

# 螺旋线行波管大信号相互作用 模型的改进\*

宋文森 刘湧铨 吴静贤

(中国科学院电子学研究所)

## 提 要

由于 Rowe 模型的能量不守恒性,使它用于实际的行波管设计时,特别是相速跃变的螺旋线行波管的设计时会产生较大的误差. 本文提出的改进模型以能量守恒作为电子注和波之间的相互作用规范,所以在不计空间电荷力时,高频场的功率和电子注消耗的功率精确相等. 用新模型的计算结果比用 Rowe 模型的更接近实际情况,特别是在变相速的设计中.

## 一、引 言

Rowe<sup>[1]</sup>的螺旋线行波管大信号相互作用理论模型迄今为止仍是螺旋线行波管设计中最常用的. 正如文献[2—4]所指出的,Rowe 模型存在能量不守恒问题,即在一般情况下,电路所得到的能量大于电子注所消耗的能量. 文献[4]特别详细地讨论了产生能量不守恒的原因,以及它与哪些因素有关. 分析表明,这一能量差正比于增益参量  $c$  和电子注电流的基波成分的无功分量. 所以当电子注的基波电流越大时,这个能量差也越大,也就是说当行波管工作在非同步参量  $b = 0$  附近时,这种能量不守恒的影响达到最大. 而这种状态正是相速再同步技术中所希望的工作状态<sup>[5,6]</sup>. 因此,为了比较精确地反映螺旋线行波管在相速跃变下的工作状态,就必须先改进 Rowe 的相互作用模型,使它能够满足能量守恒的普遍规律.

根据文献[4]的分析产生能量不守恒的根本原因正是 Rowe 的等效的集中参数电路和感应电流的方式. 为此,我们不再采用 LC 等效电路模型和电压波的形式,而直接以场作为变量. 对于能量交换也不再采用感应电流的形式,而直接把能量守恒作为场和电子注之间的相互作用的依据. 为了便于比较,新模型仍采用 Rowe 所用的归一化方式和变量的形式,但同样的变量这里有不完全相同的含义. 比较新模型和 Rowe 模型的计算结果可以看出:(1)新模型下能量已经完全守恒,因此一般说来,它的效率比 Rowe 模型低,特别在  $b = 0$  时,差别尤其大.(2)新模型下,在同样输入下,为了达到饱和所需要的作用区长度要比 Rowe 模型下长些.(3)新模型下效率与非同步参量的关系比 Rowe 模型下更敏锐,即随着  $b$  的变化新模型下效率变化要大些,特别当  $b$  趋近于零时,效率下降得比

\* 1983年5月9日收到,1984年4月17日修改定稿.

Rowe 模型下更快些. 而这几点都说明新模型比 Rowe 模型更加符合实际情况.

## 二、物理模型的简述

相互作用的物理模型如图 1 所示. 图上给出了从  $z_k$  到  $z_{k+1}$  的区间内的相互作用情况. 这里的  $\hat{A}$  不再表示电压, 而直接表示正比于电场的“波变量”. 由于在螺旋线行波管

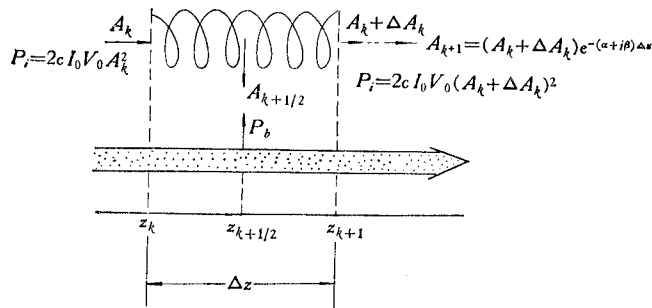


图 1 行波管相互作用模型(图中  $A_k$  均为  $\hat{A}_k$ )

中一般都忽略返波, 所以  $\hat{A}$  是直波. 这里  $\hat{A}$  是复数, 表示包含波的幅度和相位. 作为一种离散化的方法, 我们假定在  $z_k$  到  $z_{k+1}$  区间内场是常数, 即没有幅度和相位的变化. 通过这一区间后, 场发生变化, 这一变化由两部分叠加而成: (1) 在这区间内电子注对场的激励, 即如图 1 所示波变量从  $\hat{A}_k$  变为  $\hat{A}_k + \Delta \hat{A}_k$ . 这一激励量  $\Delta \hat{A}_k$  可由能量守恒关系式求出, 即通过让  $P_o = P_i + P_b$  来计算. (这里,  $P_o$  为出口功率,  $P_i$  为入口功率,  $P_b$  为电子注功率.) (2) 螺旋线的衰减和相移, 即

$$\hat{A}_{k+1} = (\hat{A}_k + \Delta \hat{A}_k) e^{-(\alpha + j\beta)\Delta z}. \quad (1)$$

这里  $\Delta z$  为  $z_k$  和  $z_{k+1}$  之间的距离, 也就是计算所取的步长. 从这一假定可以得到, 电子在这一区域内所受的外力不变. 所以应该是匀加速运动.

