

机载干涉合成孔径雷达定标中的定标器布放¹

王彦平 彭海良 云日升

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

摘要: 敏感度矩阵的条件数是影响干涉合成孔径雷达 (InSAR) 定标性能的重要因素。该文在 InSAR 定标理论的基础上, 给出了定标器的布放规则, 导出了定标器布放的约束条件, 提出了使敏感度矩阵条件数极小化的定标器布放算法。理论分析和计算结果表明, 应用该算法进行定标器布放, 可以使敏感度矩阵的条件数达到最小。

关键词: 干涉合成孔径雷达, 干涉定标, 敏感度矩阵, 条件数, 定标器布放

中图分类号: TN951, TP751 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)01-0089-06

Locating Calibrators in Airborne InSAR Calibration

Wang Yan-ping Peng Hai-liang Yun Ri-sheng

(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract The condition number of sensitivity matrix is a key factor that influences the performance of InSAR calibration. On the basis of InSAR calibration theory, basic principles of locating calibrators are proposed, and constraints of locating calibrators are also derived. Under the theory of condition number minimization, an algorithm of locating calibrators is presented to minimize the sensitivity matrix condition number. Theoretic analyses and computing results show that the algorithm is efficient.

Key words InSAR, InSAR calibration, Sensitivity matrix, Condition number, Locating calibrators

1 引言

载机飞行的不稳定性和系统参数偏差是应用机载干涉合成孔径雷达 (InSAR) 生成高精度数字高程模型 (DEM) 的主要限制条件。如果在飞行过程中能够精确记录载机运动的不稳定性, 则该不稳定性可以在干涉处理阶段进行校正^[1]; 而系统参数偏差的校正则要通过干涉定标实现。

利用定标器在定标场中对干涉参数进行定标的方法已经得到了广泛应用^[2,3]。其中, 敏感度矩阵的条件数是影响定标性能的重要因素。在干涉参数一定的条件下, 定标器的布放位置成为影响敏感度矩阵条件数的主要因素。文献 [2] 对定标器的 3 种典型布放方案对应敏感度矩阵的条件数进行了研究, 但是并没有提出使敏感度矩阵最小化的定标器布放算法。本文在文献 [2] 和文献 [4] 研究的基础上, 以平地作为定标场, 给出了定标器的布放规则, 导出了定标器布放的约束条件, 并提出了定标器的布放算法。

2 InSAR 定标的基本理论

根据 InSAR 定标的基本原理^[1], 干涉高程测量值与基准高程间的高程差和干涉参数偏差间的基本关系式可以表述为^[4]

$$\Delta = F \cdot X + M \quad (1)$$

¹ 2002-09-23 收到, 2002-12-18 改回

国家高技术研究发展计划 (863 计划) 资助项目 (No.2001AA132010)

式中 Δ 为 $L \times 1$ 数据误差向量; F 为 $L \times N$ 敏感度矩阵; X 为 $N \times 1$ 待估计的参数偏差向量; M 为 $L \times 1$ 噪声向量; L 为定标器的数目; N 为待定标的参数数目。其中 $L > N$, 式 (1) 为一超定线性方程组, 在敏感度矩阵的列向量线性无关条件下, 其最小二乘解为^[5]

$$X = F^+(\Delta - M) \quad (2)$$

式 (2) 中 F^+ 为敏感度矩阵的广义逆, $F^+ = (A^T A)^{-1} A^T$ 。

在观测数据不存在随机误差的条件下, 应用式 (2) 可获得参数偏差的较为准确的估计值。而实际干涉测量中, 观测数据 Δ 为带噪的观测, 观测误差将按一定的权重转变为 X 的估计误差。敏感度矩阵的条件数是衡量这种转变权重的量, 大的条件数对数据中的误差起放大作用^[5], 条件数的大小取决于定标器数目、待定标参数数目和定标器的分布情况。在定标器数目和待定标参数数目一定的条件下, 合理布放定标器以降低条件数便成为改善定标性能的重要途径。

