

# 非均匀填充波导截止频率的网络 模型分解法\* \*\*

文 舸 一

(东南大学, 南京)

**摘要** 本文给出一种求解非均匀填充波导截止频率的新方法, 称为网络模型分解法。文中首先利用区域剖分和电磁场的微分形式理论建立了该问题的拓扑模型及其相应的网络模型, 然后利用电路理论中的网络分解节点分析法建立了计算非均匀填充波导截止频率的一般算法。最后将该算法应用于若干典型实例, 验证了方法的可行性和有效性。

**关键词** 波导; 拓扑模型; 网络模型; 网络分解节点分析法; 截止频率

## 一、引 言

对任意形状非均匀填充波导截止频率的求解通常是十分困难的, 这主要是因为边界条件以及填充媒质的交界面上电场和磁场难于匹配的缘故, 因此工程中大多采用近似方法进行求解<sup>[1-3]</sup>。本文提出一种新型的数值方法, 称为网络模型分解法。其基本思想是先建立问题的拓扑模型, 然后采用化整为零的方法将一个大系统问题分解成若干子系统来处理。最后独立求解这些子系统, 并将这些子系统的解用适当方式连结起来而得到原系统的整体解。为了简化讨论, 在建立非均匀填充波导的网络模型过程中, 我们采用了电磁场的微分形式理论。本文讨论是针对二维问题进行的, 但基本思想及处理方式均可推广至三维情形。

## 二、拓扑模型和网络模型

如图1所示, 波导截面 $\Omega$ 被分成 $q$ 个部分,  $\Omega = \sum_{i=1}^q \Omega_i$ ,  $\Omega_i$ 中填充理想介质 $\epsilon(s)$ 。假定金属边界 $\partial\Omega$ 是无耗的。在均匀区域 $\Omega_i$ 中, Maxwell 方程组可写成<sup>[4]</sup>

$$d\tilde{H}(s) = j\omega\epsilon(s) * \tilde{E}(s) \quad (1)$$

$$d\tilde{E}(s) = -j\omega\mu * \tilde{H}(s) \quad (2)$$

$$d * \tilde{E}(s) = 0 \quad (3)$$

式中 $\tilde{E}(s)$ 和 $\tilde{H}(s)$ 分别代表电场和磁场的微分形式,  $d$ 表示外导数,  $*$ 表示Hodge算

\* 1989年6月12日收到, 1990年1月14日修改定稿。

\*\* 博士后基金资助课题。

子。

设波导截面处于正交曲线坐标系  $\{x^i, i = 1, 2, 3\}$  的  $x^1-x^2$  平面上, 坐标系沿  $x^3$

方向是柱型的。现取定两族坐标线  $x^1_i = i\Delta x^1$ ,  $x^2_j = j\Delta x^2 (i, j = 0, \pm 1, \dots)$ , 它们将截面  $\Omega$  剖分成若干个曲边四边形。两族坐标线的交点称为节点。再将金属边界  $\partial\Omega$  及任意两种介质  $s_1$  和  $s_2$  的交界面  $\Gamma(s_1, s_2)$  分别用近似边界  $\partial\bar{\Omega}$  和近似交界面  $\bar{\Gamma}(s_1, s_2)$  代替, 这里  $\partial\bar{\Omega}$  和  $\bar{\Gamma}(s_1, s_2)$  分别是曲边四边形的边所联成的封闭曲线和线段。选择  $\partial\bar{\Omega}$  和  $\bar{\Gamma}(s_1, s_2)$  时, 应尽可能与原边界  $\partial\Omega$  或分界面  $\Gamma(s_1, s_2)$  靠近, 图 2(a) 中示出了  $\partial\bar{\Omega}$  的逼近方式。

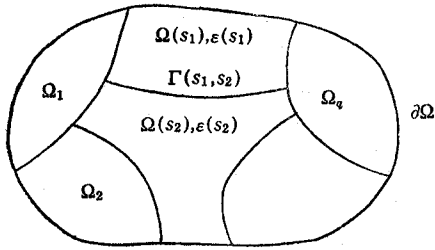


图 1 任意填充金属波导

由  $\partial\bar{\Omega}$  所围成的区域记作  $\bar{\Omega}$ , 相应地有

$$\bar{\Omega} = \sum_{i=1}^q \bar{\Omega}_i$$

以后我们将在  $\bar{\Omega}$  上进行讨论。  $\bar{\Omega}$  中的节点视其处于  $\bar{\Omega}$  内部和边界  $\partial\bar{\Omega}$  分别称为内点

