

FD-TD 法用于环形相控振子天线 阵列的数字模拟*

王长清 祝西里 陈金元
(北 京 大 学) (中国科学技术大学)

摘要 本文论述了 FD-TD 法用于电磁辐射系统的近场计算问题,用该方法实现了对环形相控振子天线阵列的数字模拟。作为对方法的检验首先计算了单个振子天线上的电流分布,还计算了环中充满去离子水时阵列的近区场及其与人体躯干块状模型的相互作用。

关键词 电磁辐射系统; FD-TD 法;数字模拟

一、前 言

电磁热疗已成为肿瘤治疗的一种重要手段。当前的一个重要课题是如何把它用于深部肿瘤的治疗,已发现一种有希望的系统叫做环形相控阵列 (APA)^[1]。这一系统的最新发展是环形阵列由均匀分布于一个圆柱上的八个振子天线构成。该系统在工作时人体置于环的中间,环与人体之间充满去离子水。

由于实验上很难模拟结构复杂的人体,所得信息对临床应用是远远不够的。比较可行的办法是对这种系统及其与人体的相互作用进行计算机模拟。在应用频率范围内,环形天线阵列的作用空间即使在充满去离子水的情况下,也只有一个波长左右的尺度,故人体是处于系统的近区场中。因此我们要解决的是人体这样一个高度非均匀的复杂的电磁介质结构与辐射系统近区场相互作用的问题。

近些年来,计算电磁场与人体的相互作用问题主要采用矩量法^[2]。但是,当计算空间被分作 N 个单元时,矩量法要求的计算机存储量与 $(3N)^2$ 成正比,而所需 CPU 时间则与 $(3N)^2 \sim (3N)^3$ 成正比。因而即使用当今的超级计算机,人体模型也只能分作几百块^[3]。这样的空间分辨率远不能满足临床上的要求。FD-TD (Finite-Difference Time-Domain) 法的突出优点是所需的存储空间和 CPU 时间仅与 N 成正比,因此可用于更精细的模型,而达到临床上具有实际意义的空间分辨率。本文论述 FD-TD 法用于近场计算的基本方法,给出用此法对环形振子天线阵列及其与人体躯干模型相互作用进行数字模拟的结果。

* 1988年5月4日收到,1988年12月7日修改定稿。

二、FD-TD 法概述

FD-TD 算法由 Yee 首先提出^[4],后经 Taflove^[5,6]、Holand^[7] 和 Kunz^[8] 等加以发

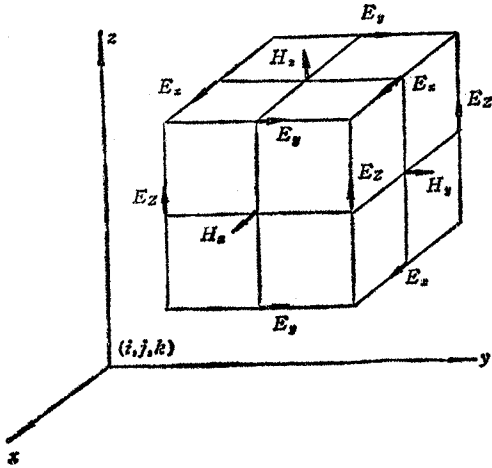


图 1 标示各场分量位置的 Yee 网格的一个单元

展。它主要被用于计算各种复杂结构对稳态和脉冲平面电磁波的散射和透入问题。该方法的特点是直接从包含时间变量的麦克斯韦旋度方程出发,并作为初值问题来求解。与经典的差分法不同,它采用图 1 所示的网格,把电场和磁场的各分量分别置于网格的不同空间点上,且形成电磁感应的空间关系。在这种网格表示下,中心差分可用于空间和时间微商,以获得空间和时间表示的二阶精度。

在只考虑非磁性介质的情况下,将有 $\mu = \mu_0$ 。为简单起见,我们采用正立方体网格,并用 δ 表示空间步长,用 δ_t

表示时间步长。为了书写方便,采用以下简化表示方法,

$$(i, j, k) = (i\delta, j\delta, k\delta) \quad (1a)$$

$$F^n(i, j, k) = F(i\delta, j\delta, k\delta, n\delta t) \quad (1b)$$

通过对麦克斯韦旋度方程进行差分运算,可得到六个差分方程。作为举例,下面给出 E_x 和 H_x 所满足的方程:

$$\begin{aligned} E_x^{n+1}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) &= CA_x\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) \cdot E_x^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) \\ &+ DB \cdot CB_x\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) \cdot \left[H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) \right. \\ &- H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) + H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) \\ &\left. - H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) &= H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) \\ &+ DB \cdot \left[E_z^n\left(i + \frac{1}{2}, j + 1, k\right) - E_z^n\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) \right. \\ &\left. + E_y^n\left(i, j + \frac{1}{2}, k\right) - E_y^n\left(i + 1, j + \frac{1}{2}, k\right) \right] \end{aligned} \quad (2b)$$

