

无耗二口网络参数的直接寻优数值解法*

吴宏雄 徐炜

(中山大学无线电电子学系, 广州)

摘要 本文提出一种计算可逆、无耗二口网络参数的直接寻优数值解法, 给出了计算实例, 并指出, 不同的数据处理方法所得结果应是一致的。

关键词 微波测量; 网络参数; CAA

一、引言

S 曲线图解法^[1]是测量可逆、无耗二口微波网络参数的经常使用的方法。然而, 使用该法时, 必须将测得数据逐个描绘于坐标纸上, 拟合出一条光滑的形如 S 的曲线, 再从中找出一最大负斜率点, 才能求得最终结果。显然, 这种图解法既繁琐费时, 又未能充分利用全部测量数据的统计平均, 精度低, 更无法移植于自动化测量中去。

最近, 文献[2]提出一种有约束本征值法, 为无耗二口网络参数的数值解开辟了一条途径。但是, 该文关于这种网络的相位参数 φ_{11} 和 φ_{22} 往往随处理方法的不同而有不同的结论, 是值得商榷的。作者认为, 无耗二口网络参数的数值解问题, 尚未彻底解决, 有必要作进一步的探讨。

本文首先从输出端接有可调短路器的一般可逆二口网络的输入反射系数出发, 在无耗条件下求得网络参数的表示式; 进而提出一种采用计算机辅助计算的直接寻优数值解法; 最后, 用 BASIC 语言编写了优化程序, 在 APPLE-II 微机上用本文方法、文献[2]的方法和图解法对几组实验数据进行计算、比较。结果表明: 尽管数据处理方法不同, 但它们所得的结果却是满意一致的。

二、可逆无耗二口网络的关系式

一个可逆、无耗二口微波网络由三个参数 ρ 、 φ_{11} (或 \bar{D}_0) 和 φ_{22} (或 \bar{S}_0) 所描述, 并可用图 1 所示装置进行测量。图中 Γ_1 和 Γ_2 为网络输入、输出端反射系数, D_T 和 S_T 为相应端口短路参考面读数。对一般的可逆二口网络, 若令其散射参数分别为 $S_{11} = |S_{11}|e^{j\varphi_{11}}$, $S_{12} = S_{21} = |S_{12}|e^{j\varphi_{12}}$ 和 $S_{22} = |S_{22}|e^{j\varphi_{22}}$, 并设 $\Gamma_1 = |\Gamma_1|e^{j\varphi_1}$ 、 $\Gamma_2 = e^{j\varphi_2}$, 则有^[3]

* 1988年9月11日收到, 1990年5月14日修改定稿。

$$\Gamma_1 = S_{11} + \frac{S_{12}^2 \Gamma_2}{1 - S_{22} \Gamma_2} = S_{11} + \frac{S_{12}^2 S_{22}^*}{1 - |S_{22}|^2} + \frac{|S_{12}|^2}{1 - |S_{22}|^2} e^{j(2\varphi - \varphi_{22} + 2\varphi_{12})} \quad (1)$$

式中*表示复数共轭; $\varphi_2 = \pi - 2\beta_2(S - S_T)$ 表示 Γ_2 的相角; S 表示短路器测量点的位置读数; $\beta_2 = 2\pi/\lambda_{g2}$, λ_{g2} 为短路器的波导波长; $\varphi_1 = 2\beta_1(D - D_T) - \pi$ 是 Γ_1 的相角; $\beta_1 = 2\pi/\lambda_{g1}$, λ_{g1} 是测量线中的波导波长; D 表示驻波节点的位置读数; 而

$$e^{j2\varphi} = \frac{e^{j(\varphi_2 + \varphi_{22})} - |S_{22}|}{1 - |S_{22}| e^{j(\varphi_2 + \varphi_{22})}} \quad (2)$$