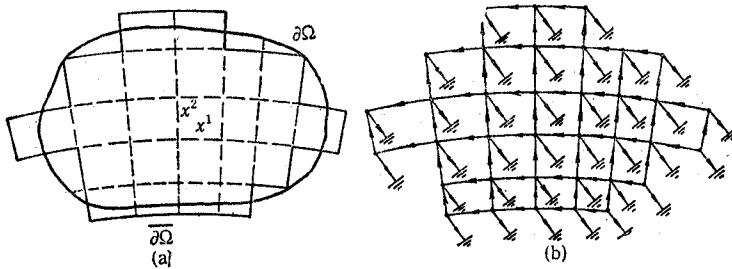


图 2 (a) 边界  $\partial\Omega$  的近似; (b) 波导拓扑模型

和界点。现将所有节点作统一编号, 其集合记为  $S_n = \{n_1, n_2, \dots, n_n\}$ 。两相邻节点之间的连线称作支路, 并且假定都是定向的。在  $S_n$  之外再选一参考节点  $n_0$ , 从每一节点  $n_k (k = 1, 2, \dots, n)$  引一定向支路与  $n_0$  相连。所有定向支路的集合记作

$$S_b = \{b_1, b_2, \dots, b_b\}$$

这样我们就得到了原问题的拓扑模型 GR, 如图 2(b) 所示。这个拓扑模型的关联矩阵记作  $A = \{a_{ij}\}$ 。

在建立相应于拓扑模型 GR 的网络模型时, 先选纵向磁场  $H_z$  在节点  $n_k$  处的取值作为该节点的电位值, 记作  $H_{3k}$ 。所有节点电位集合构成节点电位矢量

$$V = (H_{31}, H_{32}, \dots, H_{3n})^T$$

规定任一支路的电压由该支路两端的电位差来确定, 其正方向与支路定向一致。所有支路电压集合构成电压矢量  $U_b = (u_{b1}, u_{b2}, \dots, u_{bb})^T$ 。

考虑任一内点  $n_k$ , 过与  $n_k$  关联的每条边的中点作坐标线而得到围绕  $n_k$  的四边形 ABCD (图 3(a)), 称为  $n_k$  的对偶单元并记作  $G_k$ 。设节点  $n_k$  及其周围四个节点  $n_{ki} (i = 1, 2, 3, 4)$

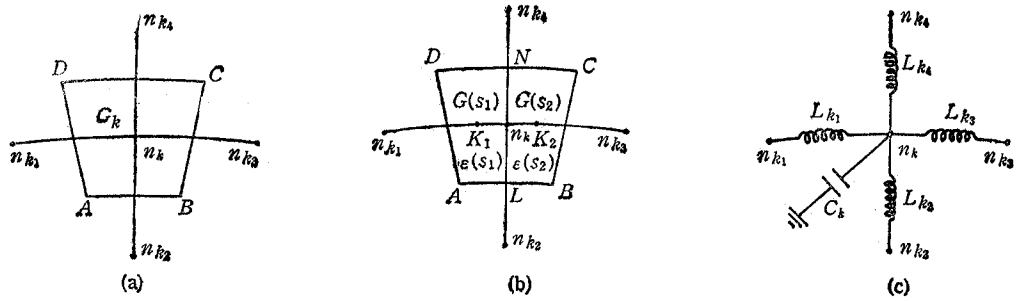


图3 (a) 内部节点的对偶单元 (b) 边界节点的对偶单元 (c) 节点  $n_k$  的等效电路

均处于同一介质  $s$  中。在  $G_k$  上 Stokes 定理可表述成<sup>[4]</sup>

$$\int_{G_k} d\omega = \int_{\partial G_k} \omega \tag{4}$$

式中,假定  $G_k$  已赋予某一定向,  $\partial G_k$  具有诱导定向,  $\omega$  是任意可微 1-形式。

在 (4) 式中令  $\omega = \tilde{E}(s)$ , 则由 (2) 式可知

$$\int_{\partial G_k} \tilde{E}(s) = -j\omega\mu \int_{G_k} * \tilde{H}(s) \tag{5}$$