其中

$$CA_x\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 - \frac{\sigma_x\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)\delta z}{2\varepsilon_x\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)}}{1 + \frac{\sigma_x\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)\delta z}{2\varepsilon_x\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)}} \quad (3)$$

$$CB_x\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_x\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) + \frac{\sigma_x\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)\delta z}{2}} \quad (4)$$

$$DB = \frac{\delta t}{\delta} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \quad (5)$$

在(2)式中的 E 已是被乘以 $(\varepsilon_0/\mu_0)^{\frac{1}{2}}$ 的电场强度,其目的主要是使电场与磁场的量值更加接近,以便提高计算精度。对电场和磁场的其他四个分量的差分表示与(2)式的形式非常相似。由(2)式可以看出,在每一个网格点上电(磁)场的新值仅依赖该点前一时间步该场的值和在该点周围邻近点磁(电)场前半个时间步的值。这正是电磁场的感应原理。通过逐个时间步对所模拟的空间各网格点进行计算,便可在计算机数字空间中模拟电磁波的传播过程。

在 FD-TD 算法中空间网格增量 δ 和时间增量 δt 不是独立的,它们必须满足一定的关系,以避免数值不稳定性。在我们的算法中采用

$$\delta t = \frac{\delta}{2v_{\max}} \quad (6)$$

其中 v_{\max} 为所模拟的空间中电磁波最大速度。

我们要研究的是电磁系统的辐射场及其与散射体的相互作用,这是一种开放性的问题,原则上应该在无限空间中计算电磁场。但是由于计算机存储量的限制不可能考虑很大的空间。因此,这里的一个基本问题是如何处理网格的截断问题。一种有效的方法是在各截断面上设置一种吸收边界。本文采用了由 Mur^[9] 导出的二阶近似吸收边界条件。

三、振子天线环形阵列的近场计算

为了计算振子天线环形阵列的近区场分布,首先要设法把该系统置于一个 Yee 的网格空间中。由(2)~(4)式可以看出,各空间网格单元的介电特性通过 $CA(i, j, k)$ 和 $CB(i, j, k)$ 表示出来,然后采用在相应位置给出对应于 E_x 、 E_y 和 E_z 的 $\varepsilon(i, j, k)$ 和 $\sigma(i, j, k)$ 的方法来模拟各种复杂结构,包括辐射系统和散射体等。本文用 $\sigma = 3.72 \times 10^7 \text{ s/m}$ 来模拟良导体。一般的线形振子天线由圆柱形导体构成,在采用正立方体网格的 FD-TD 算法中要较严格地模拟圆形物体,必须把网格分得足够细,并用很多网格来逼近

圆的形状,这样就限制了所能模拟的空间范围.限于所用计算机的容量,我们取正方柱体

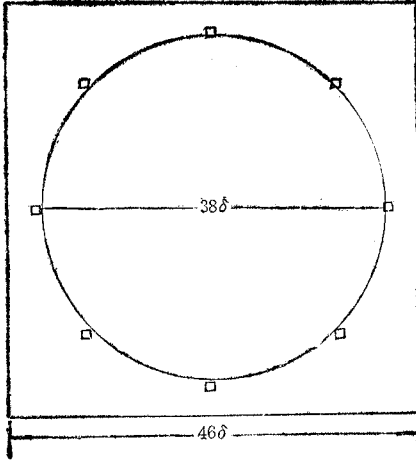


图 2 环形阵中振子天线的分布及其在 FD-TD 模拟空间中的位置

来代替圆柱体,即取横向充满一个单位网格的正方柱体作为偶极天线的振子.柱体的中点断开一个网格用于天线激发源的输入.环形相控振子天线阵列由八个振子天线均匀地排列在有机玻璃制成的圆柱上,如图 2 所示.模拟将尽量符合该系统临床使用的情况,环形柱的直径为 49.78cm,一个网格的边长取 1.31cm,这样环形相控阵列的直径是 38 个网格.整个系统置于由 $46 \times 46 \times 48 = 101568$ 个网格组成的三维空间中进行模拟.这个空间的维度主要受到所用计算机的限制,原则上讲取得大些较为理想,可减少由于吸收边界产生的反射波的影响.但已证明^[9]只要激发源离开边界在 5 个网格以外,影响已不明显.本文采用激发源到吸

收边界的最近距离为 4δ .通过二维空间中的模拟计算表明,在这个距离上的源与更远距离上的源所激发的场没有明显的差异.

