

均匀业务下反压型输入 / 输出排队 ATM 交换机的性能分析¹

钱炜宏 李乐民

(电子科技大学宽带光纤传输与通信系统技术国家重点实验室 成都 610054)

摘 要 本文利用矩阵几何分析法分析了内部无阻塞输入 / 输出排队反压型 ATM 交换机在均匀贝努利输入下的信元丢失、信元延时及吞吐量等性能指标。本文结论对实际设计一反压型输入 / 输出排队分组交换机具有一定参考意义。

关键词 ATM 交换机, 反压机制, 信元丢失率, 信元延时, 排队系统

中图分类号 TN913.24

1 引 言

随着对 BISDN 网络研究的深入, ATM 快速分组交换机的讨论也较多, 文献 [1] 指出了内部无阻塞的输入 / 输出排队 ATM 交换机从性能上来讲具有接近于输出排队交换机的最佳性能, 而且实现比较简单, 美国 GTI 公司已推出采用输入 / 输出排队的 ATM 交换机商用产品。在输入 / 输出排队 ATM 交换机中 (见图 1), 有一加速因子 S , 其含义是指在一个时隙内交换机能把最多 S 个输入端口的排头信元同时送到任一输出缓冲器中。各输入排队系统的排头构成了排头 HOL(Head of Line) 虚队列, 排头虚队列中的信元通过仲裁输出到各输出缓冲器。常用的仲裁方式有两种^[2]: 反压式 (Backpressure) 和信元丢失式 (Cell loss)。由于网络向超高速发展, 网络延时对业务服务质量的影响将日益减弱, 所以需要重点研究信元丢失情况。本文将分析基于反压式的输入 / 输出排队 ATM 交换机性能。文献 [3,4] 分析了均匀业务下反压式交换机的吞吐量和平均延时, 但限制加速因子大于等于输出缓冲长度; 文献 [2] 虽然没有这一限制但使用的是近似方法。本文将利用矩阵几何分析法精确分析输入 / 输出缓冲容量有限, 加速因子 S 任意 ($1 \leq S \leq N$) 的基于反压式 ATM 交换机在均匀业务下的信元丢失率、信元延时等性能。

2 系统模型

考虑图 1 所示的内部无阻塞 $N \times N (N \rightarrow \infty)$ 输入 / 输出排队 ATM 交换机。输入缓冲长度有限, 记为 K ; 输出缓冲长度有限, 记为 L 。交换机按时隙同步工作, 信元的接收和发送亦按时隙工作, 交换结构内部不存在任何排队缓冲器。交换机的加速因子为 $S (1 \leq S \leq N)$ 。同时, 交换机采用反压机制保证在交换结构内部不发生信元丢失, 从而使信元丢失仅发生在有限的输入缓冲器处。信元到达输入端口的过程为 Bernoulli 分布, 每个输入端口具有相同

¹ 1996-12-12 收到, 1997-09-15 定稿
国家自然科学基金和电科院预研基金资助课题

的负载强度，且以等概率输出到输出缓冲器。基于上述均匀业务假设，我们在性能分析时可任意选择一路输入或输出排队系统。

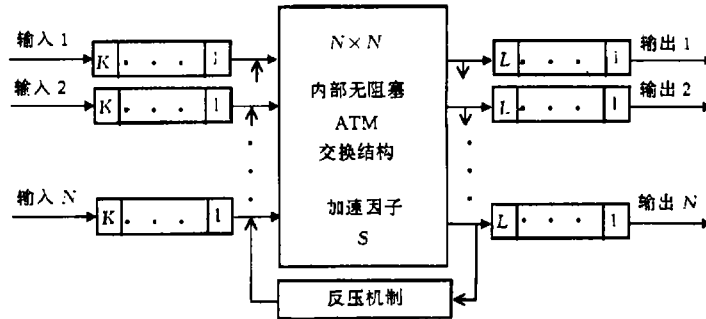


图 1 内部无阻塞 $N \times N$ 输入 / 输出排队反压型 ATM 交换机

3 系统分析

3.1 输出仲裁分析

由于交换机采用反压机制来避免信元在交换机内部的丢失，所以输出缓冲器的状态与排头虚队列中能输送的信元数和加速因子密切相关，因此排头虚队列应和输出缓冲器一起考虑。我们利用一种二维 Markov 过程来分析这个输出仲裁系统。