通过近似, (5) 式可离散成

$$\begin{aligned} & (E_1(s)|_{k-k_2} - E_1(s)|_{k-k_1})\Delta x^1 + (E_2(s)|_{k-k_4} - E_2(s)|_{k-k_3})\Delta x^2 \\ & + j\omega\mu H_3 h_1 \Delta x^1 h_2 \Delta x^2 \end{aligned} \tag{6}$$

式中,  $E_j(s)|_{k-k_i} (j=1, 2, i=1 \sim 4)$  表示  $\tilde{E}(s)$  的第  $j$  分量在支路  $b_{k-k_i}$  中点上的取值,  $h_i$  为  $x^i$  的度量系数。

考虑图 4 所示的四个辅助平面四边形  $P_i (i=1 \sim 4)$ 。根据 (1) 式和 (4) 式, 在  $P_i$  上有下述公式成立。

$$\int_{\partial P_i} \tilde{H}(s) = j\omega\sigma(s) \int_{P_i} * \tilde{E}(s), (i=1 \sim 4) \tag{7}$$

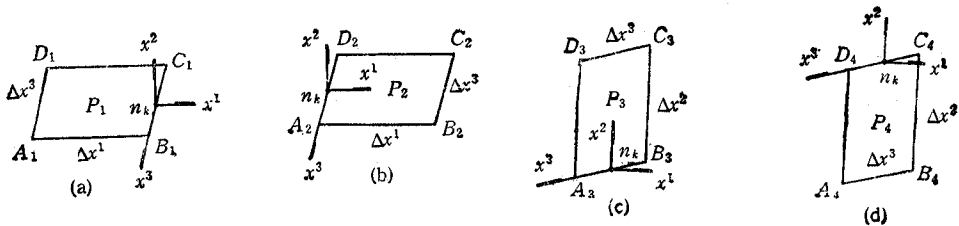


图4 网络模型推导用图

通过近似, 在  $P_i (i=1 \sim 4)$  上我们分别得到 (7) 式的离散形式是

$$\begin{aligned} & (H_{3k}(s) - H_{3k_1}(s))\Delta x^3 = -j\omega\sigma(s) E_2(s)|_{k-k_1} h_1 \Delta x^1 \Delta x^2 / h_2 \\ & + (H_1(s)|_{A_1 B_1} - H_1(s)|_{D_1 C_1})\Delta x^1 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} & (H_{3k}(s) - H_{3k_3}(s))\Delta x^3 = j\omega\sigma(s) E_2(s)|_{k-k_3} h_1 \Delta x^1 \Delta x^2 / h_2 \\ & + (H_1(s)|_{D_2 C_2} - H_1(s)|_{A_2 B_2})\Delta x^1 \end{aligned} \tag{9}$$

$$(H_{3k}(s) - H_{3k_1}(s))\Delta x^3 = -j\omega\epsilon(s)E_1(s)|_{k-k_1}h_2\Delta x^2\Delta x^3/h_1 + (H_2(s)|_{B_3C_3} - H_2(s)|_{A_3D_3})\Delta x^2 \quad (10)$$

$$(H_{3k}(s) - H_{3k_2}(s))\Delta x^3 = j\omega\epsilon(s)E_1(s)|_{k-k_2}h_2\Delta x^2\Delta x^3/h_1 + (H_2(s)|_{A_3D_3} - H_2(s)|_{B_3C_3})\Delta x^2 \quad (11)$$

考虑到波导中的场沿  $x^1$  方向按  $e^{-rx^3}$  变化 ( $r$  为传输常数), 当求截止频率时可令  $r=0$ , 于是从 (8)–(11) 式可推得如下关系式

$$H_{3k}(s) - H_{3k_1}(s) = -j\omega\epsilon(s)E_2(s)|_{k-k_1}h_1\Delta x^1/h_2 \quad (12)$$

$$H_{3k}(s) - H_{3k_3}(s) = j\omega\epsilon(s)E_2(s)|_{k-k_3}h_1\Delta x^1/h_2 \quad (13)$$

$$H_{3k}(s) - H_{3k_4}(s) = -j\omega\epsilon(s)E_1(s)|_{k-k_4}h_2\Delta x^2/h_1 \quad (14)$$

$$H_{3k}(s) - H_{3k_2}(s) = j\omega\epsilon(s)E_1(s)|_{k-k_2}h_2\Delta x^2/h_1 \quad (15)$$