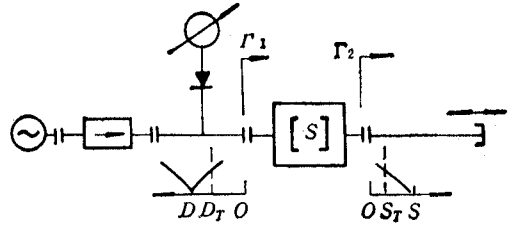


图1 测无耗二口网络的装置

当二口网络无耗时,由散射矩阵 $[S]$ 的么正性 $[S][S]^* = [1]$, 可得

$$\left. \begin{aligned} |S_{11}| &= |S_{22}|, \quad 1 - |S_{22}|^2 = |S_{12}|^2 \\ 2\varphi_{12} &= \varphi_{11} + \varphi_{22} - \pi, \quad S_{11} + \frac{S_{12}^2 S_{22}^*}{1 - |S_{22}|^2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

计及(3)式后,对于无耗二口网络,(1)式变成

$$\Gamma_1 = e^{j(\varphi_{11} - \pi + 2\varphi)} = e^{j\varphi_1} \quad (4)$$

即

$$\varphi_{11} - \pi + 2\varphi = \varphi_1 \quad (5)$$

此外,由(2)式可得

$$\frac{1}{|S_{22}|} = \frac{\sin \varphi \cos \frac{1}{2}(\varphi_2 + \varphi_{22}) + \cos \varphi \sin \frac{1}{2}(\varphi_2 + \varphi_{22})}{\sin \varphi \cos \frac{1}{2}(\varphi_2 + \varphi_{22}) - \cos \varphi \sin \frac{1}{2}(\varphi_2 + \varphi_{22})} \quad (6)$$

注意到(5)式以及 φ_1 和 φ_2 的值后,由(6)式可得

$$\begin{aligned} & \sin \left[\beta_1(D - D_T) - \frac{\varphi_{11}}{2} \right] \cos \left[\frac{\pi}{2} - \beta_2(S - S_T) + \frac{\varphi_{22}}{2} \right] \\ &= \rho \cos \left[\beta_1(D - D_T) - \frac{\varphi_{11}}{2} \right] \sin \left[\frac{\pi}{2} - \beta_2(S - S_T) + \frac{\varphi_{22}}{2} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $\rho = (1 + |S_{22}|)/(1 - |S_{22}|)$.

根据特性面 \bar{D}_0 、 \bar{S}_0 的定义,有

$$\begin{aligned} \varphi_{11} &= 2\beta_1 \bar{D}_0 = 2\beta_1(D_0 - D_T) \\ \varphi_{22} &= 2\beta_2 \bar{S}_0 + \pi = 2\beta_2(S_0 - S_T) + \pi \end{aligned}$$

这样,(7)式可写成

$$\sin \beta_1(D - D_0) \cos \beta_2(S_0 - S) - \rho \cos \beta_1(D - D_0) \sin \beta_2(S_0 - S) = 0 \quad (8)$$

(8)式就是无耗二口网络参数的关系式,稍作变换就得正切关系式。

三、直接寻优数值解法

用图1的装置测量无耗二口网络参数时,是在 N 个不同的短路器位置 S_i 下,在被测

网络的输入端测量与其相应的 N 个驻波节点位置 D_i 。在理想情况下,每对 D_i 、 S_i 均应满足(8)式。实际上,由于测量误差的存在,当将一对对数据 D_i 、 S_i 代入(8)式时,其值不一定为零,而可能是某一偏差 δ_i ,即

$$\sin \beta_1(D_i - D_0) \cos \beta_2(S_0 - S_i) - \rho \cos \beta_1(D_i - D_0) \sin \beta_2(S_0 - S_i) = \delta_i \quad (9)$$

于是,对于 N 个测量点,可写出如下的目标函数:

$$F(\rho, D_0, S_0) = \sum_{i=1}^N \delta_i^2 = \sum_{i=1}^N [\sin \beta_1(D_i - D_0) \cos \beta_2(S_0 - S_i) - \rho \cos \beta_1(D_i - D_0) \sin \beta_2(S_0 - S_i)]^2 \quad (10)$$

现在的问题就归结为:求 ρ 、 D_0 和 S_0 ,使目标函数 F 为最小。对此,我们采用直接寻优算法中的单纯形加速法对其进行数值解,只要编制出有关程序上机运行,即可求得结果。

为了减少变量数目,缩短运算时间,可对(10)式稍作处理。根据极值存在条件,令 $\partial F/\partial \rho = 0$,解得

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^N \sin \beta_1(D_i - D_0) \cos \beta_1(D_i - D_0) \sin \beta_2(S_0 - S_i) \cos \beta_2(S_0 - S_i)}{\sum_{i=1}^N \cos^2 \beta_1(D_i - D_0) \sin^2 \beta_2(S_0 - S_i)} \quad (11)$$