3 定标器布放规则

文献 [6] 分析表明, 基线长度、基线倾角和干涉相位是 InSAR 的关键参数, 小的参数偏差将在 DEM 中引入显著的高程误差, 而这些参数偏差在 DEM 中引入的高程误差是沿斜距向慢变的、单调的^[7], 据此, 定标器的布放应该沿距离向; 文献 [2] 的研究结果表明, 如果定标器聚集在某一区域, 则敏感度矩阵的条件数会恶化, 且其恶化程度随着聚集程度的增强而加剧。因而, 定标器的布放应遵循如下规则:

规则 1 干涉参数在一个甚至几个方位向内保持恒定, 定标器沿距离向布放;

规则 2 定标器应尽可能的充满整个距离向观测带, 不应聚集在距离向的某一区域;

另外, 载机飞行的不稳定性在运动补偿之后, 仍然存在一定的误差^[8], 这一部分误差的削弱同样需要通过干涉定标来实现。考虑到载机的不稳定性主要体现在 SAR 的不同方位之间, 定标器的布放应该沿方位向。由此, 我们得到定标器布放规则 3:

规则 3 在规则 1 和规则 2 的基础上, 定标器沿方位向布放若干列。

定标器沿方位向布放的列数取决于数据获取过程中载机的稳定性和运动补偿所能达到的精度, 在本文中, 暂不考虑定标器的方位向布放问题, 而是从规则 1 和规则 2 出发, 以平地作为定标场, 采用定标器的等间隔布放方案^[2], 对定标器的距离向布放问题展开研究。设定标器间的地距间隔为 Δd , 如图 1 所示, 天线所在位置为 $(0, H)$, 记距近斜距端最近的定标器位置为 $(d_1, 0)$, 则第 i 个定标器的地距可以表示为

$$d_i = d_1 + (i - 1) \cdot \Delta d \quad (3)$$

式中 $i = 1, 2, \dots, L$, L 为定标器的数目。

图 1 中, D_n 表示近斜距点对应的地距, D_f 表示远斜距点对应的地距, 则测绘带宽度 $W_y = D_f - D_n$ 。根据规则 2, 定标器布放应满足的约束条件为

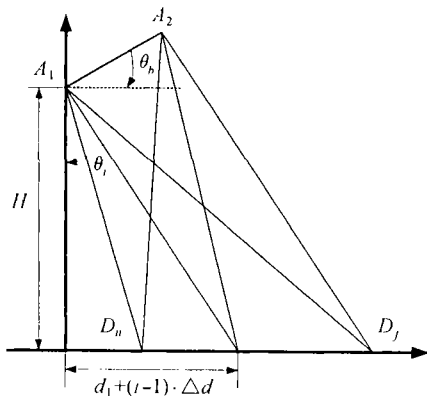


图 1 定标器布放示意图

$$\text{约束条件 1} \quad D_n \leq d_1 < D_n + W_g/2 = (D_f + D_n)/2 \quad (4)$$

$$\text{约束条件 2} \quad (D_f + D_n - 2d_1)/[2(L - 1)] < \Delta d \leq (D_f - d_1)/(L - 1) \quad (5)$$

4 敏感度矩阵的列满秩性对定标器布放的约束条件

4.1 基于地距表示的敏感度矩阵

记 d_i 和 θ_i 为第 i 个定标器所对应的地距和视角, 根据图 1 并利用文献 [6] 给出的敏感度方程和干涉相位表达式^[9]: $\varphi = 2\pi Qb \sin(\theta - \theta_b)/\lambda$, 将位于 d_i 处的第 i 个定标器对应的高程敏感度方程用地距表示为

$$\left. \frac{\partial h}{\partial \varphi} \right|_i = -\frac{\lambda}{2\pi Qb} \frac{d_i \sqrt{H^2 + d_i^2}}{H \cos \theta_b + d_i \sin \theta_b} \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial h}{\partial b} \right|_i = -\frac{d_i^2 \cos \theta_b - H d_i \sin \theta_b}{b \sqrt{H^2 + d_i^2}} \quad (7)$$

$$\left. \frac{\partial h}{\partial \theta_b} \right|_i = d_i \quad (8)$$

式中 d_i 为地面距离; b 为基线长度; λ 为波长; 标准模式下, $Q = 1$; 乒乓模式下, $Q = 2$; θ_b 为基线倾角。利用式 (6), (7), (8) 构成式 (9) 所示的敏感度矩阵:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial h}{\partial \varphi} \right|_1 & \left. \frac{\partial h}{\partial b} \right|_1 & \left. \frac{\partial h}{\partial \theta_b} \right|_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \left. \frac{\partial h}{\partial \varphi} \right|_L & \left. \frac{\partial h}{\partial b} \right|_L & \left. \frac{\partial h}{\partial \theta_b} \right|_L \end{bmatrix} \quad (9)$$