为便于分析，我们首先定义几个参数：

A_j^m ：在 m 时隙末到达指向 j 输出排头虚队列的新到达排头数。

H_j^m ：在 m 时隙开始时指向 j 输出排头虚队列中的排头信元数。

Q_j^m ：在 m 时隙末输出排队系统 j 中的信元数，即输出排队系统在 m 时隙末的队长。

R_j^m ：在 m 时隙末因仲裁失败而留在 j 输出排头虚队列中的排头信元数，亦即是由于反压机制而留下的信元数。

另外为方便以后的数值分析，我们必须对输入排头虚队列进行“截断”，根据文献 [5] 可知，当负载强度 $\lambda \leq 0.75$ 时，取“截断” $h^* = 10$ ；当 $0.75 < \lambda < 0.9$ 时，取 $h^* = 20$ 。

由上述，输出仲裁系统可以用下述排队方程来描述：

$$\left. \begin{aligned} H_j^{m+1} &= \min[h^*, \max(0, H_j^m - S) + A_j^m + R_j^m], \\ Q_j^{m+1} &= \min[L, \max(0, \min(Q_j^m + H_j^m, Q_j^m + S) - 1)], \\ R_j^m &= \max[0, (\min(Q_j^m + H_j^m, Q_j^m + S) - 1) - L]. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

根据文献 [3]，当 $N \rightarrow \infty$ 时，各输出端口的输出仲裁系统趋向于相互独立，且新排头信元到达过程趋向于 Poisson 分布。输出仲裁过程就形成了一由 H_j 和 Q_j 构成的二维 Markov 链，该 Markov 链的状态为 $\{(h_j, q_j) | 0 \leq h_j \leq h^*, 0 \leq q_j \leq L\}$ 。在反压机制下，信元会在输入排队处因队列满而永久丢失，不妨设输入端口的信元丢失率为 ϵ ， $(1 \leq i \leq N)$ 。故实际到达排头虚队列的信元速率是 $\lambda(1 - \epsilon) = \lambda^*$ 。故有

$$a_k = \Pr(A = k) = \begin{cases} \frac{(\lambda^*)^k e^{-\lambda}}{k!}, & 0 \leq k \leq h^* - 1; \\ \sum_{k=h^*}^{\infty} \frac{(\lambda^*)^k e^{-\lambda}}{k!}, & k = h^*. \end{cases} \quad (2)$$

我们用 $E = [P_{k,t;m,n}]$ 代表该二维 Markov 链的状态转移概率矩阵, 其中 $P_{k,t;m,n}$ 表示从状态 (k, t) 转移到 (m, n) 的概率. 为求 E , 我们利用图 2 所示的算法. 令 $\Pi^* = (\Pi_{0,0}^*, \Pi_{0,1}^*, \dots, \Pi_{0,L}^*, \dots, \Pi_{k,t}^*, \dots, \Pi_{h^*,L}^*)$, 其中 $\Pi_{k,t}^* = \lim_{m \rightarrow \infty} (H_j^m = k, Q_j^m = t)$. 那么根据排队理论, Π^* 是上述二维 Markov 过程的稳态分布, 其求法如下:

$$\left. \begin{aligned} \Pi^* (I - E_j^*) &= 0, \\ \Pi^* e &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(3) 式中的 I 是单位矩阵, e 是全 1 的列向量.

```

初始化:  Pk,t;m,n = 0  ∀k, t, m, n
          for k = 0, h*
            for t = 0, L
              for i = 0, h*
                r = max(0, (min(k + t, t + S) - 1) - L)
                n = min(L, max(0, min(k + t, t + S) - 1))
                m = min(h*, max(0, k - S) + i + r)
                Pk,t;m,n = Pk,t;m,n + ai
              end
            end
          end
        end
    
```

