

# 图像的四叉树平面编码<sup>1</sup>

王汇源

(山东工业大学电子系 济南 250061)

**摘 要** 该文提出了一种平面逼近图像编码方法及其四叉树实现方案。在最小二乘方准则下, 对于给定的图像子块, 找到一个最佳平面, 并用其上的点逼近图像的像点。于是, 只需要对该平面的三个描述参数进行编码, 编码质量和图像子块的平坦程度和大小有关, 因此, 可按照对编码质量的要求, 以四叉树结构选择可变大小的图像子块。

**关键词** 图像压缩编码, 平面逼近, 平面编码, 四叉树

**中图分类号** TN911.73

## 1 引 言

图像压缩编码的基本方法, 可以按其实施编码的支持域, 分成空域(空间域)法和频域(变换域)法两种。在空域法中, 目前主要有游程、块截短、DPCM、矢量量化、模型基<sup>[1]</sup>和分形<sup>[2]</sup>编码等; 而在频域法中, 主要有 DCT、子带和小波<sup>[3]</sup>等变换法。当前的大多数国际图像编码标准中都普遍采用了 DCT 或运动估计预测编码结合 DCT 的方法, 而在低比特率国际图像编码标准 MPEG-4 中, 则建议采用模型基和小波等方法<sup>[4]</sup>。

本文将提出一种在空域中编码的新方法, 我们称为平面编码方法, 并给出其四叉树结构的实现方案。

## 2 图像的平面编码方法

把数字图像看作连续的两维空间中非负的单值函数的取样, 注意到, 当所考虑的图像所含的像点数较少时, 其可以变化的情况较简单, 我们可以考虑用一个已知的二维函数去代替它, 当然, 当所考虑的图像含有更多点时, 如果我们仍然从一个较简单的函数中求这些点, 就可能出现误差。在一定的测度之下, 当这种误差的某种统计量足够小时, 恢复图像的质量就足够高, 而对这种已知函数的参数进行编码所需要的比特数足够少时, 对图像的压缩率就足够高。

像其它分块编码方法一样, 我们首先将一幅待编码图像分割成为若干( $N \times N$ )的图像子块, 然后找到定义在该子块的扩展域上的一个平面:

$$\hat{f}(x, y) = a_1x + a_2y + a_3 \quad (1)$$

式中  $[x, y, \hat{f}]$  为连续 3-D 空间中的点, 而图像子块的 2-D 空间坐标  $\{(x_i, y_j), i, j = 1, 2, \dots, N\}$  可看做  $(x, y)$  上的取样, 于是, 用该平面上  $(x_i, y_j)$  处  $\hat{f}$  的值作为该处像点灰度  $f(x_i, y_j)$  的估计值时, 估计误差为

$$\Delta(x_i, y_j) = \hat{f}(x_i, y_j) - f(x_i, y_j) \quad (2)$$

整个图像子块的均方误差为

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \Delta^2(x_i, y_j) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (a_1x_i + a_2y_j + a_3 - f(x_i, y_j))^2 \quad (3)$$

为了使该均方误差为最小, 应对上式求极小值。为此, 分别求上式对于  $a_1, a_2, a_3$  的偏导数, 并令其等于零, 得到

<sup>1</sup> 1998-10-08 收到, 1999-05-06 定稿

$$\left. \begin{aligned} a_1 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} 2x_i^2 + a_2 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} 2x_i y_j + a_3 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} 2x_i - \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} 2f(x_i, y_j) x_i &= 0 \\ a_1 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} 2x_i y_j + a_2 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} 2y_j^2 + a_3 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} 2y_j - \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} 2f(x_i, y_j) y_j &= 0 \\ a_1 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} 2x_i + a_2 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} 2y_j + a_3 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} 2 - \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} 2f(x_i, y_j) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

求此线性方程组的解, 并注意到, 在图像子块范围内,  $(x_i, y_j)$  可以中心为原点对称取值, 于是求得均方误差最小意义上的最佳逼近平面的参数为

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(x_i, y_j) x_i}{\left( N \sum_{i=0}^{N-1} x_i^2 \right)} \\ a_2 &= \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(x_i, y_j) y_j}{\left( N \sum_{i=0}^{N-1} y_j^2 \right)} \\ a_3 &= \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(x_i, y_j)}{N^2} = \bar{f} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

可见,  $a_1$  与图像子块中像素的值与  $x$  方向坐标值之间的相关系数成正比;  $a_2$  与图像子块中像素的值与  $y$  方向坐标值之间的相关系数成正比; 而  $a_3$  则为图像子块的均值。