将(11)式代入(10)式,经整理后得新的二变量目标函数为

$$F(D_0, S_0) = \sum_{i=1}^N \delta_i^2 = \sum_{i=1}^N \sin^2 \beta_1(D_i - D_0) \cos^2 \beta_2(S_0 - S_i) - \frac{\left[\sum_{i=1}^N \sin \beta_1(D_i - D_0) \cos \beta_1(D_i - D_0) \sin \beta_2(S_0 - S_i) \cos \beta_2(S_0 - S_i) \right]^2}{\sum_{i=1}^N \cos^2 \beta_1(D_i - D_0) \sin^2 \beta_2(S_0 - S_i)} \quad (12)$$

这样,当给定 D_0 和 S_0 的初值后,即可采用一种寻优算法(本文采用单纯形加速法)对(12)式反复迭代求解,便能给出满足某一精度的解 D_0 和 S_0 ,再由(11)式算出 ρ 。要注意的是,在具体进行寻优计算时,变量初值选择的好坏,对目标函数下降的速度和运算时间的长短影响甚大。初值选择得当,将大大缩短用机时间。为此,在现在的具体问题中,我们只要模仿图解法的做法,便能迅速找到非常接近解的初值。

当待测网络的 ρ 属中小驻波比时,先由 N 对 D_i 和 S_i 算出 $P_i = D_i + K S_i$ (在此, $K = \lambda_{g1}/\lambda_{g2}$),选出其中的最大值 P_{\max} 和最小值 P_{\min} ,并计算其平均值

$$AV = (P_{\max} + P_{\min})/2;$$

其次,在具有负斜率的数据点中找出一与 AV 值尽可能接近的数据点 P_k ,求出其相应的测量序号 k 。于是,可按如下方法设置变量初值,即

$$D_0 = (D_k + D_{k+1})/2, S_0 = (AV - D_0) \frac{\lambda_{g2}}{\lambda_{g1}} \quad (13)$$

当待测网络的 ρ 属大驻波比时,方法与上雷同。但由于 D_i 与 S_i 曲线的特殊性,不必先计算 P_i ,而直接从各 D_i 值中找出 D_{\max} 和 D_{\min} ,算出平均值 $AV = (D_{\max} + D_{\min})/2$,并求相应的测量序号 k ,然后按下式设置变量初值

$$D_0 = AV, S_0 = (S_k + S_{k+1})/2 \quad (14)$$

现在的问题是,如何从 D_i 和 S_i 诸数据中迅速地判断待测网络所属的驻波比范围,以便选用不同的初值表示式呢? 我们的做法是: 用微机作图语句直接在显示器屏幕上描绘出 D_i-S_i 的关系曲线。中小驻波比时,曲线形如图 2(a); 大驻波比时,曲线形如图 2(b)。随后,用人工干预的方法(即键入某一规定的键符)就能实现初值的不同设置。要注意的是,由于 S 曲线的周期性,若短路活塞移动范围较大,则会出现几个最大斜率点。然而,只要找到其中之一,就可退出自动设置初值的循环程序。因为尽管不同的最大斜率点,有不同的 D_0 和 S_0 值,但它们间的差别仅是半波长的整数倍,对结果没有影响。

上述过程(包括读入数据、作 D_i-S_i 曲线和设置初值)形似繁琐,然而计算机运行时,还不足 1s 就完成。初值找到后,即可进入寻优的数值计算。整个过程的程序框图见图 3。其中具体的寻优程序参见文献[3],在此不再赘述。

