_h$;　　(3b)

(3)　　$R\gg D/2$,　　(3c)

其中 D 为口径最大线度. 条件(3c)在远场区总是满足的，而条件(3a)与(3b)便给出了(1)式的适用角频率范围:

$$\omega_l\ll|\omega|\leqslant\omega_h. \tag{4}$$

由于 $\delta(t)$ 函数的频谱函数在频域 $(-\infty,\infty)$ 内为常数，自然有人会认为当天线受到 $\delta(t)$ 激励时，(4)式并不满足，即不存在远场区与近场区的分界面，因而取(1)式的傅里叶反变换所得的冲激响应在概念上存在原则性问题，甚至断言对频宽有限的信号也不能用它求卷积以获得天线的响应[4]. 然而，口径天线在远场区的冲激响应有其特定的含义和适用范围，这里兹根据作者的理解表述和论证如下:

当信号 $s(t)$ 激励口径天线时，其响应频谱函数

$$E(\omega, \theta, \varphi) = H_p(\omega, \theta, \varphi)S(\omega), \tag{5}$$

式中 $S(\omega)$ 为 $s(t)$ 的频谱函数. 如把 $S(\omega)$ 表示为

$$S(\omega) = \begin{cases} S_0(\omega), & \omega_1 \leqslant |\omega| \leqslant \omega_2; \\ 0, & |\omega| < \omega_1, \ |\omega| > \omega_2; \end{cases} \tag{6}$$

式中 $\omega_1 > 0$, $\omega_2 < \infty$, 则

$$E(\omega, \theta, \varphi) = \begin{cases} H_p(\omega, \theta, \varphi)S_0(\omega), & \omega_1 \leqslant |\omega| \leqslant \omega_2; \\ 0, & |\omega| < \omega_1, |\omega| > \omega_2. \end{cases} \tag{7}$$

显然,只要 R 足够大便可满足

$$\omega_1 \gg \omega_l, \ \omega_2 \leqslant \omega_h. \tag{8}$$

因而对频谱函数为(6)式的信号来说,远场区条件(4)式是满足的,故(7)式中的 $H_p(\omega, \theta, \varphi)$ 可用 $H(\omega, \theta, \varphi)$ 来近似:

$$E(\omega, \theta, \varphi) = \begin{cases} H(\omega, \theta, \varphi)S_0(\omega), & \omega_1 \leqslant |\omega| \leqslant \omega_2; \\ 0, & |\omega| < \omega_1, |\omega| > \omega_2. \end{cases} \tag{9}$$

至此, $H(\omega, \theta, \varphi)$ 仅在 $\omega_1 \leqslant |\omega| \leqslant \omega_2$ 内有定义——由(1)式决定;然而由(9)式可知,在该角频率范围外 $H(\omega, \theta, \varphi)$ 可以任意定义(当然应该有界)——其自然、合理的定义方法便是取在 $\omega_1 \leqslant |\omega| \leqslant \omega_2$ 内已定义的 $H(\omega, \theta, \varphi)$ 在频域中的延拓值, 就是说,在该角频率范围外 $H(\omega, \theta, \varphi)$ 也由(1)式定义. 如此,(9)式可改写为

$$E(\omega, \theta, \varphi) = H(\omega, \theta, \varphi)S(\omega), \tag{10}$$

它在全频域成立. 因而天线的响应时间函数

$$e(t, \theta, \varphi) = h(t, \theta, \varphi) \otimes s(t), \tag{11}$$

式中 $h(t, \theta, \varphi)$ 为 $H(\omega, \theta, \varphi)$ 的傅里叶反变换,即口径天线在远场区的冲激响应. 这里远场区的概念是对激励天线的实际信号而言的,也就是说,远场区的冲激响应的适用距离范围决定于激励信号的频率范围——远场区的距离下限决定于激励信号频谱的上下限角频率 ω_2 和 ω_1. 如果 $1/\omega_1$ 和 ω_2 有限,则远场区的距离下限也有限; 反之亦然. 不过激励口径天线的实际信号的频宽一般是(或者实际上是)有限的,通常还是窄带射频信号,因而远场区的距离下限一般是有限的,在后一种情况下,它还可由信号载频简单地确定. 一般来说,远场区的冲激响应 $h(t, \theta, \varphi)$ 与严格的冲激响应 $h_p(t, \theta, \varphi)$($H_p(\omega, \theta, \varphi)$ 的傅里叶反变换)可能差别甚大,例如象文献[4]所举的实例那样;然而口径天线对频宽有限的信号的频率响应(5)式和时间响应

