

用信号子空间法对测向阵元位置进行校准

万明坚 肖先赐

(电子科技大学电子工程系, 成都)

摘要 天线阵元位置的不确定性会严重影响天线的测距和测向性能。本文针对基于阵列协方差矩阵特征值分解的测向方法, 在远场情况下, 提出了用三个未知精确方向的校准信号源对阵元位置进行校准的方法。文中详细叙述了利用提取出的信号子空间来进行校准的迭代算法, 证明了该算法能稳定地收敛到全局最优点。特别关键的是, 文中给出了选取校准源方向的技术。模拟结果表明, 本文所提出的方法是有效的, 也是可行的。

关键词 测向; 空间谱; 校准

一、引言

自 80 年代初以来, 基于特征结构分析的测向方法引起了国内外众多学者的重视。在模型标准的情况下, 这种方法有很高的精度和分辨率。但当模型失真, 特别是在天线阵列方向向量的精度较低的时候^[1], 这种方法的性能甚至比传统的测向方法还差。而阵元位置不确定性是导致方向向量精度下降的重要因素^[2-4], 因此, 研究如何校准阵元位置是很有实际意义的。

二、问题的描述

设有一含 M 个全方向性阵元的阵列, 其中一个阵元的位置及其相对于另一阵元的方向是精确已知的。又设各阵元标称位置依次是 $(0, 0), (x_2, 0), (x_3, y_3), \dots, (x_M, y_M)$, 实际位置是 $(0, 0), (x_2 + \Delta x_2, 0), \dots, (x_M + \Delta x_M, y_M + \Delta y_M)$, 其中, $\{\Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_M; \Delta y_3, \dots, \Delta y_M\}$ 是未知参数。当远场窄带信号源(波长 λ) 波前从 θ 方向到达阵列时, 阵列实际方向向量是^[1]

$$a(\theta) = [1, e^{j(2\pi/\lambda)(x_2 + \Delta x_2)\cos\theta}, e^{j(2\pi/\lambda)[(x_3 + \Delta x_3)\cos\theta + (y_3 + \Delta y_3)\sin\theta]}, \dots, e^{j(2\pi/\lambda)[(x_M + \Delta x_M)\cos\theta + (y_M + \Delta y_M)\sin\theta}]^T \quad (1)$$

结合实际, 我们规定: $|\Delta x_2| < \lambda/4, |\Delta x_k| < \lambda/4, |\Delta y_k| < \lambda/4, k = 3, \dots, M, 0 \leq \theta \leq \pi$ 。

现在, 我们使用 3 个窄带同波长的校准源, 校准源方向 $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ 是互不相同的, 且不是精确知道的, 但由于它们是人为设置的, 所以其大概范围是可以知道的。在不同时刻

段,分别等功率发射这 3 个标准源的信号,得到不同协方差阵^[4].

$$R_i = a(\theta_i)\sigma_i^2 a^H(\theta_i) + \sigma^2 I, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

σ_i^2 和 σ^2 分别是信号功率和噪声功率.

分别对 R_1 、 R_2 、 R_3 求最大特征值对应的特征向量 S_1, S_2, S_3 ,

$$S_i = [s_i(1), s_i(2), \dots, s_i(M)]^T, \quad i = 1, 2, 3$$

对第 i 个校准信号, S_i 就是信号子空间唯一的基向量. 于是, 只要诸协方差矩阵 R_i , $i = 1, 2, 3$ 能准确求出, 就有

$$S_i = k_i a(\theta_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

即

$$\left. \begin{aligned} s_i(1) &= k_i \\ s_i(2) &= s_i(1) e^{j(2\pi/\lambda)(x_2 + \Delta x_2) \cos \theta_i} \\ s_i(3) &= s_i(1) e^{j(2\pi/\lambda)[(x_3 + \Delta x_3) \cos \theta_i + (y_3 + \Delta y_3) \sin \theta_i]} \\ &\dots \quad \dots \\ s_i(M) &= s_i(1) e^{j(2\pi/\lambda)[(x_M + \Delta x_M) \cos \theta_i + (y_M + \Delta y_M) \sin \theta_i]} \end{aligned} \right\} \quad i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