图 2 仲裁系统转移概率矩阵的求解

下面我们来考察从输入 i 到输出 j 的一个打了标记的信元, 该标记信元刚成为 i 输入端口的排头, 此时它发现已有 h 个排头在指向 j 输出缓冲器的排头虚队列中, 且 j 输出缓冲器队长为 b ; 那么将会有 $\min[h + 1, S, ((L + 1) - b)]$ 个排头信元从 $h + 1$ 个排头中随机地被仲裁而输出到 j 输出缓冲器中. 令 $\Delta_{h,b}$ 表示标记信元得到仲裁输出的概率, 那么有

$$\Delta_{h,b} = \min \left\{ 1, \frac{\min[s, ((L + 1) - b)]}{h + 1} \right\}, \quad \text{对任意输出.} \quad (4)$$

因此, 排头信元的仲裁时间分布服从一种具有吸收态的二维暂态 Markov 分布, 它的起始状态为 Π^* 所规定的状态. 当 Π^* 处于状态 (k, t) 时, 标记信元离开排头虚队列的概率为 $\Delta_{k,t}$, 即进入了吸收态; 而从状态 (k, t) 转移到状态 (m, n) 的概率为 $(1 - \Delta_{k,t})P_{k,t;m,n}$. 所以该二维暂态 Markov 过程的转移概率矩阵为

$$H^* = \text{diag}[1 - \Delta_{k,t}]E. \quad (5)$$

其中 $\text{diag}[1 - \Delta_{k,t}]$ 代表一对角矩阵, 其中第 $[k(L+1) + t]$ 个对角元素为 $1 - \Delta_{k,t}$ ($t = 0, 1, \dots, L; k = 0, 1, \dots, h^*$); 所以根据文献 [6] 仲裁时间分布 S° 满足 (Π°, H°) 定义的相位分布 (Phase type distribution)。

3.2 输入排队系统分析

输入排队的到达过程符合 Bernoulli 分布, 输入排队的服务时间分布 S° 也服从另一相位分布 (文献 [6]), 考虑到均匀业务, 假设该相位分布的定义如下:

(1) H° 代表该相位分布的转移概率矩阵, 拥有下述形式:

$$H^\circ = H^* \quad (6)$$

(2) S° 的初始状态由下式确定:

$$\Pi^\circ = \Pi^* \quad (7)$$

从而 S° 符合一由 (Π°, H°) 定义的相位分布, 而输入排队系统则符合 Geom/PH/1/K 排队系统。该过程的状态转移概率矩阵具有如下形式:

$$P_i = \begin{bmatrix} 1 - \lambda & \lambda \Pi^\circ & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ (1 - \lambda)a & A_2 & A_3 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & A_2 & A_3 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & A_1 & A_2 & A_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & A_1 & \lambda S_i + H^\circ \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中的 $S_i \equiv a \Pi^\circ$ 代表标记信元成功仲裁输出后下一信元进入输出仲裁系统的初始概率分布。令 $\Pi_i = (\Pi_{i0}, \Pi_{i1}, \dots, \Pi_{iK})$ 表示 Geom/PH/1/K 系统队长的稳态分布, 其平衡方程如下:

$$\left. \begin{aligned} \Pi_i (I - P_i) &= 0, \\ \Pi_i e &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(9) 式中 I 表示单位矩阵, e 是全 1 列向量。依据文献 [6] 中第三章的思路, 当 $K \geq 2$ 时, 有

$$\left. \begin{aligned} \Pi_{it} &= \Pi_{i0} \Pi^\circ R_i (H^\circ R_i)^{t-1}, & 1 \leq t \leq K; \\ \Pi_{iK} &= \lambda \Pi_{i0} \Pi^\circ R_i (H^\circ R_i)^{K-2} H^\circ (I - \lambda S_i - H^\circ)^{-1}, & t = K; \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} R_i &= \lambda [I - (1 - \lambda)H^\circ - \lambda e \Pi^\circ]^{-1}, \\ \Pi_{i0} &= \left\{ 1 + \Pi^\circ R_i \left[\sum_{t=1}^{K-1} (H^\circ R_i)^{t-1} + \lambda (H^\circ R_i)^{K-2} H^\circ (I - \lambda S_i - H^\circ)^{-1} \right] e \right\}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

再令 Φ_{it} 表示输入端口 i 处队长为 t 的稳态概率, 则有

$$\Phi_{it} = \prod_{it} e. \quad (12)$$

很显然 Φ_{iK} 就代表着输入端 i 的信元丢失率, 亦即输入端口的信元丢失率; 我们已经说过 ϵ 表示输入端的信元丢失率, 所以必须通过循环迭代的方法才能得到 ϵ .