环形相控阵列是在通常的应用频率 100MHz 下进行模拟的.为了模拟实际应用条件,振子天线所围成的圆柱形空间的内部充满去离子水.在温度为 25℃,频率为 100 MHz 时,去离子水的介电特性为 $\epsilon_r = 78$, $\sigma = 0.0022\text{s/m}$.当使用人体模型时,将把人体模型设置在去离子水之中.为了模拟振子天线的激发过程,我们在每个振子中心的空隙网格中设置了如下形式的激发源

$$E = E_0 \sin(2\pi f N \delta t). \quad (7)$$

其中 N 为时间步数.电场的方向与振子长轴一致,且空隙网格单元的四个臂上设置同样的电场,显然这与实际的振子天线的激励方法一致.如果要考虑相位对场分布的影响,即相控的效果,只须在各振子的激发源之间设置所需的相位差,计算方法不变.

在计算机程序中除正确地模拟系统和设置吸收边界外,还要妥当地表达基本算法公式.由于在计算机中不能出现半个步长,它只能通过相互间的对应关系表达出来.我们在程序中把(2)式表示成如下的形式

$$\begin{aligned} E_x(i, j, k) &= CA_x(i, j, k) \cdot E_x(i, j, k) \\ &+ DB \cdot CB_x(i, j, k) \cdot [H_y(i, j, k) - H_y(i-1, j, k) \\ &+ H_x(i, j-1, k) - H_x(i, j, k)] \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} H_x(i, j, k) &= H_x(i, j, k) + DB \cdot [E_x(i, j+1, k) \\ &- E_x(i, j, k) + E_y(i, j, k) - E_y(i+1, j, k)] \end{aligned} \quad (8b)$$

其时间关系则是通过计算顺序和各时间步之间设置的传递关系来实现的.

在程序执行过程中,在源的作用下,随着 N 的增加,波将传播开来,并与振子及其他源发生相互作用.波在振子中激发起电流,并使稳定的场分布满足导体所要求的边界条件.在振子附近的场,尤其是环形区内的场就是我们所关心的近场分布,而向外的辐射场将到

达截断边界。因为到达边界的辐射场对边界而言为外行波,被设置的边界吸收,所以对天线而言,近似于在一个无限空间中辐射电磁波。这与平面波的情形不同,平面电磁波不可能对每个截断边界都是外行波,所以它不能到处都满足吸收边界条件。在讨论平面波问题时必须设置一个连接边界,使在该边界之外的场只有散射场,即只有散辐场到达吸收边界。在近场问题中,辐射场与散射场之和的总场也能很好地满足所用的吸收边界条件。

虽然我们用了巨大的网格单元数,由于 FD-TD 法的优越性,所用的计算机内存一般可不超过 3MB。所需计算的时间步要使被激发的场达到稳定,只要三个激发源的振荡周期^[3],所计算的场就能达到满意的稳定性,我们的计算都是取的这种稳定场。计算是在 CRAY-X/MP 上进行的,求得稳定场所需的 CPU 时间在 10 分钟以内。

四、计算结果

为了验证所用方法的可行性,首先我们在模拟空间的中央设置了一个对称振子天线,长度为 $23\delta = 30.13\text{cm}$,其横截面为一个网格单元。当它在 500MHz 被激发时,在空气中刚好为半波振子。图 3 给出了这种天线振子上电流分布的计算结果,同时给出了按正弦分布的理论值。可以看出,二者是非常接近的,而且结果还表明,振子两臂上的电流分布有严格的对称性。