代入 (3) 式后, 可求得

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (f(x_i, y_j) - \bar{f})^2 - \left[ \frac{\left( \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f_{i,j} x_i \right)^2}{N \sum_{i=0}^{N-1} x_i^2} + \frac{\left( \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f_{i,j} y_j \right)^2}{N \sum_{i=0}^{N-1} y_j^2} \right] \quad (6)$$

上式中, 第一项为图像的方差, 第二项代表了图像的值与两个方向上的坐标的线性相关性。即图像的方差越小, 且图像的值与两个方向上的坐标的线性相关性越大时, 则这种逼近的均方误差就越小。

这样, 我们可以得到图 1 所示的平面编码和解码方案。

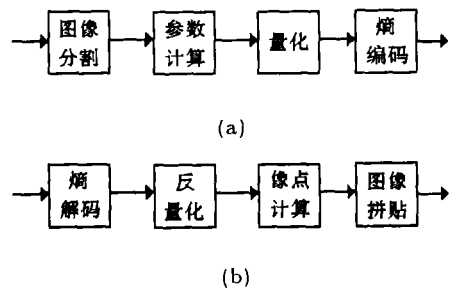


图 1 平面编解码方案

### 3 平面编码的四叉树实现方案

在上述平面编码中, 当图像子块取的较大时, 图像的压缩比较高, 但有些细节较多的子块的恢复质量将严重下降; 相反地, 当取较小的图像子块时, 能保证恢复图像质量, 但图像

的压缩比较低,例如,对于图 2(a) 所示的  $512 \times 512 \times 8$  bit lenna 图像,分别采用  $4 \times 4$  和  $8 \times 8$  的子块进行平面编码,得到解码恢复图像分别如图 2(b) 和图 2(c) 所示,图中括号内分别为峰值信噪比和比特率。为此,我们考虑采用可变大小的图像子块。给定一固定的或自适应的质量因子,首先采用较大的子块进行平面编码,当恢复质量满足要求时,继续对下一较大的子块进行平面编码,否则,将该编码子块分割为几个较小的继续进行平面编码,直至满足质量要求或达到最小的编码子块。这种大小可变的图像分割,可用图 3 所示的四叉树多级分块方式实现。一个具体的四叉树平面编码方案如图 4 所示。

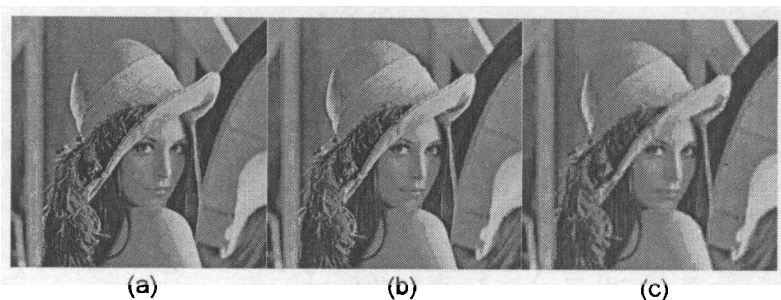


图 2 (a) 原始 lenna 图像 ( $512 \times 512$ )  
(b)  $4 \times 4$  平面编码 (31.49dB, 1.00bpp)  
(c)  $8 \times 8$  平面编码 (27.10dB, 0.25bpp)

