

## 部分极化波参数估计方法的改进

王兰美<sup>①②</sup> 黄际英<sup>①</sup> 廖桂生<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(西安电子科技大学理学院 西安 710071)

<sup>②</sup>(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

**摘要** 该文提出了基于矢量传感器的部分极化波信号参数估计方法的一种改进方法。该方法充分利用一次特征分解的特征值和特征矢量估计部分极化波的到达角和极化度,信号参数自动配对,降低了运算量,提高了参数估计的精度,且能够得到信号的空间导向矢量,可以利用阵列孔径信息进一步提高参数估计的精度。数值模拟结果证明该方法是有效的。

**关键词** 到达方向,极化度,部分极化波,矢量传感器

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)09-1603-04

## A Modified Method for Estimation of the Parameters of Partially Polarized Electromagnetic Waves

Wang Lan-mei<sup>①②</sup> Huang Ji-ying<sup>①</sup> Liao Gui-sheng<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Science School, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

<sup>②</sup>(Key Lab. for Radar Signal Processing, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract** In this paper, a modified method is proposed to estimate the Direction Of Arrival (DOA) and Degree Of Polarization (DOP) of Partially Polarized (PP) electromagnetic waves. This method makes full use of the eigenvalues and eigenvectors of matrix, which results in automatic combination of parameters, reduction of computation and improvement of precision. Finally, the simulation results are provided to demonstrate the effectiveness of the new algorithm.

**Key words** Direction Of Arrival (DOA), Degree Of Polarization(DOP), Partially Polarized(PP) waves, Vector sensors

### 1 引言

一个辐射源产生的电磁波一般都是部分极化波,完全极化波被发射或散射之后也会变成部分极化波。这增加了信号接收和滤波处理的难度<sup>[1]</sup>,并隐含着阵列负载变大等现象。部分极化波的电场矢量端点在传播空间任意一点处描绘出的轨迹不再是一个非时变的椭圆,而是一条形状和方向都随时间变化的类似于椭圆的曲线。部分极化波不像完全极化波那样有确定的极化参数。原有的参数估计方法<sup>[2,3]</sup>仅适用于完全极化波的情况,对于部分极化波上述参数估计方法不再适用,文献[4, 5]分别给出了完全极化波和部分极化波情况下的ESPRIT参数估计方法,本文在此基础上给出了部分极化波参数估计的一种新方法。该方法利用一次特征分解的特征值和特征矢量估计部分极化波的到达角和极化度。在估计信号到达角的时候,文献[4]需要进行三次特征分解,且需要配对运算。本文方法只需要一次特征分解,且不需要配对运算,大大降低了运算量,提高了参数估计的性能。且本文方法能够估计信号的空间导向矢量 $\mathbf{q}_k$ 为超分辨方法的应用提供了方便。

### 2 数学模型

本文采用的矢量传感器是指由3个相互正交的共点极化敏感偶极子和3个相互正交共点磁环构成的电磁矢量传感器,第 $k$ 个单位功率部分极化横电磁(TEM波)平面波入射到上述矢量传感器上,其阵列流型可以用下面的矩阵来表示<sup>[4]</sup>:

$$\mathbf{b}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{k1} \\ \mathbf{b}_{k2} \\ \mathbf{b}_{k3} \\ \mathbf{b}_{k4} \\ \mathbf{b}_{k5} \\ \mathbf{b}_{k6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_k)\cos(\theta_k) & -\sin(\phi_k) \\ \sin(\phi_k)\cos(\theta_k) & \cos(\phi_k) \\ -\sin(\theta_k) & 0 \\ -\sin(\phi_k) & -\cos(\phi_k)\cos(\theta_k) \\ \cos(\phi_k) & -\sin(\phi_k)\cos(\theta_k) \\ 0 & \sin(\theta_k) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式(1)中 $\phi_k \in (-\pi, \pi]$ 为信号的方位角,  $\theta_k \in [0, \pi]$ 为信号的俯仰角。由电磁波理论知,一个部分极化波可以唯一分解为一个完全极化波和一个非极化波。第 $k$ 个部分极化波信号的复包络可以表示为<sup>[6]</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k(t) &= \tilde{\mathbf{g}}_k s_k(t) = \left\{ \sqrt{d} \mathbf{g}_k + \sqrt{\frac{1-d}{2}} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \right\} s_k(t) \\ &= \left\{ \sqrt{d} \begin{bmatrix} \sin(\gamma_k) e^{j\eta_k} \\ \cos(\gamma_k) \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{1-d}{2}} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \right\} s_k(t) \end{aligned} \quad (2)$$