4.2 敏感度矩阵的列满秩性

式 (9) 所示敏感度矩阵的列向量取自对应于不同地距值 d_i 的高程对某一干涉参数的敏感度值, 而行向量则由对应于同一位置定标器的相位、基线长度和基线倾角的敏感度值构成。理论上讲, 式 (6), (7), (8) 对应的敏感度方程的线性互不相关性决定了敏感度矩阵列向量的线性互不相关, 但是, 考虑到敏感度矩阵是由 3 条敏感度曲线通过等间隔 (对应于定标器的布放间隔) 抽样构成的, 虽然根据式 (6), (7), (8), 相位和基线长度的敏感度与地距的函数关系均为非线性关系, 但是文献 [6] 的分析结果表明, 高程敏感度与 d_i 的关系近似为线性关系, 不当的抽样间隔将丧失敏感度矩阵的列满秩性。

记 $f_\varphi = \partial h / \partial \varphi$, $f_b = \partial h / \partial b$, 用上述函数在 d_1 处的一阶 Taylor 展开作为函数的线性近似表示, 则相位敏感度方程的线性化过程引入的相对误差为

$$\xi_\varphi = |(f_\varphi|_{d_1+\Delta d} - f_\varphi|_{d_1}^L) / f_\varphi|_{d_1+\Delta d}| \quad (10)$$

式中

$$f_\varphi|_{d_1+\Delta d}^L = f_\varphi|_{d_1} + [\partial f_\varphi / \partial d]|_{d_1} \times \Delta d \quad (11)$$

基线长度敏感度方程的线性化引入的相对误差为

$$\xi_b = |(f_b|_{d_1+\Delta d} - f_b|_{d_1}^L) / f_b|_{d_1+\Delta d}| \quad (12)$$

式中

$$f_b|_{d_1+\Delta d}^L = f_b|_{d_1} + [\partial f_b / \partial d]|_{d_1} \times \Delta d \quad (13)$$

对于线性化阈值 ζ ，当 $\xi_\varphi < \zeta$ 时，相位敏感度方程式 (6) 可以用式 (11) 所示的线性模型近似表示；当 $\xi_b < \zeta$ 时，基线长度敏感度方程式 (7) 可以用式 (13) 所示的线性模型近似表示。

对于敏感度矩阵的列满秩性，我们给出如下定理：

定理 1 在由式 (6), (7), (8), (9) 构成的敏感度矩阵中，敏感度矩阵列满秩的必要条件是相位敏感度方程式 (6) 和基线长度敏感度方程式 (7) 中至少有一个不能用其线性化模型近似表示。

该定理的证明应用反证法很容易得到，在此我们不再给出。

4.3 敏感度矩阵的列满秩性对定标器布放间隔的约束

根据定理 1，敏感度矩阵的列满秩性对敏感度曲线的抽样间隔，即定标器的布放间隔提出了要求，即对于给定的线性化阈值 ζ ， Δd 的选取应该使 $\xi_\varphi \geq \zeta$ 和 $\xi_b \geq \zeta$ 中至少一个成立。