引入以下支路阻抗(感性)和导纳(容性):

$$j\omega L_{k_1} = j\omega\epsilon(s)h_1\Delta x^1/h_2\Delta x^2|_{k-k_1} \quad (16)$$

$$j\omega L_{k_2} = j\omega\epsilon(s)h_2\Delta x^2/h_1\Delta x^1|_{k-k_2} \quad (17)$$

$$j\omega L_{k_3} = j\omega\epsilon(s)h_1\Delta x^1/h_2\Delta x^2|_{k-k_3} \quad (18)$$

$$j\omega L_{k_4} = j\omega\epsilon(s)h_2\Delta x^2/h_1\Delta x^1|_{k-k_4} \quad (19)$$

$$j\omega C_k = j\omega\mu h_1 h_2 \Delta x^1 \Delta x^2|_{n_k} \quad (20)$$

考虑到 (6) 式和 (12)–(15) 式, 我们即可推得  $n_k$  处的节点方程为

$$\sum_{i=1}^a a_{ki} u_i / (j\omega L_{k_i}) + a_{k_0} u_0 j\omega C_k = \sum_{l=1}^b a_{kl} i_{bl} = 0 \quad (21)$$

式中,  $l_i$  表示支路  $b_{k-k_i}$  的整体编号,  $i_{bl_i}$  是引入的  $l_i$  支路的电流。根据 (21) 式, 可作出内点  $n_k$  的等效电路如图 3(c) 所示。

以上假定节点  $n_k$  及其周围四个节点均处于同一介质。当节点  $n_k$  处于两种介质  $s_1$  和  $s_2$  的分界面  $\Gamma(s_1, s_2)$  时, 须作特别处理。同前面讨论一样, 在  $G(s_1)$  和  $G(s_2)$  (图 3(b)) 上可分别推得类似于 (6) 的关系式, 再利用切向场的连续性, 我们有

$$\frac{1}{2} [\epsilon^{-1}(s_1) + \epsilon^{-1}(s_2)] [D_1|_{k-k_2} - D_1|_{k-k_4}] \Delta x^1 + [E_2(s_2)|_{k-k_3} - E_2(s_1)|_{k-k_1}] \Delta x^2 + j\omega\mu H_{3k} h_1 h_2 \Delta x^1 \Delta x^2 = 0 \quad (22)$$

类似 (12)–(15) 式的推导, 我们可得到

$$H_{3k}(s_1) - H_{3k_1}(s_1) = -j\omega\epsilon(s_1)E_2(s_1)|_{k-k_1}h_1\Delta x^1/h_2 \quad (23)$$

$$H_{3k}(s_2) - H_{3k_3}(s_2) = j\omega\epsilon(s_2)E_2(s_2)|_{k-k_3}h_1\Delta x^1/h_2 \quad (24)$$

$$H_{3k} - H_{3k_4} = -j\omega D_1|_{k-k_4}h_2\Delta x^2/h_1 \quad (25)$$

$$H_{3k} - H_{3k_2} = j\omega D_1|_{k-k_2}h_2\Delta x^2/h_1 \quad (26)$$

再引入以下支路阻抗(感性)和支路导纳(容性):

$$j\omega L_{k_1} = j\omega\epsilon(s_1)h_1\Delta x^1/(h_2\Delta x^2|_{k-k_1}) \quad (27)$$

$$j\omega L_{k_2} = j\omega\epsilon(s_1)\epsilon(s_2)h_2\Delta x^2 / \left( \frac{1}{2} (\epsilon(s_1) + \epsilon(s_2)) h_1 \Delta x^1|_{k-k_2} \right) \quad (28)$$

$$j\omega L_{k_3} = j\omega\epsilon(s_2)h_1\Delta x^1/(h_2\Delta x^2|_{k-k_3}) \quad (29)$$