$\mathbf{x}_k(t)$ 是一个 $2 \times 1$ 的矩阵,  $\sqrt{d} \mathbf{g}_k s_k(t)$ 为部分极化波的完全极化分量,  $s_k(t) = E_k e^{j(\omega t + \phi_k)}$ ,  $\omega_k$ 为信号频率,  $\phi_k$ 为信号初相。  $\gamma_k \in [0, \pi/2]$ ,  $\eta_k \in [-\pi, \pi]$ ,  $\gamma_k$ 和 $\eta_k$ 为信号的极化参

数可以完全确定完全极化波的极化状态。 $d$ 是部分极化波的极化度(极化度定义为部分极化波完全极化分量的功率密度与总功率密度的比值)。 $\sqrt{\frac{1-d}{2}} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} s_k(t)$ 为部分极化波的非极化分量。 $\alpha_1, \alpha_2$ 是均值为零的高斯随机过程。

本文采用的接收天线是一个由 $M$ 个阵元组成的矢量传感器阵列,并假设第一个传感器的位置为 $(0,0,0)$ 第2个传感器的位置为 $(a,0,0)$ , $a < \lambda_{\min}/2$ 。设有 $K$ 个信号从 $K$ 个不同的方向入射到上述矢量传感器阵列上,则位于 $(x_l, y_l, z_l)$ 的第 $l$ 个阵元的输出可以表示为

$$\mathbf{Z}_l(t) = \sum_{k=1}^{k=K} \mathbf{b}_k q_l(k) \mathbf{x}_k(t) + \mathbf{n}_l(t) \quad (3)$$

$$q_l(k) = e^{j2\pi \frac{y_l v_k}{\lambda}} e^{j2\pi \frac{z_l w_k}{\lambda}} e^{j2\pi \frac{x_l u_k}{\lambda}} \quad (4)$$

$q_l(k)$ 为第 $k$ 个信号在第 $l$ 个阵元上形成的空间相位因子, $u_k = \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)$ , $v_k = \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)$ , $w_k = \cos(\theta_k)$ 分别表示第 $k$ 个信号沿 $x, y, z$ 轴的方向余弦。假设信号之间,噪声之间,信号和噪声之间都是不相关的。

把 $M$ 个阵元的输出写成如下的矢量形式:

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{k=1}^{k=K} \mathbf{b}_k \otimes \mathbf{q}_k \mathbf{x}_k(t) + \mathbf{N}(t) = \mathbf{B} \mathbf{X}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1 \otimes \mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{b}_K \otimes \mathbf{q}_K] \quad (6)$$

$$\mathbf{q}_k = \begin{bmatrix} q_1(k) \\ \vdots \\ q_M(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_K(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1(t) \\ \vdots \\ \mathbf{n}_M(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$\mathbf{N}(t)$ 是 $6M \times 1$ 维的复加性高斯白噪声, $\mathbf{B}$ 为 $6M \times 2K$ 维的阵列导向矢量。

### 3 算法描述

$\mathbf{Z}(t)$ 的 $N$ 次快拍数据构造相关矩阵

$$\mathbf{R}_z = \mathbf{E}(\mathbf{Z}(t)\mathbf{Z}^H(t)) = \mathbf{B}\mathbf{R}_x\mathbf{B}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{R}_x = \mathbf{E}(\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t))$ 表示信号自相关矩阵, $\sigma^2$ 为白噪声功率。