对于一定的 L 和 d_1 ， ξ_φ 和 ξ_b 与定标器间隔的关系分别如图 2 所示。图 2 给出了不同定标器数目 L 下， ξ_φ 和定标器布放间隔 Δd 的关系，对于给定的 d_1 ，在对应于 d_1 的定标器间隔的允许取值范围 (参见约束条件 2) 内， ξ_φ 随 Δd 的增大而单调增大 ($L=3$ 除外，在式 (1) 所示线性方程组为超定方程组时，该种情况不予考虑)，因此，相位敏感度方程的非线性化要求对 Δd 施加的约束条件为 $\Delta d \geq \Delta d_{\varphi \min}$ ， $\Delta d_{\varphi \min}$ 为时敏感度方程线性化所允许的 Δd 上限。相应地，基线长度敏感度方程的非线性化要求对 Δd 施加的约束条件为 $\Delta d \geq \Delta d_{b \min}$ ， $\Delta d_{b \min}$ 为时敏感度方程线性化所允许的 Δd 上限。

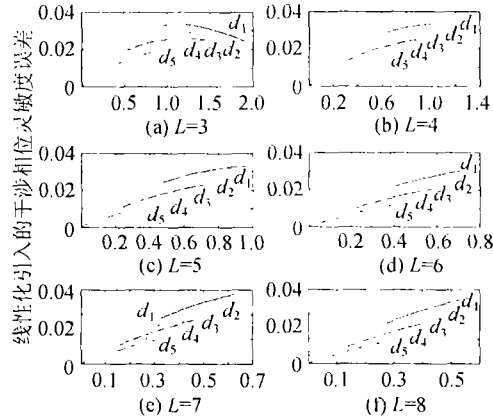


图 2 ξ_φ 与定标器间隔的关系 ($d_1 < d_2 < d_3 < d_4 < d_5$)

综上，可以得到敏感度矩阵的列满秩性对定标器间隔的约束条件为

约束条件 3 对于一定的 d_1 ，对于给定的线性化阈值 ζ ，求解使 $\xi_\varphi \geq \zeta$ 的 $\Delta d_{\varphi \min}$ 以及使 $\xi_b \geq \zeta$ 的 $\Delta d_{b \min}$ 和 $\Delta d_{b \max}$ ，则敏感度矩阵的列满秩性对定标器布放间隔的约束条件为

$$\Delta d_{\min} = \min(\Delta d_{\varphi \min}, \Delta d_{b \min}) \quad (14)$$

5 优化算法与算例

在定标器数目一定的条件下, 定标器布放问题等价于在约束条件 1, 2, 3 下, 确定 d_1 和 Δd 使敏感度矩阵条件数 $C(F)$ 最少。该问题可通过求解式 (15) 所示的非线性规划问题来实现^[10]。

$$\left. \begin{aligned} & \min_{d_1, \Delta d} C(F) \\ \text{s.t. } & D_n \leq d_1 < D_n + W_g/2 = (D_f + D_n)/2 \\ & \max\{(D_f + D_n - 2d_1)/[2(L - 1)], \Delta d_{\min}\} < \Delta d \leq (D_f - d_1)/(L - 1) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

对本文提出的定标器布放方案进行分析所采用的干涉参数参见文献 [6]。图 3 给出了 d_1 和最优 Δd 的关系。优化结果如表 1 所示, 结果表明, 随着定标器数目的增加, 敏感度矩阵的条件数降低, 优化得到的定标器间隔满足布放约束条件, 优化结果与本文的理论分析一致。

第一个定标器位置 d_1 、敏感度矩阵的条件数和定标器间隔三者间的关系如图 4 所示, 当 Δd 一定时, 随着 d_1 的增大, 敏感度矩阵的条件数增大; 当 d_1 一定时, 敏感度矩阵的条件数随着 Δd 在约束条件 1, 2, 3 所限定的范围内的增大而减小, 这反映了敏感度矩阵行向量的相关性随着 Δd 增大而降低, 与理论分析一致。