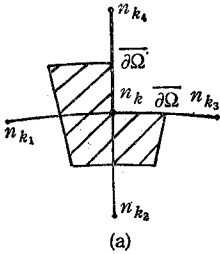
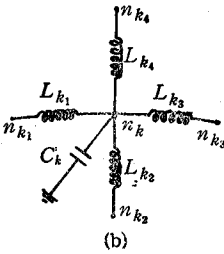
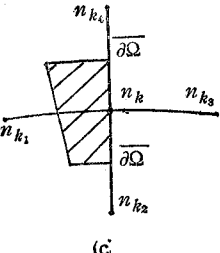
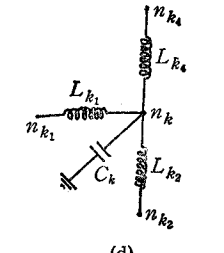
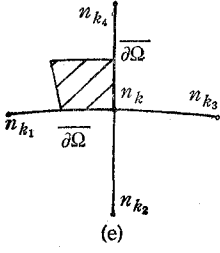
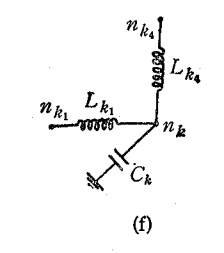
$$j\omega L_{k_4} = j\omega\epsilon(s_1)\epsilon(s_2)h_2\Delta x^2 / \left( \frac{1}{2}(\epsilon(s_1) + \epsilon(s_2))h_1\Delta x^1 |_{k-k_4} \right) \quad (30)$$

$$j\omega C_k = j\omega\mu h_1 h_2 \Delta x^1 \Delta x^2 |_{n_k} \quad (31)$$

则根据(22)–(26)式可知节点方程(21)式对分界面上节点仍成立。

当节点  $n_k$  落于边界  $\partial\bar{\Omega}$  时,其等效电路的形式将有所不同。我们仍可作出边界节点的对偶单元,但要去掉  $\partial\bar{\Omega}$  外的那部分。依照前面的讨论方式,且考虑到  $\partial\bar{\Omega}$  上的边界条件,便可得到各种边界节点的等效电路。表 1 中列出了几种典型边界节点的等效电路及其支路阻抗和导纳的取值。

表 1 几种典型边界节点的等效电路

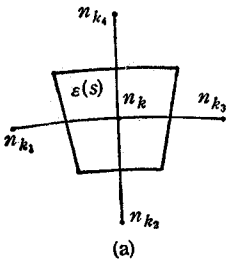
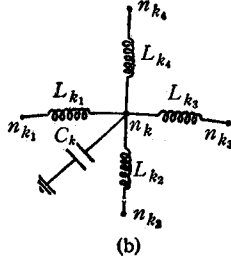
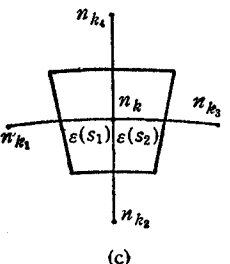
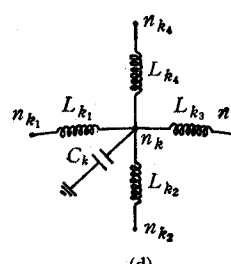
边界节点	等效电路	支路阻抗和支路导纳
 <p>(a)</p>	 <p>(b)</p>	$j\omega L_{k_1} = 2j\omega\epsilon(s)h_1\Delta x^1 / (h_2\Delta x^2  _{k-k_1})$ $j\omega L_{k_2} = 2j\omega\epsilon(s)h_2\Delta x^2 / (h_1\Delta x^1  _{k-k_2})$ $j\omega L_{k_3} = 2j\omega\epsilon(s)h_1\Delta x^1 / (h_2\Delta x^2  _{k-k_3})$ $j\omega L_{k_4} = 2j\omega\epsilon(s)h_2\Delta x^2 / (h_1\Delta x^1  _{k-k_4})$ $j\omega C_k = j \frac{3}{4} \omega\mu h_1 h_2 \Delta x^1 \Delta x^2  _{n_k}$
 <p>(c)</p>	 <p>(d)</p>	$j\omega L_{k_1} = j\omega\epsilon(s)h_1\Delta x^1 / (h_2\Delta x^2  _{k-k_1})$ $j\omega L_{k_2} = 2j\omega\epsilon(s)h_2\Delta x^2 / (h_1\Delta x^1  _{k-k_2})$ $j\omega L_{k_3} = 2j\omega\epsilon(s)h_1\Delta x^1 / (h_2\Delta x^2  _{k-k_3})$ $j\omega C_k = j \frac{1}{2} \omega\mu h_1 h_2 \Delta x^1 \Delta x^2  _{n_k}$
 <p>(e)</p>	 <p>(f)</p>	$j\omega L_{k_1} = 2j\omega\epsilon(s)h_1\Delta x^1 / (h_2\Delta x^2  _{k-k_1})$ $j\omega L_{k_3} = 2j\omega\epsilon(s)h_2\Delta x^2 / (h_1\Delta x^1  _{k-k_3})$ $j\omega C_k = j \frac{1}{4} \omega\mu h_1 h_2 \Delta x^1 \Delta x^2  _{n_k}$