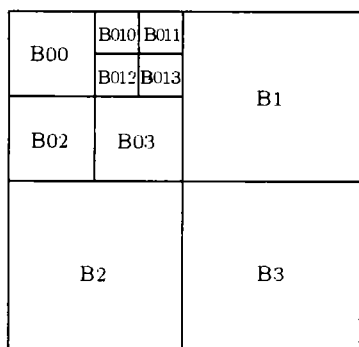


图 3 图像子块四叉树分割

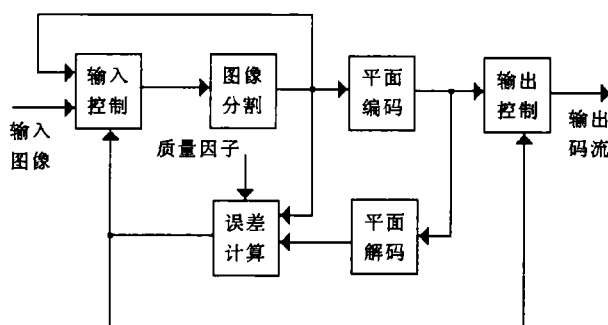


图 4 平面编码的四叉树实现方案

#### 4 实验结果

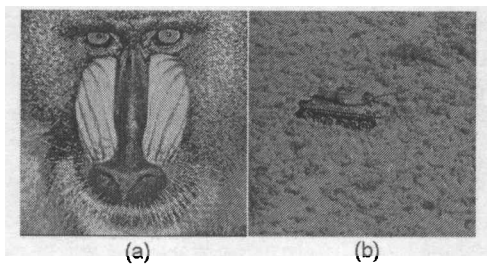


图 5 原始图像 (a) Baboon (b) Tank

将上述四叉树平面编码方法用于对图 2(a) 所示的原始 Lenna 图像以及图 5 所示的两幅细节较丰富的原始 Baboon 和 Tank 图像的编码,取最大图像子块为  $16 \times 16$ , 最小图像子块为  $2 \times 2$ , 编码参数量化为:  $a_1$  为 4bit,  $a_2$  为 4bit,  $a_3$  为 8bit, 图像子块大小为 2bit。得到的解码恢复图像如图 6 所示。实验结果说明,本文所提出的这种图像编码方法是有效的。同其它大多数方法一样,其编码效率随图像细节的增多而下降,然而,在压缩比较高时,这种方法对图像中平坦部分的编码质量明显优于 DCT 等传统方法,解码图像不会出现变换编码中常见的方块效应。

的编码质量明显优于 DCT 等传统方法,解码图像不会出现变换编码中常见的方块效应。

经过比较, 这种方法总的编码质量不及 JPEG 方案、小波方法和模型基方法, 例如, 对于 Lenna 图像的编码, 在与图 6(a) 比特率相当的情况下, JPEG 的峰值信噪比可达 33dB 左右, 小波方法可达 36dB 左右。但四叉树平面方法编解码的速度却是最高, 如表 1 所示。另外, 对于同一实验, 本文算法在奔腾 200 计算机上的编解码时间分别为 1.48s 和 0.55s, 对于 360×288 的 Miss A 图像, 则编解码时间分别达 0.41s 和 0.20s 左右, 接近达到准活动图像的要求。

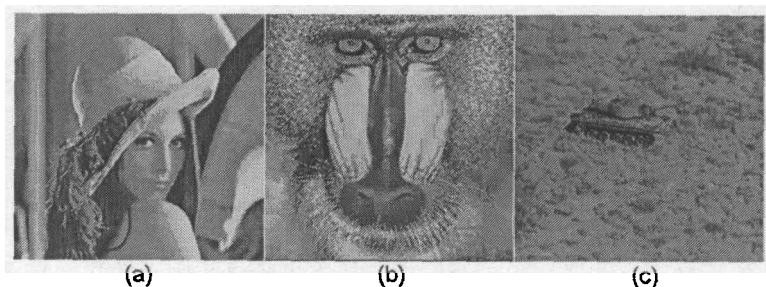


图 6 四叉树平面编码 (a) Lenna (30.82dB, 0.45bpp)  
(b) Baboon(24.71dB, 2.75bpp) (c) Tank(29.25dB, 1.78bpp)

表 1 与其它方法的比较结果

编码方法	实验图像	实验用机	编码时间 (s)	解码时间 (s)	PSNR(dB)	比特率 (bpp)
四叉树平面	Lenna	PC486/66	8.57	3.19	30.82	0.45
JPEG	Lenna	PC486/66	8.18	8.24	33.38	0.45
小波 <sup>[3]</sup>	Lenna	PC486/50	27.00		36.72	0.50
模型基 <sup>[1]</sup>	Miss A	PC486DX2	21.00	1.60	33.40	0.16

## 参 考 文 献

- [1] 卢朝阳, 模型优化及其在 DT 模型基图像编码中的应用, 通信学报, 1997, 18(6), 1-6.
- [2] A. E. Jacquin, Fractal image coding, A review. Proc. IEEE, 1993, 81(10), 1451-1465.
- [3] 王祥林, 吴国威, 林行刚, 一种基于零树的多码率小波图像编码方法, 电子学报, 1997, 25(4), 48-51.
- [4] L. Chiariglione, The MPEG-4 standard, 通信学报, 1998, 19(9), 54-67.

## QUAD TREE PLANE SURFACE APPROXIMATION METHOD FOR IMAGE CODING

Wang Huiyuan

(Dept. of Electron. Eng., Shandong Univ. of Tech., Jinan 250061, China)

**Abstract** A plane surface approximation method for image coding and its quad tree scheme are presented in this paper. For a given image block, an optimal plane is found under the minimum square error criteria, and the pixels of the block are approximated by the corresponding points on the plane. As a result, only three description parameters of the plane are needed to be encoded. The coding quality is related to the smoothness and the size of the block. Therefore, variable block size can be chosen with a quad tree structure based on the quality requirement.

**Key words** Image compression and coding, Plane surface approximation, Plane coding, Quad tree

王汇源: 男, 1958 年生, 副教授, 主要从事图像处理、模式识别教学与研究。