3.3 平均延时分析

假定信元成功地完成从输入端口到输出端口的进程, 那么它的延时由下述几个部分构成:

(1) W_i : 在输入排队系统中的延时, 即信元从到达输入缓冲器到成为该端口排头的排队延时.

(2) W_{cj} : 信元在指向 j 输出排头虚队列中由于反压机制而引起的排队延时.

(3) W_{oj} : 信元在输出缓冲器 j 中等待最终输出的排队延时.

根据 Little 定律, W_i 、 W_{cj} 、 W_{oj} 可由下述式子求出:

$$\bar{W}_i = \frac{\sum_{t=1}^K t \Phi_{it}}{\lambda_i^0}, \quad \bar{W}_{cj} = \frac{\sum_{k=1}^{h^*} \sum_{t=0}^L k \prod_{j^{k,t}}}{\lambda_j^0}, \quad \bar{W}_{oj} = \frac{\sum_{k=0}^{h^*} \sum_{t=1}^L t \prod_{j^{k,t}}}{\lambda_j^0}. \quad (13)$$

从而, 交换机的平均延时为

$$\bar{W} = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{W}_i + \bar{W}_{cj} + \bar{W}_{oj}) \lambda_i^0}{\sum_{i=1}^N \lambda_i^0}. \quad (14)$$

3.4 系统吞吐量的分析

从上述分析可知, 排头虚队列信元的平均服务时间由下式决定^[6]:

$$\bar{S} = \prod^0 (I - H^0)^{-1} e. \quad (15)$$

为了使系统保持稳定, 系统的繁忙程度 $\rho < 1$, 所以系统的吞吐量 λ_{saturne} 可让 $\rho = 1$ 求得, 即由下式得到

$$\rho = \lambda_{\text{saturne}} \bar{S} = 1. \quad (16)$$

4 数值分析

在进行数值分析时, 我们首先利用上文中描述的迭代方法求得 ϵ , 同时也就得到了排头虚队列和输入缓冲排队系统的队长稳态概率, 迭代收敛的依据是前后两次 ϵ 的值相差 1.0×10^{-20} .

从图 3 可以得出, 当输出缓冲容量 L 较小时, 增大 L 对交换机吞吐量的影响较大; 而当 L 较大时, 再增加 L 对交换机吞吐量的影响不大; 同时 $S = 2$ 有较佳的吞吐量特性, $S \downarrow 2$ 时 S 对吞吐量的影响不大. 从图 4、5 的结果来看, $S = 2$ 与 $S \downarrow 3$ 的性能几乎一致 (特别是输入负载强度较小时). 故实际设计交换机时可以选择 $S = 2$, 从而大大降低了交换机的实现复杂度. 从图 6、7 来看, 当加速因子大于输出缓冲容量时, 一定负载强度下的交换机性能相同; 当加速因子小于输出缓冲容量时, L 对信元平均延时的影响在 L 较大时可以忽

略不记；同时，较小的 L 对交换机性能影响较大。图 8 表明了当输入缓冲容量增加时，信元的平均丢失率会得到改善；而这个改善并不与加速因子有关 ($S \downarrow 3$)；图 9 说明增大输入缓冲容量或加大加速因子 ($S \downarrow 3$) 在一定的输入负载强度下对信元平均延时的影响可以忽略不计。从上面的结论来看，虽然当 K 、 L 均为 ∞ 时，交换机对某一个特定的负载强度具有最佳的服务性能，但当 K 、 L 取一定的值后，再增加 K 、 L 对其服务性能的影响不大，所以在实现中可以得到对特定输入负载强度的最佳输入缓冲长度和输出缓冲长度分配策略。