顺便指出: 被测网络参数也可从最小斜率点求得,即驻波比 ρ 等于最小斜率的倒数^[4],而 D_0 和 S_0 则可由最

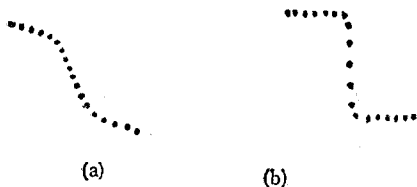


图 2 $D-S$ 的关系曲线
(a) 中小驻波比 (b) 大驻波比

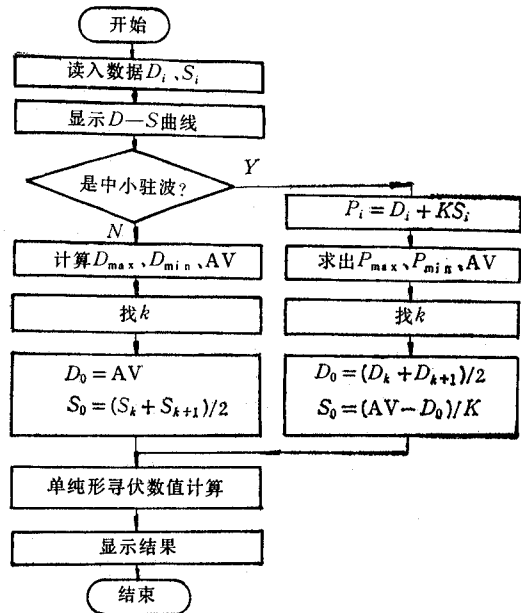


图 3 计算过程的程序框图

小斜率点所对应的 D 和 S 加(或减)四分之一波长的奇数倍而求得。

四、计算实例和结论

我们已按本文的直接寻优法和文献[2]的有约束本征值法,用 BASIC 语言分别编制了计算程序,并引用文献[1]、[4]、[5]和[6]的实验数据在 APPLE-II 微机上进行运算,其结果列于表 1。为比较起见,表中还分别给出按图解法求得的数值(数据组 6,仅用于同最小二乘法解作比较,且在计算时,也象文献[6]一样剔除了该组数据中的两个大误差点);此外,对同一组数据中按不同方法求得的 \bar{D}_0 和 \bar{S}_0 均已采用加(或减)半波长整数倍的方法使它们有着大致相同的数值范围,以便比较;至于各法所得结果的优劣程度,表中分别按本文的(10)式和文献[2]的(7)式计算的残差表示。

表1 几种计算方法所得结果的比较

数据来源	数据组号	参数 方法	\bar{D}_0 (mm)	\bar{S}_0 (mm)	ρ	$\varphi_{11}(^\circ)$	$\varphi_{22}(^\circ)$	$\min F_1$	$\min F_2$	运算 时间 (s)
[1]	1	本文方法	31.1500	-4.4970	1.8559	143.32	107.24	5.54×10^{-2}	2.67×10^{-2}	8
		[2]的方法	31.1434	-4.5294	1.8748	143.41	106.81	5.44×10^{-2}	2.63×10^{-2}	15
		图解法 ^[4]	30.87	-4.54	1.89	138.80	106.54	1.16×10^{-1}	5.52×10^{-2}	
	2	本文方法	18.9950	-12.7311	1.1205	-53.08	-25.99	1.86×10^{-4}	1.68×10^{-4}	20
		[2]的方法	19.0038	-12.7499	1.1208	-53.01	-26.01	2.73×10^{-4}	1.62×10^{-4}	15
		图解法 ^[4]	19.01	-12.7572	1.12	-52.84	-26.13	2.89×10^{-4}	1.69×10^{-4}	
	3	本文方法	17.6364	8.3412	20.0420	-75.03	-45.04	4.75×10^{-2}	4.0×10^{-4}	70
		[2]的方法	17.6358	8.3423	20.1414	-75.04	-45.02	4.77×10^{-2}	4.0×10^{-4}	15
		图解法 ^[4]	17.77	8.26	20.27	-72.87	-46.36	9.7×10^{-1}	8.6×10^{-3}	
[4]	4	本文方法	0.5594'	0.6536'	3.5840	-131.56	87.79	2.43×10^{-1}	4.62×10^{-2}	90
		[2]的方法	0.5593'	0.6536'	3.5383	-131.53	87.79	2.37×10^{-1}	4.61×10^{-2}	15
		图解法 ^[4]	0.5676'	0.6489'	3.6	-128.20	85.88	2.66×10^{-1}	5.04×10^{-2}	
[5]	5	本文方法	0.8257'	0.3872'	3.5839	-22.80	-21.34	2.43×10^{-1}	4.62×10^{-2}	90
		[2]的方法	0.8256'	0.3873'	3.5383	-22.82 ^{*1}	-21.32	2.37×10^{-1}	4.61×10^{-2}	15
		图解法 ^[5]	0.649'	0.568	3.6	-94.95	52.73	17.55	3.32	
		图解法	0.8339'	0.3826'	3.6	-19.44	-23.23	2.66×10^{-1}	5.04×10^{-2}	
[6]	6	本文方法	131.220	17.100	1.0511	112.59	71.52	4.18×10^{-3}	4.0×10^{-3}	300
		[2]的方法	131.140	17.1892	1.0515	111.49 ^{*2}	72.83	4.10×10^{-3}	3.9×10^{-3}	55
		[6]的方法	129.631	5.786	1.05	89.36	-94.89	51.10	48.63 ^{*3}	