我们的问题, 就是求满足上式的未知参量

$$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3; \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_M; \Delta y_3, \dots, \Delta y_M\}$$

实际上, 由于诸 R_i 只能估计出来, (4) 式不可能精确成立, 故定义总代价函数

$$Q = \sum_{k=3}^M Q_k + Q_2 \quad (5)$$

式中
$$Q_2 = \sum_{i=1}^3 |s_i(2) - s_i(1) e^{j(2\pi/\lambda)(x_2 + \Delta x_2) \cos \theta_i}|^2$$

$$Q_k = \sum_{i=1}^3 |s_i(k) - s_i(1) e^{j(2\pi/\lambda)[(x_k + \Delta x_k) \cos \theta_i + (y_k + \Delta y_k) \sin \theta_i]}|^2$$

注意, 角度一定时, Δx_2 只与 Q_2 有关, $\Delta x_k, \Delta y_k$ 只与 Q_k 有关.

因此, 我们的问题变成求解

$$\hat{\Theta} = \arg \min \{Q\} \quad (6)$$

三、校准阵元位置的迭代算法

我们知道, 虽然校准源角度是未知的, 但由于是人为设置的, 其范围总是可知道的, 因而也就大大缩小了搜索范围, 使计算量大为减小. 同时, 我们也利用知道校准源角度范围这一条件, 把迭代过程分为如下阶段进行:

第一阶段 求解 $\{\Delta x_2, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3\} = \arg \min \{Q_2\}$. 采用轮换搜索, 由先验知识, 得初始值 $\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}, \theta_3^{(0)}$,

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_2^{(k)} &= \arg \min_{\Delta x_2} \left\{ \sum_{i=1}^3 \left| s_i(2) - s_i(1) e^{j(2\pi/\lambda)(x_2 + \Delta x_2) \cos \theta_i^{(k-1)}} \right|^2 \right\} \\ \theta_i^{(k)} &= \arg \min_{\theta_i} \left\{ \left| s_i(2) - s_i(1) e^{j(2\pi/\lambda)(x_2 + \Delta x_2^{(k)}) \cos \theta_i} \right|^2 \right\}, \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$Q_2^{(k)} = \sum_{i=1}^3 \left| s_i(2) - s_i(1) e^{j(2\pi/\lambda)(x_2 + \Delta x_2^{(k)}) \cos \theta_i^{(k)}} \right|^2$$

设门限为 ε_2 , 当 $|Q_2^{(k)} - Q_2^{(k-1)}| < \varepsilon_2$ 时, 迭代收敛. 此时, $\Delta x_2 = \Delta x_2^{(k)}$, $\hat{\theta}_1 = \theta_1^{(k)}$, $\hat{\theta}_2 = \theta_2^{(k)}$, $\hat{\theta}_3 = \theta_3^{(k)}$.

第二阶段 求解 $\{\Delta x_m, \Delta y_m\} = \arg \min_{\Delta x_m, \Delta y_m} \{Q_m\}$, $m = 3, \dots, M$. 这里, 我们用估得的 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3$ 代替 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, 然后轮换迭代求 $\Delta x_m, \Delta y_m$. 设初值为 $\Delta y_m^{(0)}$,

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_m^{(k)} &= \arg \min_{\Delta x_m} \left\{ \sum_{i=1}^3 |s_i(m) - s_i(1) e^{j(2\pi/\lambda)[(x_m + \Delta x_m) \cos \hat{\theta}_i + (y_m + \Delta y_m^{(k-1)}) \sin \hat{\theta}_i]}|^2 \right\} \\ \Delta y_m^{(k)} &= \arg \min_{\Delta y_m} \left\{ \sum_{i=1}^3 |s_i(m) - s_i(1) e^{j(2\pi/\lambda)[(x_m + \Delta x_m^{(k)}) \cos \hat{\theta}_i + (y_m + \Delta y_m) \sin \hat{\theta}_i]}|^2 \right\} \\ Q_m^{(k)} &= \sum_{i=1}^3 |s_i(m) - s_i(1) e^{j(2\pi/\lambda)[(x_m + \Delta x_m^{(k)}) \cos \hat{\theta}_i + (y_m + \Delta y_m^{(k)}) \sin \hat{\theta}_i]}|^2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

设门限为 ε_m , 当 $|Q_m^{(k)} - Q_m^{(k-1)}| < \varepsilon_m$ 时, 上述过程收敛. 这时, $\Delta x_m = \Delta x_m^{(k)}$, $\Delta y_m = \Delta y_m^{(k)}$, $m = 3, \dots, M$.