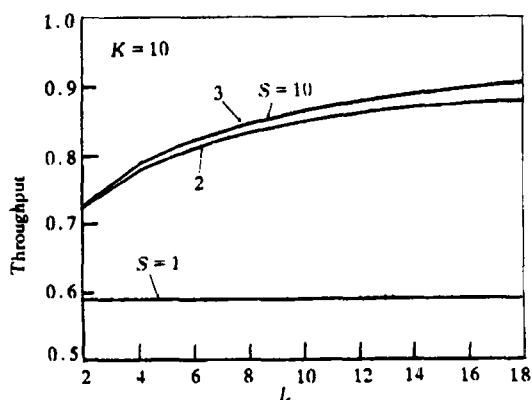
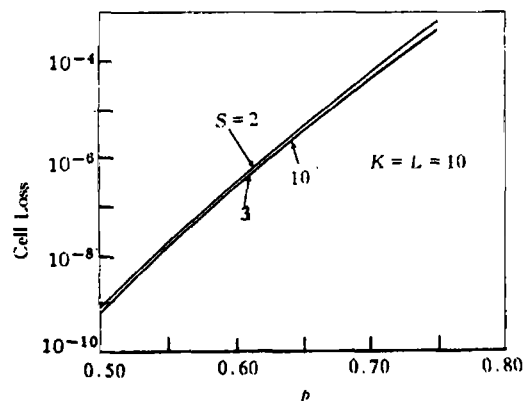
图 3 系统吞吐量与 L 的关系