前面一切讨论都以  $H_3$  作为节点电位。我们还可选  $E_3$  作为节点电位。在这种情况下,节点等效电路的推导方式与前面讨论类似,故不再赘述。表 2 中列出了各种节点的等效电路及其支路阻抗和支路导纳的取值。此时边界节点的处理十分简单,只要将其接地即可。

通过以上讨论可知,对每一节点都可推得(21)式成立。将它们写成矩阵形式是

$$AI_b = 0 \quad (32)$$

表 2  $E_s$  作为节点电位时各种节点等效电路

节点类型	等效电路	支路阻抗和支路导纳
 <p>(a)</p>	 <p>(b)</p>	$i\omega L_{k_1} = i\omega\mu h_1 \Delta x^1 / (h_2 \Delta x^2  _{k-k_1})$ $i\omega L_{k_2} = i\omega\mu h_2 \Delta x^2 / (h_1 \Delta x^1  _{k-k_2})$ $i\omega L_{k_3} = i\omega\mu h_1 \Delta x^1 / (h_2 \Delta x^2  _{k-k_3})$ $i\omega L_{k_4} = i\omega\mu h_2 \Delta x^2 / (h_1 \Delta x^1  _{k-k_4})$ $i\omega C_k = i\omega\epsilon(s) h_1 h_2 \Delta x^1 \Delta x^2  _{n_k}$
 <p>(c)</p>	 <p>(d)</p>	$i\omega L_{k_1} = i\omega\mu h_1 \Delta x^1 / (h_2 \Delta x^2  _{k-k_1})$ $i\omega L_{k_2} = i\omega\mu h_2 \Delta x^2 / (h_1 \Delta x^1  _{k-k_2})$ $i\omega L_{k_3} = i\omega\mu h_1 \Delta x^1 / (h_2 \Delta x^2  _{k-k_3})$ $i\omega L_{k_4} = i\omega\mu h_2 \Delta x^2 / (h_1 \Delta x^1  _{k-k_4})$ $i\omega C_k = \frac{1}{2} i\omega(\epsilon(s_1) + \epsilon(s_2)) h_1 h_2 \Delta x^1 \Delta x^2  _{n_k}$

式中  $I_b = (i_{b1}, i_{b2}, \dots, i_{bb})^T$  是支路电流列向量。(32)式正好就是 Kirchhoff 电流定律。另外根据支路电压的定义,有 Kirchhoff 电压定律的等效形式

$$U_b = A^T V \tag{33}$$

于是对于前面的拓扑模型 GR 的所有支路,在两种不同的节点电位选择下,赋予了两种不同的电压分布和电流分布,它们都满足 Kirchhoff 电流定律(32)式和 Kirchhoff 电压定律(33)式。这样我们就得到了两种不同的网络,统称作波导问题的网络模型。

### 三、网络分解法

网络分解法(Diakoptics)又称撕裂法,它最早由 G. Kron 提出<sup>[6]</sup>。经过若干人的努力而日趋完善,已成为一种较为系统的方法<sup>[7]</sup>。网络分解法有各种不同的形式,然而其基本思想是一致的,即将网络分解成若干子网络,然后通过求解各个子网络而得到原网络的整体解。