设 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{2K} > \lambda_{2K+1} = \dots = \lambda_{6M} = \sigma^2$ 为矩阵 $\mathbf{R}_z$ 特征分解得到的特征值, $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{2K}, \mathbf{v}_{2K+1}, \dots, \mathbf{v}_{6M}$ 为对应特征向量,则 $2K$ 个大特征值对应特征向量构成矩阵 $\mathbf{E}_x = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{2K}]$ 与 $\mathbf{B}$ 张成相同的列空间,因此存在一个非奇异矩阵 $\mathbf{T}$ 使下式成立:

$$\mathbf{E}_x = \mathbf{B}\mathbf{T}, \quad \mathbf{E}_x = [\mathbf{E}_1^T, \mathbf{E}_2^T, \dots, \mathbf{E}_6^T]^T = [\mathbf{B}_1^T, \dots, \mathbf{B}_6^T]^T \mathbf{T} \quad (9)$$

对应块矩阵相等,由式(6)和式(9)得

$$\mathbf{E}_j = \mathbf{B}_j \mathbf{T} = [\mathbf{b}_{1j} \otimes \mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{b}_{Kj} \otimes \mathbf{q}_K] \mathbf{T}, \quad 1 \leq j \leq 6 \quad (10)$$

条件1  $\mathbf{q}$ 列满秩且 $\theta_k \neq \left\{ \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} \right\}$ ,  $k=1, \dots, K$ 。

当满足条件1时,对于完全极化波 $\mathbf{E}_j$ 列满秩,而对于部分极化波 $\mathbf{E}_j$ 不是列满秩的,因此以前的参数估计方法<sup>[2,3]</sup>已经不再适用,本文在文献[4]的基础上给出了两种信号到达角估计的新方法。

第一种方法 构造两个新矩阵 $\mathbf{B}_a$ 和 $\mathbf{B}_b$ :

$$\mathbf{B}_a = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_b = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_a = \mathbf{B}_b \mathbf{D}^{(1)} \quad (11)$$

$$\mathbf{D}^{(1)} = \text{diag}\{d_{11}^{(1)}, d_{12}^{(1)}, \dots, d_{K1}^{(1)}, d_{K2}^{(1)}\}, \quad d_{k1}^{(1)} = \cos \theta_k,$$

$$d_{k2}^{(1)} = \frac{1}{\cos \theta_k}, \quad k=1, \dots, K \quad (12)$$

上面主要是前人所做的工作,下面是作者在文献[4]基础上所做的改进,经过改进大大降低了运算量提高了参数估计的精度。

条件2  $\mathbf{q}$ 列满秩且 $\theta_k \neq \left\{ 0, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} \right\}$ ,  $\phi_k \neq \left\{ 0, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \pi \right\}$ ,  $k=1, \dots, K$ 。

当满足条件2时, $\mathbf{B}_a$ 和 $\mathbf{B}_b$ 都是列满秩。令 $\mathbf{F}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \mathbf{T}$ ,  $\mathbf{F}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_5 \\ -\mathbf{E}_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \mathbf{T}$ ,根据式(9)和(11)知 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 是 $2M \times 2K$ 的列满秩矩阵且满足:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_1 &= \mathbf{F}_2 \mathbf{T}^{-1} \mathbf{D}^{(1)} \mathbf{T} \\ \mathbf{F}_2^+ &= (\mathbf{F}_2^H \mathbf{F}_2)^{-1} \mathbf{F}_2^H \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1 \mathbf{F}_2^+ &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \mathbf{T} \left[ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \mathbf{T} \right]^H \left[ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \mathbf{T} \right]^{-1} \left[ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \mathbf{T} \right]^H \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \left[ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \right]^H \left[ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \right]^{-1} \left[ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \right]^H \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \mathbf{D}^{(1)} \left[ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \right]^H \left[ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \right]^{-1} \left[ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \right]^H \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1 \mathbf{F}_2^+ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \mathbf{D}^{(1)} \left[ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \right]^H \left[ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \right]^{-1} \left[ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \right]^H \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix} \mathbf{D}^{(1)} \end{aligned} \quad (15)$$

令 $\mathbf{q}^{(1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_5 \\ -\mathbf{B}_4 \end{bmatrix}$ , 则

$$\mathbf{F}_1 \mathbf{F}_2^+ \mathbf{q}^{(1)} = \mathbf{q}^{(1)} \mathbf{D}^{(1)} \quad (16)$$