图 4 信元平均丢失率与输入负载强度的关系

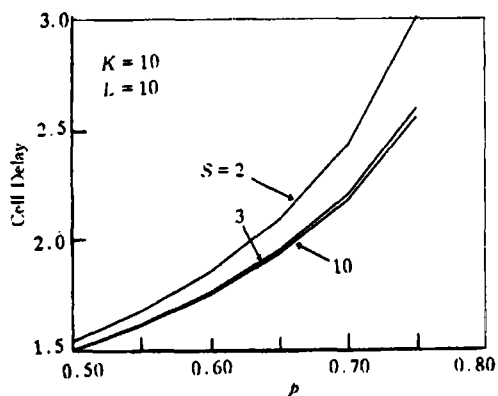


图 5 信元平均延时与输入负载的关系

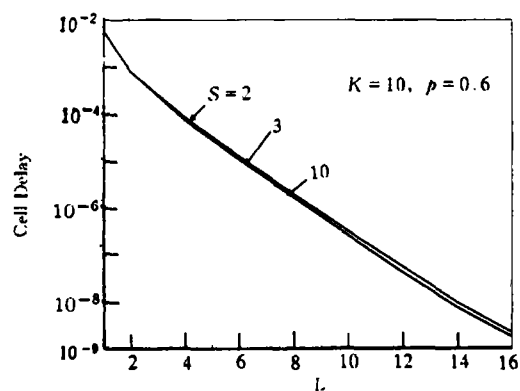


图 6 信元平均丢失率与输出缓冲容量的关系

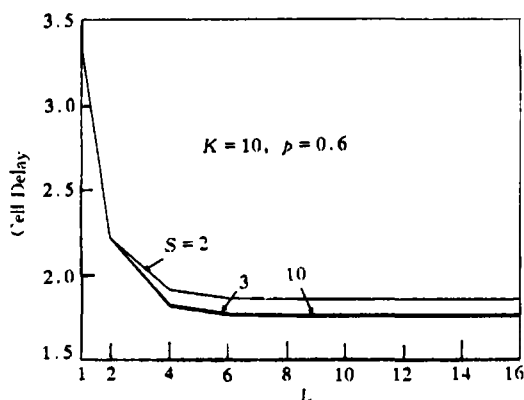


图 7 信元平均延时与输出缓冲容量的关系

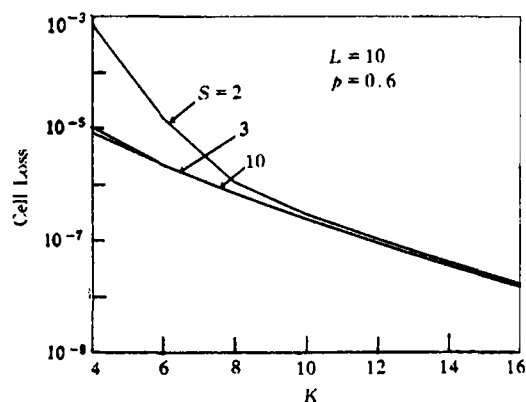


图 8 信元平均丢失率与输入缓冲容量的关系

5 结 论

本文利用 Geom/PH/1/K 排队系统分析了一种具有反压型的输入 / 输出排队 ATM 交换机在均匀业务下的性能。可以看出, 加速因子 = 2 时反压型交换机的性能与加速因子 = N 时的性能相差不大, 该结论对实际设计一反压型交换机具有重大意义, 大大降低了交换机实现的复杂度。另外, 信元的平均丢失率与输入、输出缓冲容量都有关, 而与加速因子的关系不大; 信元平均延时与输入缓冲容量的

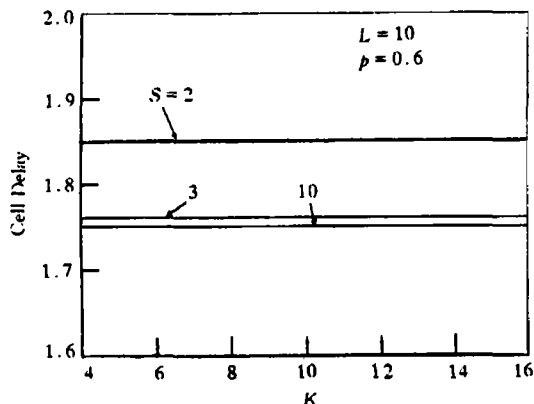


图 9 信元平均延时与输入缓冲容量的关系

关系不大, 较小的输出缓冲长度对信元延时影响较大, 较大的输出缓冲容量对信元平均延时影响不大。

参 考 文 献

- [1] Awdeh R Y, Mouftah T. Survey of ATM switch architectures. *Computer Networks and ISDN Systems*, 1995, 27(8): 1567-1613.
- [2] Pattavina A, Bruzzi G. Analysis of input and output queueing for nonblocking ATM switches. *IEEE/ACM Trans. on Networking*, 1993, 3(6): 314-328.
- [3] Iliadis I, Denzel W E. Analysis of packet switches with input and output queueing. *IEEE Trans. on Commun.*, 1993, 41(5): 731-740.
- [4] Del R E, Fantacci R. Performance evaluation of input and output queueing techniques in ATM switching systems. *IEEE Trans. on Commun.*, 1993, 41(10): 1565-1575.
- [5] S.Q.Li. Nonuniform traffic analysis on a nonblocking space division packet switch. *IEEE Trans. on Commun.*, 1990, 38(7): 21-31.
- [6] Neuts M F. Matrix-geometric solutions in stochastic models: An algorithmic approach. Baltimore, MD: Johns Hopkins University Press, 1991, Chapter 3.

PERFORMANCE EVALUATION OF A BACKPRESSURE INPUT/
OUTPUT QUEUEING ATM SWITCH UNDER UNIFORM TRAFFIC

Qian Weihong Li Lemin

*(National Key Laboratory of Broadband Optical Transmission and Communication Systems,
UESTC, Chengdu 610054)*

Abstract An exact matrix-geometric solutions using Geom/PH/1/K queueing model are presented for analysing a backpressure input/output queueing ATM (Asynchronous Transfer Mode) switch under uniform traffic. It shows valuable results for designing a broadband packet switch.

Key words ATM switch, Backpressure, Cell loss rate, Cell delay, Queueing system

钱炜宏: 男, 1970 年生, 博士生, 研究兴趣包括: ATM 网络交换性能分析、局域网互连、宽带网络传输等.

李乐民: 男, 1932 年生, 教授, 博士生导师, 研究兴趣包括: 数字通信系统、ATM 网络、宽带网络传输等.