$$e(t, \theta, \varphi) = h_p(t, \theta, \varphi) \otimes s(t) \tag{12}$$

在远场区可用(10)和(11)式来近似,即 $H_p(\omega, \theta, \varphi)$ 可用 $H(\omega, \theta, \varphi)$ 近似,$h_p(t, \theta, \varphi)$ 可用 $h(t, \theta, \varphi)$ 代替,这是由于(5)式与(10)式在远场区近似等效之故.从物理概念很易推断,当距离 $R \to \infty$ 时,远场区条件(4)式对一切频率满足, $h(t, \theta, \varphi)$ 与 $h_p(t, \theta, \varphi)$ 的差别便将消失. 关于这一点,在后面评论文献[4]时将借用其实例加以证明. 因此, 在距离 R 一定时, $h_p(t, \theta, \varphi)$ 原则上可用 $\delta(t)$ 激励口径天线后计算或测量出来,$h(t, \theta, \varphi)$ 却不可这样测量出来,但可这样计算出来(因为在计算时可假定 $R \to \infty$). 给定了口径天线的口径形状和口径分布, 便可唯一地确定 $h(t, \theta, \varphi)$, 因而它是口径天线的固有特性函数.

应该说明，(2)式甚至文献[5]中 p.9—7 上的(7)式也并非真正的严格公式，因为后者还忽略了边界条件．然而，即使用(2)式来求解口径天线的稳态特性和瞬态特性，通常都会遇到极大困难．可是用远场区的近似式(1)式及其派生的 $h(t,\theta,\varphi)$，往往是颇为简捷的．可以指出，对于口径天线来说，现有文献(例如文献[5，7，8])所提到的冲激响应，一般均指远场区的冲激响应．

其实，这种理论研究方法在电路理论中是司空见惯的：对于一个实际电路，通常在不同的频段(或者说对于不同的信号)使用不同的电路模型来近似，并用相应的传递函数和冲激响应来描述．例如考虑由信号源内阻 R_1 和负载电阻 R_2 组成的电路，它们的阻值与频率的关系如下：

$$\left.\begin{array}{l} R_1 = R_{11},\ R_2 = R_{21},\ |\omega| \leqslant \omega_h; \\ R_1 = R_{12},\ R_2 = R_{22},\ |\omega| > \omega_h. \end{array}\right\} \tag{13}$$

因而该电路的严格的传递函数为

$$H_p(\omega) = \begin{cases} H_1 = R_{21}/(R_{11}+R_{21}), & |\omega| \leqslant \omega_h; \\ H_2 = R_{22}/(R_{12}+R_{22}), & |\omega| > \omega_h; \end{cases} \tag{14}$$

严格的冲激响应为

$$h_p(t) = H_2\delta(t) + (H_1 - H_2)\frac{\sin\omega_h t}{\pi t}. \tag{15}$$

在频谱函数为

$$S(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leqslant \omega_1; \\ 0, & |\omega| > \omega_1 \end{cases} \tag{16}$$

的信号

$$s(t) = \frac{\sin\omega_1 t}{\pi t} \tag{17}$$

激励该电路并且 $\omega_1 \leqslant \omega_h$ 时，对于该信号的传递函数为

$$H(\omega) = H_1, \tag{18}$$

而且上式可延拓至全频域；对于该信号的冲激响应为

$$h(t) = H_1\delta(t) \tag{19}$$

尽管 $h(t)$ 和 $h_p(t)$ 截然不同，用它们与 $s(t)$ 卷积求得的响应时间函数 $e(t)$ 却完全相同：用 $h_p(t)$ 时，

$$\begin{aligned} e(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} H_2\delta(\tau)\frac{\sin\omega_1(t-\tau)}{\pi(t-\tau)}d\tau + \int_{-\infty}^{\infty}(H_1-H_2)\frac{\sin\omega_h\tau}{\pi\tau}\,\frac{\sin\omega_1(t-\tau)}{\pi(t-\tau)}d\tau \\ &= H_2\frac{\sin\omega_1 t}{\pi t} + (H_1-H_2)\frac{\sin\omega_1 t}{\pi t} = H_1\frac{\sin\omega_1 t}{\pi t}; \end{aligned} \tag{20}$$