$\mathbf{F}_1 (\mathbf{F}_2)^+$ 为 $2M \times 2M$ 的矩阵,由式(16)知,对 $\mathbf{F}_1 (\mathbf{F}_2)^+$ 进行特征分解,  $2K$ 个大特征值对应 $\mathbf{D}^{(1)}$ 对角线元素的估计值,而对应特征向量为 $\mathbf{q}^{(1)}$ 各列的估计值 $\hat{\mathbf{q}}_{ki}^{(1)}$  ( $i=1, 2$ )

$$\mathbf{q}^{(1)} = [\mathbf{q}_1^{(1)}, \dots, \mathbf{q}_K^{(1)}], \quad \mathbf{q}_k^{(1)} = [\mathbf{q}_{k1}^{(1)}, \mathbf{q}_{k2}^{(1)}] \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{q}_{k1}^{(1)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{b}_k(5,1) \mathbf{q}_k \\ -\mathbf{b}_k(4,1) \mathbf{q}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_k \mathbf{q}_k \\ \sin \phi_k \mathbf{q}_k \end{bmatrix} \\ \mathbf{q}_{k2}^{(1)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{b}_k(5,2) \mathbf{q}_k \\ -\mathbf{b}_k(4,2) \mathbf{q}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \phi_k \cos \theta_k \mathbf{q}_k \\ \cos \phi_k \cos \theta_k \mathbf{q}_k \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} g_{k1}^{(1)} &= \frac{\mathbf{q}_{k1}^{(1)}(1:M)}{\mathbf{q}_{k1}^{(1)}(M+1:2M)} = \frac{1}{\tan \phi_k} \\ g_{k2}^{(1)} &= \frac{\mathbf{q}_{k2}^{(1)}(1:M)}{\mathbf{q}_{k2}^{(1)}(M+1:2M)} = -\tan \phi_k \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\mathbf{q}_k = \frac{\mathbf{q}_{ki}^{(1)}(1:M)}{\mathbf{q}_{ki}^{(1)}(1,1)} = \frac{\mathbf{q}_{ki}^{(1)}(M+1:2M)}{\mathbf{q}_{ki}^{(1)}(M+1,1)}, \quad i=1,2 \quad (20)$$

根据  $|\cos \theta_k| \leq 1$ ,  $|1/\cos \theta_k| \geq 1$ , 把  $d_{k1}^{(1)}$  和  $d_{k2}^{(2)}$  区分开, 特征值的绝对值小于 1 的为  $d_{k1}^{(1)} = \cos \theta_k$ , 其对应的特征向量为  $\mathbf{q}_{k1}^{(1)}$ , 特征值的绝对值大于 1 的为  $d_{k2}^{(1)} = 1/\cos \theta_k$ , 其对应的特征向量为  $\mathbf{q}_{k2}^{(1)}$ , 从而得到  $\hat{\mathbf{q}}_k$  并由此得到  $\hat{u}_k = \sin \theta_k \cos \phi_k$ 。式(21)和式(22)都可以得到信号到达角的估计值。

$$\left. \begin{aligned} \hat{\theta}_k &= \begin{cases} \cos^{-1}[d_{k1}^{(1)}], & d_{k1}^{(1)} \geq 0 \\ \pi + \cos^{-1}[d_{k1}^{(1)}], & d_{k1}^{(1)} < 0 \end{cases} \\ \hat{\phi}_k &= \begin{cases} \tan^{-1}(1/g_{k1}^{(1)}), & \hat{u}_k \geq 0 \\ \pi + \tan^{-1}(1/g_{k1}^{(1)}), & \hat{u}_k < 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (k=1, \dots, K) \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{\theta}_k &= \begin{cases} \cos^{-1}[1/d_{k2}^{(1)}], & d_{k2}^{(1)} \geq 0 \\ \pi + \cos^{-1}[1/d_{k2}^{(1)}], & d_{k2}^{(1)} < 0 \end{cases} \\ \hat{\phi}_k &= \begin{cases} \tan^{-1}(-g_{k2}^{(1)}), & u_x \geq 0 \\ \pi + \tan^{-1}(-g_{k2}^{(1)}), & u_x < 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (k=1, \dots, K) \quad (22)$$