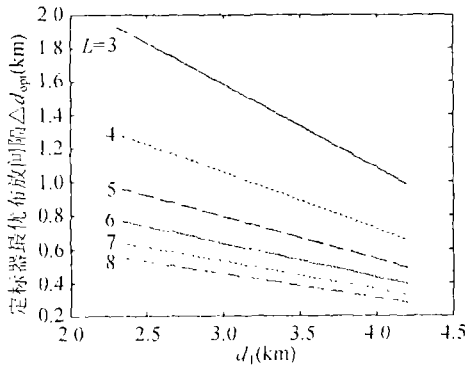


图 3 d_1 与最优 Δd 的关系曲线

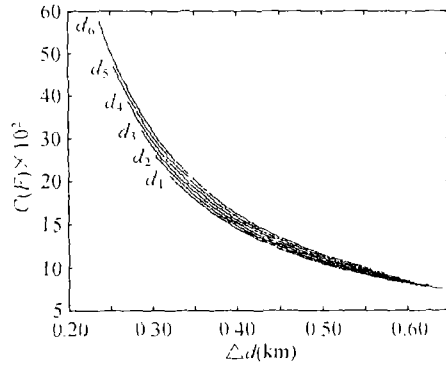


图 4 d_1 一定条件下, Δd 与 $C(F)$ 的关系

表 1 优化结果

L	$d_{1\text{opt}}(m)$	$\Delta d_{\text{opt}}(m)$	$C(F)_{\min}$
3	2309.40	1912.29	1124.25
4	2309.40	1275.20	1023.72
5	2309.40	986.26	997.94
6	2309.40	785.01	870.03
7	2309.40	627.51	821.43
8	2309.40	586.44	763.52

6 结论

本文以平地作为定标场, 针对基线长度、基线倾角和干涉相位 3 个关键干涉参数的定标问题, 对定标器的距离向布放展开了深入研究, 理论分析和实际计算均表明, 应用文中提出的定标器布放算法, 可以实现敏感度矩阵条件数的最小化。本文的算法虽然建立在平地定标场的基础上, 针对 3 个干涉参数的定标而言的, 但是对于存在高度起伏的定标场和其它参数的定标来

说, 根据实际情况对文中的敏感度矩阵进行修改, 同样可以应用本文的算法进行定标器的优化布放。因此, 本文研究不失一般性。

致谢 微波成像技术国家重点实验室的王卫延研究员为本文提出了很多很好的建议, 在此表示衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] Mallorquí J J, Rosado I, Bara M. Interferometric calibration for DEM enhancing and system characterization in single pass SAR interferometry. IGARSS'2001, Sydney, Australia, 2001: 404-406.
- [2] Mallorquí J J, Bara M, Broquetas A. Calibration requirements for airborne SAR interferometry, 2000, SPIE 4173: 267-278.
- [3] Sarabandi K, Brown C G, Pierce L, Zahn D. Calibration of the shuttle radar topography mission using point and distributed targets. IGARSS'2000, Hawaii, USA, 2000: 2718-2720.
- [4] Dall J, Madsen S N, Kerler K, Forsberg R. Using airborne SAR interferometry to measure the elevation of a Greenland ice cap. IGARSS'2000, Hawaii, USA, 2000: 1125-1127.
- [5] 丁丽娟编著. 数值计算方法. 北京: 北京理工大学出版社, 1998: 36-42.
- [6] Mallorquí J J, Bara M, Broquetas A. Sensitivity equations and calibration requirements on airborne interferometry. IGARSS'2000, Hawaii, USA, 2000: 2739-2741.
- [7] Dall J. Calibration of airborne signal-pass interferometry data. EUSAR'2002, Cologne, Germany, 2002: 245-248.
- [8] VanZyl J J, Chu A, Hensley S, Lou Y, Kim Y, Madsen S N. The AIRSAR/TOPSAR integrated multi-frequency polarimetric and interferometric SAR processor. Proc. IEE Radar 97, Edinburgh, UK, 1997: 100-103.
- [9] Rosen P A, Hensley S, Joughin I R, Li F K, Madsen S N, *et al.*. Synthetic aperture radar interferometry. *Proc. IEEE*, 2000, 88(3): 333-382.
- [10] 蔡倩倩, 许履刚, 梁在中, 沈永欢编. 实用数学手册. 北京: 科学出版社, 1992: 948-954.

王彦平: 男, 1976年生, 博士生, 研究方向为信号与信息处理、干涉 SAR 定标。

彭海良: 男, 1939年生, 研究员, 博士生导师, 研究方向为雷达系统与信号处理、干涉 SAR 研究。

云日升: 男, 1974年生, 博士生, 研究方向为信号与信息处理、干涉 SAR 信号处理。