用估得的所有参数求总代价函数 Q .

第三阶段 把估得的位置未知量 $\{\Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_M, \Delta y_3, \dots, \Delta y_M\}$ 代入真实方向向量公式(1), 用 MUSIC 算法重新估计 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, 把所估角度值作为初始角度值又代入上面第一、二阶段进行迭代, 其它初始值取上次估得的值. 这里要说明的是, 当阵元位置被校准到一定时候, 用 MUSIC 算法估得的角度值比迭代估得的更精确. 此时, 我们把角度固定, 只求解 $\Delta x_2 = \arg \min_{\Delta x_2} \{Q_2\}$, $\{\Delta x_m, \Delta y_m\} = \arg \min_{\Delta x_m, \Delta y_m} \{Q_m\}$, $m = 3, \dots, M$, 而不再迭代更新角度值.

当总代价函数上次值与当前值之差的绝对值不超过某一门限时, 整个过程收敛, 从而估得阵元实际位置.

四、理论分析

下面的分析, 虽然考虑的是理想条件下的结果, 但它们同样有助于说明实际情况.

迭代算法中, 第一阶段的作用是很关键的. 它不但估出了 Δx_2 , 而且也给出了用于第二阶段迭代过程的角度估值. 下面我们给出两定理来说明这一阶段的特点.

定理 1 采样时间足够长或信噪比足够大, 以及 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 是真值时, $\Delta x_2 = \arg \min_{\Delta x_2} \{Q_2\}$ 是唯一的, 此时, $x_2 + \Delta x_2$ 就是第 2 阵元的真实位置.

证明 在定理条件下, 从前面(4)式知

$$\min_{\Delta x_2} \left\{ \sum_{i=1}^3 |s_i(2) - s_i(1) e^{j(2\pi/\lambda)(x_2 + \Delta x_2) \cos \theta_i}|^2 \right\} = 0 \quad (9)$$

如果 $x_2 + \Delta x_2$ 是第 2 阵元的真实位置, 则有

$$s_i(2) - s_i(1)e^{j(2\pi/\lambda)(x_2 + \Delta x_2)\cos\theta_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

如另有 $\Delta x'_2$, 使上两式成立, 同样, 对 $i = 1, 2, 3$ 有

$$s_i(2) - s_i(1)e^{j(2\pi/\lambda)(x_2 + \Delta x'_2)\cos\theta_i} = 0 \quad (11)$$

推知, $e^{j(2\pi/\lambda)(\Delta x_2 - \Delta x'_2)\cos\theta_i} = 1$, 由于 $|\Delta x_2| < \lambda/4$, $|\Delta x'_2| < \lambda/4$, 因此,

$$-\pi < (2\pi/\lambda)(\Delta x_2 - \Delta x'_2)\cos\theta_i < \pi$$

由 (11) 式将 $(2\pi/\lambda)(\Delta x_2 - \Delta x'_2)\cos\theta_i = 0$, $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 必有一角度不是 90° , 于是

$$\Delta x_2 - \Delta x'_2 = 0, \quad \Delta x_2 = \Delta x'_2$$

与假设矛盾. 唯一性得证.

定理 1 为角度初始值较好时, 第一阶段极有可能搜索得正确的 Δx_2 提供了理论依据.

定理 2 在采样足够长或信噪比足够大以及 Δx_2 是真值的条件下, 当

$$\theta_i \in \{\theta_i; 2p_i/q_i < \cos\theta_i \leq (2p_i + 2)/q_i, \theta_i \in [0, \pi], q_i > 0\}$$

或 $\theta_i \in \{\theta_i; 2p_i/q_i > \cos\theta_i \geq (2p_i + 2)/q_i, \theta_i \in [0, \pi], q_i < 0\}$ 时,

$$\hat{\theta}_i = \arg \min_{\theta_i} \{|s_i(2) - e^{j(2\pi/\lambda)(x_2 + \Delta x_2)\cos\theta_i}|^2\}$$

是唯一的. 其中, p_i 是适当整数, q_i 由阵元实际位置确定.