在检验了方法之后,模拟了振子长度为 $29\delta = 38\text{cm}$ 的环形阵列,环形体内部全部充满去离子水,在 100MHz 频率下计算了环形体内部的场分布。图 4 是环形阵列中心横截面上与能量密度相应的 E^2 的分布,这时每个振子的激发源的幅度均为 10V/m ,且相位相同。图的上方为等值曲线。由图可看出,该系统具有良好的聚焦能力。图 5 则是 E^2 在通过环形体中心轴线剖面上的分布,在纵向它出现了两个峰值,这显然不符合应用上的要求。出现这种情况的原因是,在有去离子水的情况下振子的等效长度大于半个波长。振子上的电流分布也证明了这一点。

图 6 和图 7 是振子长度为 $15\delta = 19.65\text{cm}$ 的横向和纵向截面上 E^2 的分布,其他条件均与上面计算的系统相同。可以看出由于缩短了振子的长度,改善了纵向分布,达到了应用目的。通过上面两个不同系统的计算表明,为了设计出满意的系统,振子的长度必须慎重选定。

为了检验该系统的实用性,利用了一个由 17363 个单元组成的按照分层解剖图构造的非均匀入体躯干块状模型^[3],计算了把该模型置于振子长度为 15δ 的环形阵列之中时各单元的比吸收率(SAR),并和平行板构成的环形阵列的性能进行了比较^[4]。模型的上端包括脖颈的一部分,下端达下腹部全部。图 8 是两种系统中人体模型内分层平均 SAR 的分布。这一结果证实了振子天线环形阵列与平行板天线环形阵列的性能是十分接近的,