同理, 也可以构造另一对矩阵  $\mathbf{B}_c$  和  $\mathbf{B}_d$ 。

$$\mathbf{B}_c = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_d = \begin{pmatrix} -\mathbf{B}_2 \\ \mathbf{B}_4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_c = \mathbf{B}_d \mathbf{D}^{(2)} \quad (23)$$

$\mathbf{D}^{(2)} = \text{diag}\{d_{11}^{(2)}, d_{12}^{(2)}, \dots, d_{K1}^{(2)}, d_{K2}^{(2)}\}$ ,  $d_{k1}^{(2)} = \cotan \phi_k$ ,  $d_{k2}^{(2)} = -\tan \phi_k$ ,  $k=1, \dots, K$ 。  $\mathbf{B}_c$  和  $\mathbf{B}_d$  都是列满秩的, 用与上述类似的方法也可以估计信号的到达角。

式(21)、式(22)都可以估计信号的到达角  $\hat{\theta}_k$  和  $\hat{\phi}_k$ , 将估计值代入式(1)和式(8)可以得到导向矢量的估计值  $\hat{\mathbf{B}}$ 。

由数据相关矩阵  $\mathbf{R}_z$  的  $6M-2K$  个小特征值  $\lambda_{2K+1} = \dots = \lambda_{6M} = \sigma^2$  可以估计噪声功率。

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{6M-2K} \sum_{i=2K+1}^{6M} \hat{\lambda}_i = \frac{1}{6M-2K} \left[ \text{tr}(\mathbf{R}_z) - \sum_{i=1}^{2K} \hat{\lambda}_i \right] \quad (24)$$

$$\mathbf{R}_X = \hat{\mathbf{B}}^+ [\mathbf{R}_z - \hat{\sigma}^2(\theta) \mathbf{I}] \hat{\mathbf{B}}^{+H}, \quad \hat{\mathbf{B}}^+ = (\hat{\mathbf{B}}^H \hat{\mathbf{B}})^{-1} \hat{\mathbf{B}}^H \quad (25)$$

$$\mathbf{R}_z = \text{diag}\{r_1, \dots, r_K\} \quad (26)$$

$$\mathbf{r}_k = E[\mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^H] = \frac{1}{2} \sigma_{k,u}^2 \mathbf{I}_2 + \sigma_{k,c}^2 \mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^H \quad (27)$$

信号的极化状态可以由  $\mathbf{X}_k$  的相关矩阵  $\mathbf{r}_k$  来确定。第  $k$  个部分极化波的极化度可以表示为

$$P_k = \frac{\sqrt{(\mathbf{r}_k(1,1) - \mathbf{r}_k(2,2))^2 + 4|\mathbf{r}_k(1,2)|^2}}{\mathbf{r}_k(1,1) + \mathbf{r}_k(2,2)} \quad (28)$$

设  $v_{k1} = \sigma_{k,c}^2 + \frac{1}{2} \sigma_{k,u}^2$  和  $v_{k2} = \frac{1}{2} \sigma_{k,u}^2$  为矩阵  $\mathbf{r}_k$  特征分解得

到的特征值, 则第  $k$  个部分极化波的极化度也可以表示为

$$P_k = \frac{\sigma_{k,c}^2}{\sigma_{k,c}^2 + \sigma_{k,u}^2} = \frac{v_{k1} - v_{k2}}{v_{k1} + v_{k2}} \quad (29)$$

#### 4 计算复杂度分析

假设阵元数为  $M$ , 文献[4]方法需要进行 3 次特征分解其运算量为  $O(24M^3)$ , 且需要 1 次配对运算。本文方法只需要 1 次特征分解其运算量为  $O(8M^3)$ 。本文方法与文献[4]方法相比, 其计算复杂度  $c < 1/3$ 。

#### 5 数值仿真

假设两个部分极化波信号的到达角分别为  $(10^\circ, 50^\circ)$  和  $(30^\circ, 80^\circ)$ , 极化角  $(20^\circ, 30^\circ)$  和  $(40^\circ, -60^\circ)$ , 极化度分别为 0.3 和 0.5。800 次快拍, 500 次独立实验的结果。