注: *1 文献[2]误为 -11.80° ; *2 文献[2]误为 -68.59° ; *3 文献[6]误为 4.16×10^{-1} .

由表1可以看出:对所举各例,本文和文献[2]两种数值解法的结果几乎完全一致;对头四组数据而言,图解法的解也同数值解吻合;至于最后两组数据,就相位 φ_{11} (或 \bar{D}_0) 和 φ_{22} (或 \bar{S}_0) 而言,图解法和最小二乘法显然同前两种方法有很大的差异。但是,倘若由此断定:待求网络的相位 φ_{11} 和 φ_{22} 往往随处理方法的不同而不同^[2],是欠妥的,也是失实的。因为从残差的巨大悬殊(差别几达2—4个数量级)可以断言:在这两组数据中,由图解法和最小二乘法求得的解充其量而言也只能是一种劣解。若把它们同优解相提并论,从而得出结论,是没有意义的。

经进一步深究,我们发现:文献[5]在用数据组5作图和标注坐标轴的变量名时,在 D 和 S 之间标注反了。所以得的结果不是解。若将坐标轴上的标注 D 与 S 互换位置,则图解法的解也恰好同数值解满意一致,如该组的第4行数据所示。文献[4]在引用这组数据作图时,也发现并纠正了 D 与 S 颠倒的错误,还进一步互换了 D_T 与 S_T 之间的数据,所得结果如数据组4所示。可见,图解法的解也同数值解一致。当然,不同的数据的更正,其结果相角彼此截然不同,是不言而喻的。

综上所述,可得出结论:

(1) 在用相同测量数据计算可逆无耗二口微波网络参数时,不同的处理方法,其结果都是一致的。使用时可不必担心。

(2) 本文的直接寻优法可由可逆无耗二口网络的参数关系式出发,写出其目标函数

后直接求解,因而概念清晰,方法简单,易于理解,是一个有实用价值的方法。当然,在这种寻优算法中,由于包含了反复的迭代过程,比文献[2]的方法要多占机时。但若测量数据误差小,则本法所花时间也可比文献[2]的方法短。

(3) 若在自动测量线系统^[7]中采用本文或文献[2]或[8]的数值处理方法,就能实现无耗二口网络参数的快速、自动测量。

参 考 文 献

- [1] 周清一,微波测量技术,国防工业出版社,1964年,第76—91页。
- [2] 梁昌洪、邱长兴,电子科学学刊,10(1988)1,第1—7页。
- [3] 吴宏雄、邱焘凡、梁伟雄,微波,1986年,第3期,第1—15页。
- [4] 林为干,微波网络,国防工业出版社,1978年,第567—574页。
- [5] M. 恽特, H. 辣柏璞德著,吴培亨等译,微波测量方法,1964年,第281—325页
- [6] 张世箕,测量误差及数据处理,科学出版社,1979年,第265—274页。
- [7] 吴宏雄、郑小健、潘楚华,微波学报,1988年,第3期,第1—8页。
- [8] 吴宏雄、杨文超,微波学报,1990年,第1期,第62—66页。

A NUMERICAL METHOD OF DIRECT SEARCH OPTIMIZATION FOR OBTAINING PARAMETERS OF LOSSLESS TWO-PORT NETWORK

Wu Hongxiong Xu Wei
(Zhongshan University, Guangzhou)

Abstract A numerical method of direct search optimization is presented for calculating parameters of a reciprocal lossless two-port network. Some examples are given. It is pointed out that the results obtained by different methods agree with one another.

Key words Microwave measurement; Network parameter; CAA