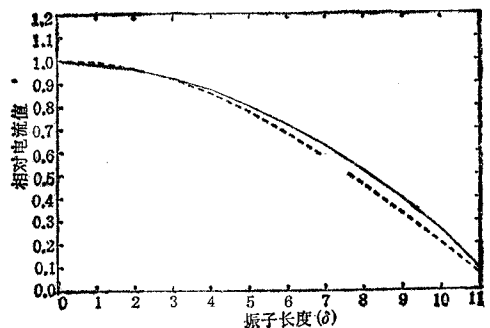


图 3 半波振子上的电流分布
——FD-TD 法, ----理论值

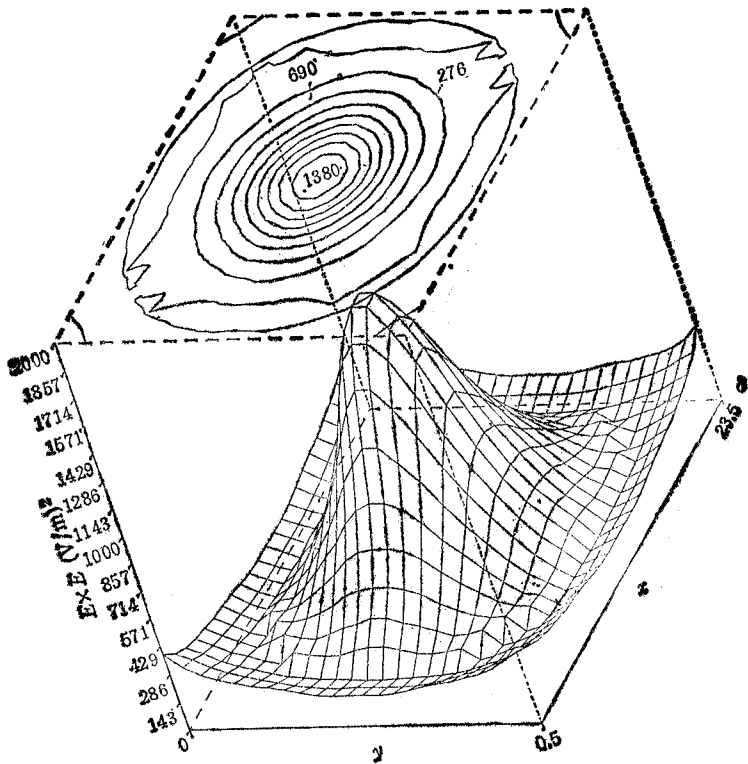


图 4 中心横截面上 E^2 的分布, 振子长为 38cm

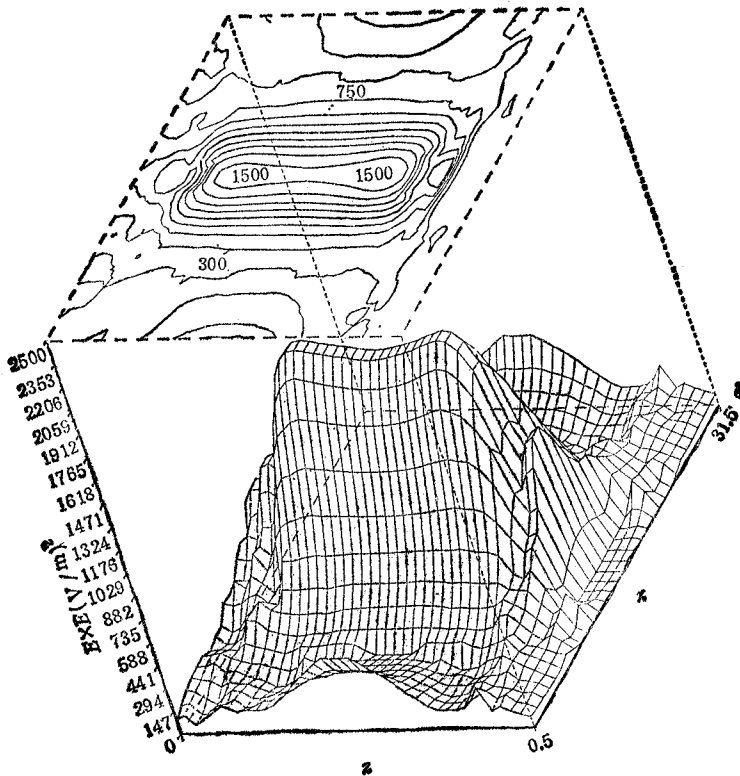


图 5 在通过中心轴的纵面上 E^2 的分布, 振子长 38cm

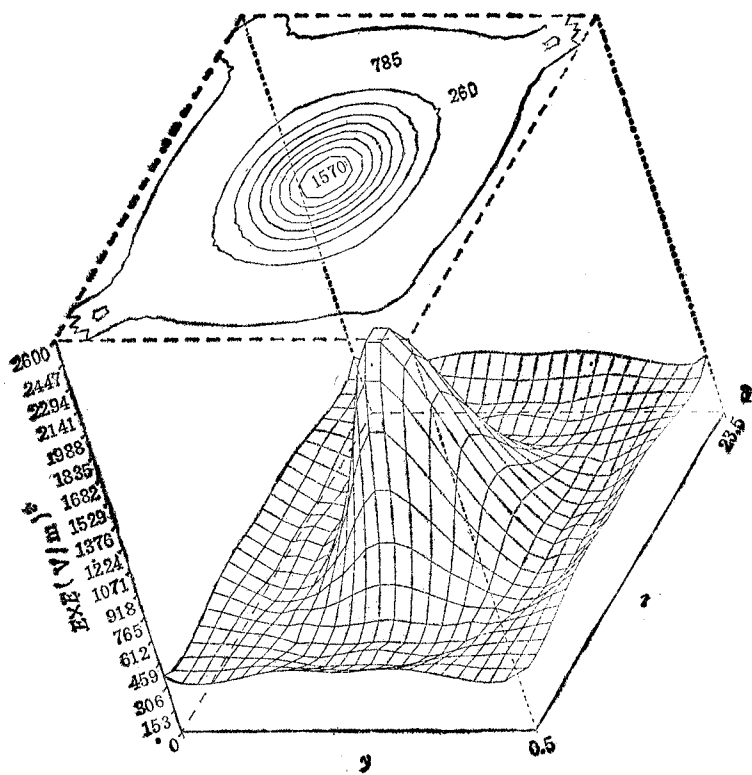


图6 中心横截面上 E^2 的分布, 振子长 19.65cm

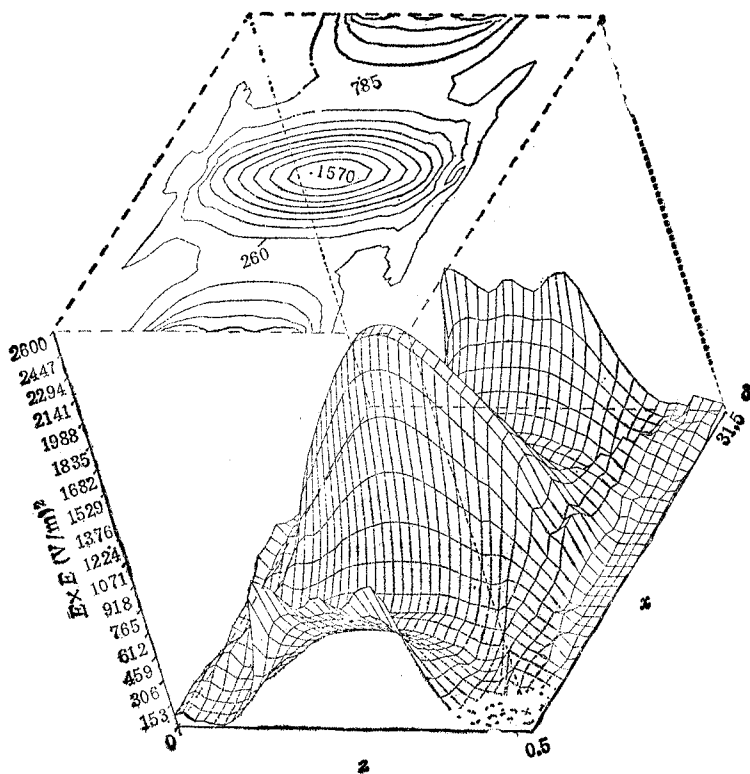


图7 中心纵面上 E^2 的分布, 振子长 19.65cm

但前者在结构上要简单得多。

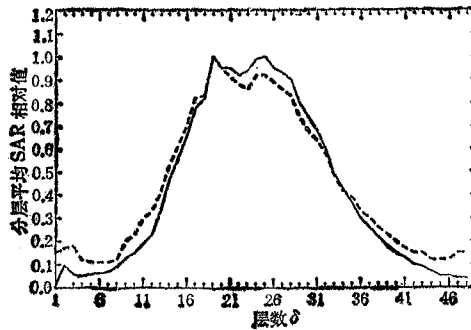


图 8 人体躯干模型中分层平均的 SAR 相对分布
-----振子天线阵列，——平行板天线阵列

五、结 论

用 FD-TD 法成功地模拟了一种由对称振子天线构成的环形阵列，计算了环形阵中心区域的场分布。这一结果从理论上证实了该系统有良好的聚焦功能，符合深部肿瘤治疗的要求。用人体模型计算的结果表明，该系统与由平行板构成的环形阵有相近的性能。所用方法在计算辐射系统近区场方面有普遍意义，尤其能方便地用于研究热疗中使用的各种辐射系统。在适当地构造了人体模型的条件，用此法可实现热疗方法的计算机模拟。

作者衷心感谢美国犹他大学 O. P. Gandhi 教授为完成这项工作所提供的必要条件和所进行的有益讨论。

参 考 文 献

- [1] P. F. Turner, *IEEE Trans. on MTT*, MTT-32(1984), 874—882.
- [2] R. Spiegel, *IEEE Trans. on MTT*, MTT-32(1984), 730—746.
- [3] D. M. Sullivan, D. T. Borup, O. P. Gandhi, *IEEE Trans. on BME*, BME-34(1987), 148—157.
- [4] K. S. Yee, *IEEE Trans. on AP*, AP-14(1966), 302—307.
- [5] A. Taflove, M. E. Brodwin, *IEEE Trans. on MTT*, MTT-23(1975), 623—630.
- [6] A. Taflove, *IEEE Trans. on EMC*, EMC-22(1980), 191—202.
- [7] R. Holland, *IEEE Trans. on NS*, NS-24(1977), 2416—2421.
- [8] K. S. Kuzy, K-M. Lee, *IEEE Trans. on EMC*, EMC-20(1978), 328—332.
- [9] G. Mur, *IEEE Trans. on EMC*, EMC-23(1981), 377—382.

NUMERICAL SIMULATION OF ANNULAR PHASED ARRAY OF DIPOLE ANTENNAS USING FD-TD METHOD

Wang Changqing Zhu Xili

(Beijing University, Beijing)

Chen Jinyuan

(University of Science and Technology of China, Hefei)

Abstract The problems for calculating near-fields of EM radiation systems by using Finite Difference Time-Domain (FD-TD) method are discussed and the annular phased array of dipole antennas is simulated numerically by use of FD/TD method. For a test run the near-field and current distribution of the single dipole antenna are calculated. The near-field of the annular phased array of dipole antennas in central region filled with deionized water is computed and the interaction of near-field with a anatomically-based model of human torso is considered as well.

Key words Electromagnetic radiation; FD-TD method; Numerical simulation