证明 在定理条件下, 有

$$s_i(2) - s_i(1)e^{j(2\pi/\lambda)(x_2 + \Delta x_2)\cos\hat{\theta}_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (12)$$

要使满足此式的 $\hat{\theta}_i$ 唯一, 根据 e^{jx} 在 $[0, 2\pi]$ 上一一对应的关系, 以及以 2π 为周期的特点, 我们令

$$2p_i\pi < (2\pi/\lambda)(x_2 + \Delta x_2)\cos\theta_i \leq (2p_i + 2)\pi \quad (13)$$

p_i 是适当整数. 不妨令 $(2/\lambda)(x_2 + \Delta x_2) = q_i$, 因此,

$$\left. \begin{aligned} 2p_i/q_i < \cos\theta_i \leq (2p_i + 2)/q_i, \quad q_i > 0 \\ 2p_i/q_i > \cos\theta_i \geq (2p_i + 2)/q_i, \quad q_i < 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

又由于 $0 \leq \theta_i \leq \pi$, 所以, 定理得证.

定理 2 为校准源角度的选取和迭代时角度的搜索范围提供了理论依据. 上述两定理以及校准源角度的妥善选取, 也为第一阶段内得到接近或等于真值的 $\Delta x_2, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3$ 提供了可靠保证.

对于第二阶段, 我们有如下定理.

定理 3 采样足够长或信噪比足够大以及 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 是真值时,

$$(\Delta x_m, \Delta y_m) = \arg \min_{\Delta x_m, \Delta y_m} \{Q_m\}$$

是唯一的, 且 $(x_m + \Delta x_m, y_m + \Delta y_m)$ 是第 m 阵元的真实位置.

证明 在定理条件下, 有

$$s_i(m) - s_i(1)e^{j(2\pi/\lambda)[(x_m + \Delta x_m)\cos\theta_i + (y_m + \Delta y_m)\sin\theta_i]} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (15)$$

假定另有 $\Delta x'_m, \Delta y'_m$, 使上式成立, 则可推得

$$e^{j(2\pi/\lambda)[(\Delta x'_m - \Delta x_m)\cos\theta_i + (\Delta y'_m - \Delta y_m)\sin\theta_i]} = 1, \quad i = 1, 2, 3 \quad (16)$$

而 $\Delta x_m, \Delta x'_m, \Delta y_m, \Delta y'_m$ 的范围决定了

$$-2\pi < (2\pi/\lambda)[(\Delta x'_m - \Delta x_m)\cos\theta_i + (\Delta y'_m - \Delta y_m)\sin\theta_i] < 2\pi \quad (17)$$

所以有

$$(\Delta x'_m - \Delta x_m) \cos \theta_i + (\Delta y'_m - \Delta y_m) \sin \theta_i = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (18)$$

(18)式是一齐次线性方程组。矩阵 $\begin{bmatrix} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \\ \cos \theta_3 & \sin \theta_3 \end{bmatrix}$ 的秩,当 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 不同时,必为 2,

故上面的齐次线性方程组必有唯一零解,从而, $\Delta x'_m = \Delta x_m = 0, \Delta y'_m - \Delta y_m = 0$, 即 $\Delta y'_m = \Delta y_m, \Delta x'_m = \Delta x_m$ 。唯一性得证。

定理 3 保证了我们用较好的角度估值可以在第二阶段估得 $\{\Delta x_m, \Delta y_m, m = 3, \dots, M\}$ 。另外,当 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 是真值时,由于 Δx_2 只与 Q_2 有关, $\Delta x_m, \Delta y_m$ 只与 Q_m 有关,因此,使 Q_2 极小的 Δx_2 , 使 Q_m 极小的 $\Delta x_m, \Delta y_m$, 也是使总体代价函数极小的 $\Delta x_2, \Delta x_m, \Delta y_m$ 。从而,较好的角度初始值,使我们能用三个阶段的迭代算法,对阵元位置进行校准。