从图 1-图 3 可以看出, 对于极化度和俯仰角的估计, 本文的方法和文献[4]中的方法基本上是一致的, 这是因为在估计俯仰角时, 本文采用了与文献[4]一样的方法。但对于方位角的估计本文的方法要比文献[4]的方法好很多。这是因为文献[4]是通过两次特征分解的特征值分别估计俯仰角和方位角, 还存在配对不准的问题, 而本文是利用同一次特征分解的特征和特征矢量, 参数自动配对。且在相同的条件下, 联合估计方法的性能要比分别估计的性能好。

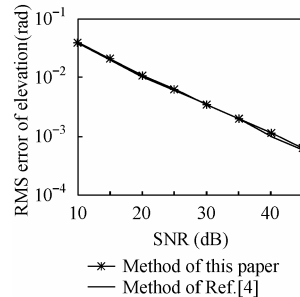


图 1 俯仰角估计的均方根误差与信噪比关系  
Fig.1 The RMS error of elevation versus SNR

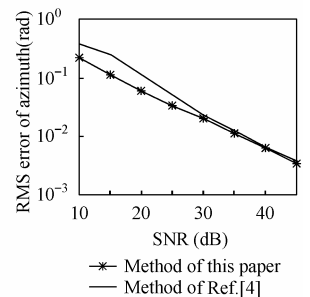


图 2 方位角估计的均方根误差与信噪比关系  
Fig.2 The RMS error of azimuth versus SNR

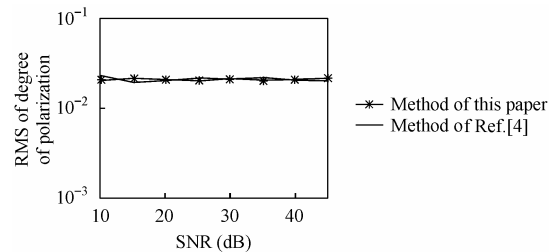


图 3 极化度估计的均方根误差与信噪比关系  
Fig.3 The RMS error of DOP versus SNR

#### 6 结束语

本文给出了一种估计部分极化波参数的新方法, 该方法利用一次特征分解的特征值和特征矢量估计部分极化波的到达角和极化度。在估计信号到达角的时候, 文献[4]需要进行 3 次特征分解, 且需要配对运算, 本文只需要 1 次特征分

解,且不需要配对运算,大大降低了运算量,提高了参数估计的性能。且本文方法能够估计信号的空间导向矢量 $\mathbf{q}_k$ 为空间超分辨方法的应用提供了方便。限于篇幅本文仅给出了粗略的信号到达角估计方法,可以结合空间超分辨方法,充分利用 $\mathbf{q}_k$ 提供的阵列孔径信息提高到达角估计的精度,跟完全极化波情况下的方法类似<sup>[7]</sup>。本文以及文献[4]提出的估计到达角的方法适用于部分极化波和非极化波但对完全极化波是不适用的。

### 参 考 文 献

- [1] 庄钊文,肖顺平等. 雷达极化信号处理. 北京: 国防工业出版社, 1999, 第五章.
- [2] Li J. Direction and polarization estimation using arrays with small loops and short dipoles. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 1993, 41(3): 379–387.
- [3] Wong K T. Closed-form direction finding and polarization estimation with arbitrarily spaced electromagnetic vector-sensors at unknown locations. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2000, 48(5): 671–680.
- [4] Kwok-Chiang. Efficient method for estimation directions-of arrival of partially polarize signals with electromagnetic vector sensors. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1997, 45(10): 2485–2497.
- [5] Li J, Stoica P. Efficient parameter estimation of partially polarize electromagnetic waves. *IEEE Trans. on Signal Processing* 1994, 42(11): 3114–3125.
- [6] Wong K T. Geolocation for partially polarized electromagnetic sources using multiple sparsely and uniformly spaced “spatially stretched vector sensors”. <http://www.sap7.uwater.ca>
- [7] Wong K T. Extended-aperture underwater acoustic multisource azimuth/elevation direction\_finding using uniformly but sparsely spaced vector hydrophones. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1997, 22(4): 659–672.

王兰美: 女, 1975 年生, 讲师, 雷达极化信号处理.

黄际英: 女, 1938 年生, 教授, 电波传播与散射.

廖桂生: 男, 1963 年生, 教授, 雷达信号处理、星载 SAR 成像与动目标检测等方面的研究.