由前述讨论可知,波导问题网络模型都由单一阻抗支路所组成,故支路关系可写成如下形式:

$$\begin{cases} I_b = YU_b \\ U_b = ZI_b \end{cases} \tag{34}$$

式中,  $Y = \text{diag}(Y_1, Y_2, \dots, Y_b)$ ,  $Z = \text{diag}(Z_1, Z_2, \dots, Z_b)$ , 分别为支路导纳矩阵和支路阻抗矩阵。

现从网络模型 GR 中移去某些支路而使其分解成  $K$  个独立部分  $GR_i (i = 1 \sim K)$ 。移去的支路称为撕裂支路。所有撕裂支路的集合记作  $S_b$ 。(34)式可重新写成

$$\begin{cases} I_b^r = Y_r U_b^r \\ U_b^r = Z_r I_b^r \end{cases} \quad (35)$$

其中上标  $l$  和  $r$  分别表示撕裂支路和非撕裂支路的相应量。基本关联矩阵也可写成分块形式

$$A = \begin{bmatrix} S_b^l & S_b^r \\ A_l & A_r \end{bmatrix} \quad (36)$$

其中  $S_b^r$  是非撕裂支路的集合。根据 (32)–(36) 式可推得如下网络分解节点方程:

$$\begin{cases} A_l Y_r A_l^T V + A_l I_b^r = 0 \\ A_l^T V - Z_r I_b^r = 0 \end{cases} \quad (37)$$

再引入以下分块矩阵:

$$A_r = \text{diag}(A_{r1}, A_{r2}, \dots, A_{rK}), \quad Y_r = \text{diag}(Y_{r1}, Y_{r2}, \dots, Y_{rK}) \\ A_l = (A_{l1}^T, A_{l2}^T, \dots, A_{lK}^T)^T, \quad V = (V_1^T, V_2^T, \dots, V_K^T)^T$$

上述式中,  $A_{ri}$ 、 $Y_{ri}$ 、 $V_i$  分别表示第  $i$  个子网络的基本关联矩阵、支路导纳矩阵、节点电压矢量;  $A_{li}$  表示第  $i$  个子网络与撕裂支路的关联矩阵。于是网络分解节点方程可进一步写成

$$\begin{cases} Y_{ni} V_i + A_{li} I_b^r = 0 & (i = 1 \sim K) \\ \sum_{i=1}^K A_{li}^T V_i - Z_r I_b^r = 0 \end{cases} \quad (39)$$

式中  $Y_{ni} = A_{ri} Y_{ri} A_{ri}^T$ 。联立求解上述方程可得

$$\left[ Z_r + \sum_{i=1}^K A_{li}^T Y_{ni}^{-1} A_{li} \right] I_b^r = 0 \quad (41)$$

(41) 式有非零解的条件是

$$\det \left[ Z_r + \sum_{i=1}^K A_{li}^T Y_{ni}^{-1} A_{li} \right] = 0 \quad (42)$$

(42) 式即为求取截止频率  $\omega_c$  的广义本征值方程。

## 四、应用举例

通过前述讨论, 我们建立了计算任意截面任意填充波导截止频率的网络模型分解算法<sup>[8]</sup>。为检验该算法的可行性, 对若干波导进行了计算。限于篇幅, 这里只给出两个典型实例。

### 1. 窄边加载波导

窄边加载波导如图 5(a) 所示。计算时波导截面沿  $x^1$  方向等分成 20 份, 沿  $x^2$  方向等分成 10 份。将整个拓扑模型撕裂成七块。利用本文算法得到窄边加载波导孪生主模以及第一高次模的截止频率列于表 3 中。

### 2. 宽边加载波导

宽边加载波导如图 5(b) 所示。计算时离散方式与分块方式均与窄边加载波导相同。利用本文算法得到宽边加载波导 LSM、LSE 模主模及第一高次模的截止频率列于表 4 中。