用 $h(t)$ 时，

$$e(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H_1\delta(\tau)\frac{\sin\omega_1(t-\tau)}{\pi(t-\tau)}d\tau = H_1\frac{\sin\omega_1 t}{\pi t}. \tag{21}$$

这一结果在频域分析法中是十分显然的．应该指出，当 $\omega_h \to \infty$ 时，由于 $\frac{\sin\omega_h t}{\pi t} \to \delta(t)$，$h_p(t) \to h(t)$．一个实际电路受到 $\delta(t)$ 激励后，原则上可以测量或计算出 $h_p(t)$，然而不

同频段的冲激响应 $h(t)$ 却不可这样测量出来，但可这样计算出来．由于使用不同频段的传递函数和冲激响应可以简化实际电路的分析，人们已广泛地采用这些概念，甚至不去理会它们与严格的冲激响应有何不同．因而在讨论口径天线时，使用实际信号的远场区冲激响应的概念也是十分自然、合理的；严格的冲激响应与远场区的冲激响应之间存在显著差别也是可以理解的．

现在可以指出文献[4]的基本论点——计算口径天线的冲激响应必须用严格公式(2)式而不能用远场区近似式(1)式的结症所在了．该文的第一个论据是当 R 一定时，(1)式仅适用于(4)式决定的频率范围；而 $\delta(t)$ 的频谱函数在 $(-\infty, \infty)$ 内为常数，无论 R 有多大，总有不满足(4)式的频段．关于这一问题前面已经作了回答：不应给定 R，而应相反，给定一个激励信号，便可按(4)式求出(1)式适用的远场区下限；$\delta(t)$ 的频谱函数为常数的角频率范围 $(-\infty, \infty)$ 是 $\omega_1 \leqslant |\omega| \leqslant \omega_2$ 当 $\omega_1 \to 0$、$\omega_2 \to \infty$ 时的极限概念，因而无论 $1/\omega_1$ 或 ω_2 多么大，总可找到一个 R 使之满足远场区条件(4)式．故对于 $\delta(t)$，远场区在 ∞ 远处．应该注意，在使用远场区冲激响应的概念时，远场区是对激励天线的实际信号而言，并非对为求冲激响应而施加在天线上的 $\delta(t)$ 函数而言．文献[4]的第二个，亦即最后一个论据是，在投影区内远场区冲激响应与严格的冲激响应当 $R \to \infty$ 时还存在本质的差别．这从物理概念上来说显然是错误的．该文求得长度为 L 的并馈均匀分布线状天线在远场区的冲激响应为

$$h(t, \theta) = \begin{cases} \dfrac{\mu I_0 c}{4\pi R \sin\theta}, & |ct - R| \leqslant (L/2)\sin\theta; \\ 0, & |ct - R| > (L/2)\sin\theta. \end{cases} \tag{22}$$

在投影区的严格的冲激响应为

$$h_p(t, \theta) = \begin{cases} \dfrac{\mu I_0 c}{2\pi} \dfrac{1}{\sqrt{c^2t^2 - r_0^2}}, & r_0 \leqslant ct < r_1; \\ \dfrac{\mu I_0 c}{4\pi} \dfrac{1}{\sqrt{c^2t^2 - r_0^2}}, & r_1 \leqslant ct \leqslant r_2; \\ 0, & ct < r_0,\ ct > r_2. \end{cases} \tag{23}$$

下面让我们来证明，尽管它们的波形差别甚大，然而加长距离便能在本质上消除这种差别．在 $R \to \infty$ 时，若把距离因子 $1/R$ 先行提出，即令

$$\hat{h}(t, \theta) \equiv h(t, \theta) \Big/ \frac{\mu I_0 L}{4\pi R} = \begin{cases} c/(L\sin\theta), & |ct - R| \leqslant (L/2)\sin\theta; \\ 0, & |ct - R| > (L/2)\sin\theta; \end{cases} \tag{22a}$$

$$\hat{h}_p(t, \theta) \equiv h_p(t, \theta) \Big/ \frac{\mu I_0 L}{4\pi R} = \begin{cases} 2Rc/(L\sqrt{c^2t^2 - r_0^2}), & r_0 \leqslant ct < r_1; \\ Rc/(L\sqrt{c^2t^2 - r_0^2}), & r_1 \leqslant ct \leqslant r_2; \\ 0, & ct < r_0,\ ct > r_2; \end{cases} \tag{23a}$$