五、模拟结果

下面,我们分别用四元均匀圆阵和四元均匀线阵进行模拟。所有轮换搜索中,采用的角度间隔是 0.5° , 位置间隔是 $0.005 (\lambda/2)$ 。位置以 $\lambda/2$ 为单位。

设四元均匀圆阵标称位置是 $(0, 0), (2d, 0), (d, d), (d, -d)$, 模拟条件是:用 3 个校准源,对每个校准源信噪比都取 10 dB, $d/\lambda = 0.5$, 校准源角度分别取为 $\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 90^\circ, \theta_3 = 150^\circ, \Delta x_2 = 0.45, \Delta x_3 = 0.45, \Delta y_3 = -0.35, \Delta x_4 = -0.35, \Delta y_4 = 0.3$, 从下面结果可以看出,一般每一步迭代两次就收敛了。

第一阶段 把校准源角度的初始值取偏离真值 5° 以上(这在实际中是完全可以办到的), $\theta_1^{(0)} = 35^\circ, \theta_2^{(0)} = 95^\circ, \theta_3^{(0)} = 155^\circ$, 迭代结果如表 1 所示。

表 1

迭代次数	$\Delta x_2(\lambda/2)$	$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$
0	0	35	95	155
1	0.440	30.5	90	151
2	0.440	30.5	90	151

表 2

迭代次数	Δx_3	Δy_3	Δx_4	$\Delta y_4(\lambda/2)$
0	0	0	0	0
1	0.440	-0.350	-0.315	0.300
2	0.440	-0.350	-0.345	0.300
3			-0.345	0.300

表 3

迭代次数	Δx_3	Δy_3	Δx_4	$\Delta y_4(\lambda/2)$
0	0.440	-0.350	-0.345	0.300
1	0.450	-0.360	-0.350	0.300
2	0.450	-0.360	-0.350	0.300

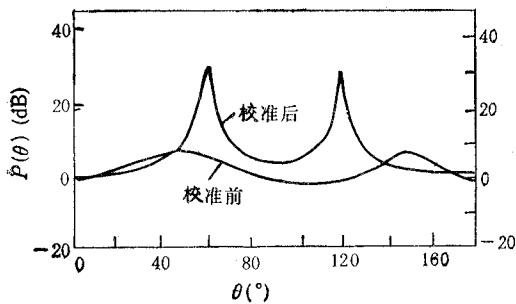


图 1 圆阵校准前后的空间谱比较

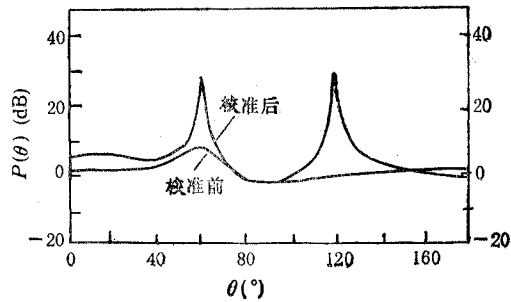


图 2 线阵校准前后的空间谱比较

第二阶段 取 $\hat{\theta}_1 = 30.5^\circ$, $\hat{\theta}_2 = 90^\circ$, $\hat{\theta}_3 = 151^\circ$, 迭代结果如表 2 所示。

到此为止, $\Delta \hat{x}_2 = 0.440$, $\Delta \hat{x}_3 = 0.440$, $\Delta \hat{y}_3 = -0.350$, $\Delta \hat{x}_4 = -0.345$, $\Delta \hat{y}_4 = 0.300$ 。

第三阶段 把上面估得的阵元位置代入真实方向向量公式(1), 用 MUSIC 法估得 $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 90^\circ$, $\theta_3 = 150^\circ$ 。这里, 把角度作为固定值, 代入一、二阶段进行计算, 得结果如表 3 所示以及 $\Delta \hat{x}_2 = 0.445$ 。

到此为止, $\Delta \hat{x}_2 = 0.445$, $\Delta \hat{x}_3 = 0.450$, $\Delta \hat{y}_3 = -0.360$, $\Delta \hat{x}_4 = -0.350$, $\Delta \hat{y}_4 = 0.300$ 。