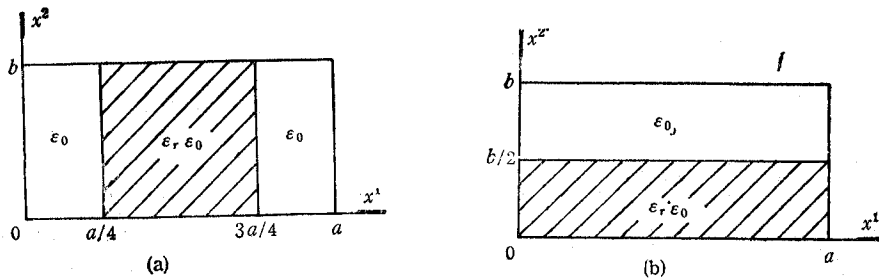


图 5 (a) 窄边加载波导  $\epsilon_r = 2.45$ ,  $a = 2$ ,  $b = 1$ ; (b) 宽边加载波导  $\epsilon_r = 9$ ,  $a = 2$ ,  $b = 1$

表 3 窄边加载波导截止频率 ( $K_c = \omega_c \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ )

	主 模	第一高次模
计算值 $K_c$	1.059	2.389
精确值 $K_c$	1.058	2.344
百分误差%	0.095	1.919

表 4 宽边加载波导截止频率 ( $K_c = \omega_c \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ )

	LSM 主模	LSM 第一高次模
计算值 $K_c$	0.959	1.783
精确值 $K_c$	0.957	1.782
百分误差%	0.209	0.056
	LSE 主模	LSE 第一高次模
计算值 $K_c$	1.440	3.220
精确值 $K_c$	1.456	3.218
百分误差%	1.099	0.062

## 五、结 束 语

本文基于区域剖分和电磁场微分形式理论建立了任意形状非均匀填充波导的拓扑模型和相应的网络模型。然后利用网络分解节点分析法对网络模型进行了求解,得到了计算非均匀填充波导截止频率的一般算法。该方法具有涉及矩阵阶数小、精度高的特点。特别是对一些规则波导结构如矩形、圆形、椭圆形以及这些规则形状的组合结构而言,可适当选择一个或多个坐标系使区域离散误差为零,提高计算的精度。由于网络模型分解算法所涉及的矩阵阶数小,故特别适用于速度和存储量不大的计算机。本文方法还可用于分析和计算各种新型的微波、毫米波传输线,如鳍线、槽线等。该方法原则上也适用于各种开放型波导,计算过程中只须引入假想的金属边界即可。

## 参 考 文 献

- [1] S. K. Chatterjee, R. Chatterjee, Dielectric Loaded Waveguide—A Review of Theoretical Solutions, The Radio Electronic Engineering, (1965).
- [2] Z. J. Csendes, P. Silvester, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-18** (1970)12, 1124—1131.
- [3] 吴万春、文舸一,电子科学学刊,9(1987)6,498—506.



- [4] W. D. Curtis, F. R. Miller, *Differential Manifolds and Theoretical Physics*, Academic Press, Inc., (1985).  
[5] S. Lefschetz, *Applications of Algebraic Topology*, Springer-Verlag, (1975).  
[6] G. Kron *Diakoptics*, London, England, MacDonald, (1963).  
[7] F. F. Wu, *IEEE Trans. on CAS*, **CAS-23** (1976) 12, 706—713.  
[8] 文舸一, 电子学报, 1990 年, 第 2 期, 第 29—36 页.

## A NETWORK MODEL DECOMPOSITION METHOD FOR THE CALCULATION OF CUT-OFF FREQUENCIES OF AN ARBITRARY SHAPED WAVEGUIDE WITH ARBITRARY FILLING

Wen Geyi

(*Southeast University, Nanjing*)

**Abstract** A new method, termed network model decomposition method, is presented for the evaluation of cut-off frequencies of an arbitrary shaped waveguide with arbitrary filling. Through discretizing the region studied, a topological model and the corresponding network model are established based on the differential forms in electromagnetic field theory. A general algorithm for evaluating the cut-off frequencies of an arbitrary shaped waveguide with arbitrary filling is constructed by using the diakoptic node analysis in electrical network theory. The algorithm is applied to several typical waveguides with the validity and effectiveness of the method demonstrated.

**Key words** Waveguide; Topological model; Network model; Diakoptic node analysis; Cut-off frequency