这样一来便很清楚了：在投影区，当 $R \to \infty$ 时，$\theta \to 0$，因而 $\hat{h}(c/R, \theta) \to \infty$，而且

$$\int_{-\infty}^{\infty} \hat{h}(t, \theta) dt = \int_{-(L/2)\sin\theta}^{(L/2)\sin\theta} \frac{d(ct)}{L\sin\theta} = 1, \tag{24}$$

因而根据 δ 函数的初等定义，

$$\hat{h}(t,\theta)=\delta(t-c/R). \tag{25}$$

另一方面，在投影区，$\hat{h}_p(c/r_0,\theta)=\infty$，当 $R\to\infty$ 时，$\hat{h}_p(c/r_0,\theta)\to\hat{h}_p(c/R,\theta)$，而且

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{h}_p(t,\theta)dt&=\int_{r_0}^{r_1}\frac{2Rd(ct)}{L\sqrt{c^2t^2-r_0^2}}+\int_{r_1}^{r_2}\frac{Rd(ct)}{L\sqrt{c^2t^2-r_0^2}}\\&=\frac{R}{L}\ln\left[\frac{r_1}{r_0}+\sqrt{\frac{r_1^2}{r_0^2}-1}\right]+\frac{R}{L}\ln\left[\frac{r_2}{r_0}+\sqrt{\frac{r_2^2}{r_0^2}-1}\right]\to 1,\end{aligned} \tag{26}$$

故

$$\hat{h}_p(t,\theta)=\delta(t-c/R). \tag{27}$$

所以无论在非投影区或在投影区，当 $R\to\infty$时，远场区的冲激响应与严格的冲激响应完全一致．顺便指出，文献[4]中的(7a) 式是错误的，正确的应为[6]

$$A(\omega,R,\theta)=\frac{I_0}{4\pi}\int_{-h}^{h}\frac{j\omega\mu}{r}e^{-jkr}\cos\theta' dz, \tag{28}$$

式中 θ' 为天线元 $(z, z+dz)$ 到观察点的连线与天线法线间的夹角，并略去了 r^{-2} 和 r^{-3} 项．当然这并不影响该文献的基本观点．

结论　在使用口径天线在远场区的冲激响应的概念时，远场区是对激励天线的实际信号而言，并非对为求冲激响应而施加在天线上的 δ 函数而言，远场区的冲激响应在距离上的适用范围决定于激励信号的频率范围；口径天线在远场区的冲激响应与严格的冲激响应可能差别甚大，但当距离→∞时，两者的差别便消失；在求解口径天线对频宽有限的信号在远场区的响应时，可用远场区的冲激响应来代替严格的冲激响应；口径天线在远场区的冲激响应不可简单地用 $\delta(t)$ 激励天线后测量出来，但可计算出来，因为它唯一地由口径形状和口径分布决定，是口径天线的固有特性函数．

参　考　文　献

[1] 胡汉南，电子科学学刊，**6**(1984)，235.
[2] 胡汉南，电子科学学刊，**7**(1985)，28.
[3] 胡汉南，电子科学学刊，**7**(1985)，348.
[4] 沈浩明，电子科学学刊，**8**(1986)，293.
[5] M. I. Skolnik, Radar Handbook, McGraw-Hill Co., New York, 1970, p. 9—7 Eq. (7) and p. 13—17—p. 13-20.
[6] S Ramo and J. R. Whinnery 著，张世璘等译，近代无线电中的场与波，人民邮电出版社，1958，p. 498.
[7] B. R. Mayo, Proc. IRE, **49** (1961), 817.
[8] R. R. Kinsey and A. L. Horvath, Transient Response of Center-Series-Fed Array, Phased Array Antennas, Proceedings of the 1970 Phased Array Antenna Symposium, pp. 261—271.