注意, 这里第三阶段直接把 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 作为固定值来算 $\{\Delta x_2, \Delta x_3, \Delta y_3, \Delta x_4, \Delta y_4\}$ 。如有必要, 可以把这时 MUSIC 法估得的角度作为初始值代入一、二阶段参加迭代。

定义阵列平均位置误差为估得的阵元位置与真实阵元位置的距离的平均。

$$\text{error} = (|\Delta x_2 - \Delta \hat{x}_2| + \sqrt{(\Delta x_3 - \Delta \hat{x}_3)^2 + (\Delta y_3 - \Delta \hat{y}_3)^2} + \sqrt{(\Delta x_4 - \Delta \hat{x}_4)^2 + (\Delta y_4 - \Delta \hat{y}_4)^2}) / 4$$

则阵列平均位置误差依次减小: $37.02\%(\lambda/2) \rightarrow 0.625\%(\lambda/2) \rightarrow 0.375\%(\lambda/2)$ 。

图 1 是根据 MUSIC 法用校准前和校准后的阵列方向向量估得的空间谱。模拟条件是, 信号从 60° 和 120° 方向来, $d/\lambda = 0.5$, $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$, 采样 300 次。

虽然已证明均匀线阵的位置在本文的条件下是不能完全精确校准的^[2,3], 但我们提出的方法仍可对其位置进行校准。设四元均匀线阵标称位置是 $(0, 0)$, $(d, 0)$, $(2d, 0)$, $(3d, 0)$ 。模拟条件和过程与四元均匀圆阵一样。采用同样的迭代算法校准, 可使阵列平均位置误差依次减小(详细过程略)。

$$37.02\%(\lambda/2) \rightarrow 0.770\%(\lambda/2) \rightarrow 0.598\%(\lambda/2)$$

可见,均匀线阵校准效果比均匀圆阵差,这与文献[2,3]的分析结果是一致的。

图 2 是在与四元均匀圆阵同样的条件下,四元均匀线阵校准前与校准后空间谱的比较。

六、结 论

我们通过大量的模拟试验,证实了本文提出的校准阵元位置的新方法是有效的,实际中是可行的。当阵元位置一旦被校准之后,就大大提高了阵列方向向量的精度,从而也就能发挥基于特征结构分析的测向技术高分辨率、高精度、抗多径的潜力^[5,6]。与其它方法^[4]相比,更具有能实时测向的优势,这是很有实际意义的。

参 考 文 献

- [1] R. Schmidt, *IEEE Trans. on AP*, **AP-34**(1986)3, 276—280.
- [2] Y. Rockan, P. M., Schuitheiss, *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP -35**(1987)3, 286—299.
- [3] Y. Rockan, P. M. Schuitheiss, *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP -35**(1987)6, 724—735.
- [4] A. J. Weiss, B. Friedlander, *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP -37**(1989)12, 1958—1966.
- [5] T. J. Shan, M. Wax, T. Kailath, *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP -33**(1985)8, 806—811.
- [6] R. T. Williams, S. Prasad, A. K. Mahajanabis, L. H. Sibul, *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP -36**(1988)4, 425—432.

SENSOR LOCATION CALIBRATION USING SIGNAL SUBSPACE METHODS FOR DIRECTION FINDING TECHNIQUE

Wan Mingjian Xiao Xianci

(University of Electronics Science and Technology of China, Chengdu)

Abstract The sensor location uncertainty of an array degrades severely its performance of the target-source's distance detection and direction finding. In the case of far field sources, for the direction finding technique based on decomposing the eigenvalue of a matrix, a new method is presented. The method calibrates the sensor location uncertainty utilizing three radiation sources whose directions are not known accurately. In this paper a new iterative algorithm using the extracted signal subspace is developed, and the iterative procedure is analysed in detail to show why this algorithm converges to the global optimal point. It is the very key point that a technique for selecting directions of calibrating sources is given. Simulation results illustrate that the new method presented here is successful and practicable.

Key words Direction finding; Spatial spectrum; Calibration