整个计算步骤大致如下: 先计算在给定场下的电子运动; 从电子运动, 通过电子注功率  $P_b$ 、入口功率  $P_i$  和出口功率  $P_o$  的守恒关系, 计算出  $\Delta \hat{A}_k$ ; 把  $\Delta \hat{A}_k$  加到原来的  $\hat{A}_k$  上, 重新计算电子运动; 如此反复迭代直到收敛. 但实际计算结果表明: 对于取千分之一的精度, 一般两次迭代就能收敛. 且迭代过程中, 空间电荷力不变, 因为它是由入口的空间电荷盘的分布决定, 因而不必重算空间电荷力, 因此所花计算时间并不长. 计算出  $\Delta \hat{A}_k$  后, 利用(1)式求出下一点的波变量, 如此一步一步向前推进, 直到算完全程.

## 三、电场表达式

在螺旋线电路分析中, 实际上只分析场和功率流之间的关系, 并由此计算出螺旋线的阻抗<sup>[7,8]</sup>. 我们在大信号分析中也直接应用文献[7, 8]的结果. 由此可见, 直接把电场作为变量建立起功率流、阻抗和电场的关系式比通过电压更为合理. 为此我们采用:

$$P = \frac{|\hat{E}|^2}{2\beta^2 Z_0}, \quad (2)$$

这里,按常用的符号, $P$ 表示功率流, $\hat{E}$ 表示电场, $\beta$ 为相位常数, $Z_0$ 为耦合阻抗。

为了便于和 Rowe 模型比较,我们仍采用 Rowe 的一套归一化变量,文中所用变量凡与 Rowe 所用变量的定义相同时,不再加以说明。两个归一化的独立变量为归一化距离  $y$  和时间  $\varphi_0$ :

$$y = \frac{c\omega}{u_0} z, \quad (3)$$

和

$$\varphi_0 = \omega t_0. \quad (4)$$

速度定义为:

$$\frac{dz}{dt} = u_0 [1 + 2cu(y, \varphi_0)]. \quad (5)$$

定义波变量  $\hat{A}$  时,我们保持效率的表达式:

$$\eta = 2c |\hat{A}|^2. \quad (6)$$

这样,归一化的波变量  $\hat{A}$  可以定义为:

$$\hat{A} = \frac{c}{Z_0 I_0 \beta} \hat{E}, \quad (7)$$

这里, $\beta$ 为冷电路波的相位常数,而不是 Rowe 模型中的热波的相位常数。

$$\beta = \frac{\omega}{u_0} (1 + bc). \quad (8)$$

#### 四、电子运动方程

由于我们采用同样的归一化系统,所以空间电荷场的表达式可完全采用 Rowe 书上的形式,只是高频场的表达式变为:

$$E_{rf} = \text{Re} \left[ \frac{Z_0 I_0 \beta}{c} \hat{A} e^{j\omega t} \right] = 2c^2 \omega u_0 (1 + bc) \text{Re}(\hat{A} e^{j\varphi}). \quad (9)$$

这样,我们就可以得到一个类似于 Rowe 书上的运动方程式:

$$\begin{aligned} [1 + 2cu(y, \varphi_0)] \frac{\partial u(y, \varphi_0)}{\partial y} = & -(1 + bc) \text{Re}[\hat{A} \cdot e^{j\varphi(y, \varphi_0)}] \\ & + \frac{1}{4} \left( \frac{\omega_p}{\omega c} \right)^2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{1.25}{\beta_c b'} |\varphi(y, \varphi_0') - \varphi(y, \varphi_0)| \right. \\ & \left. \cdot [1 + 2cu(y, \varphi_0')] \right\} d\varphi_0' \text{sgn}[\varphi(y, \varphi_0) - \varphi(y, \varphi_0')]. \end{aligned} \quad (10)$$

这里  $b'$  为电子注半径,  $\beta_c = \omega/u_0$ 。一般大信号计算中都令:

$$u_c(y, \varphi_0) = 1 + 2cu(y, \varphi_0). \quad (11)$$

所以(10)式可以改写为:

$$\frac{\partial u_c(y, \varphi_0)}{\partial y} = [-(1 + bc) \text{Re}(\hat{A} e^{j\varphi}) + F_{sc}] 2c/u_c(y, \varphi_0), \quad (12)$$

其中,  $F_{sc}$  即(10)式中等式右边的第二项,空间电荷力项。把(12)式右边的  $u_c$  看成是已知数,于是离散化后得:

$$u_{c_{k+1}} = u_{c_k} - [(1 + bc) \operatorname{Re}(\hat{A}_{k+\frac{1}{2}} e^{j\varphi_{k+\frac{1}{2}}}) - F_{sc}] \Delta y 2c / u_{c_k}. \quad (13)$$

为了更精确起见,我们采用

$$u_{c_{k+1}}^2 = \{u_{c_k}^2 - [(1 + bc) \operatorname{Re}(\hat{A}_{k+\frac{1}{2}} e^{j\varphi_{k+\frac{1}{2}}}) - F_{sc}] \Delta y 4c\}^{1/2}. \quad (14)$$

这里,  $\hat{A}_{k+\frac{1}{2}}$  表示取  $z_k$  到  $z_{k+1}$  的中间点的场。

计算结果表明: 对于  $F_{sc} = 0$  的情况, 采用(13)式, 电路功率和电子注功率的相对误差在饱和时在百分之二左右; 而采用(13)式后, 功率的相对误差则减少到千分之一以下, 可以认为完全是计算的误差。

由于我们的速度参考系统和 Rowe 的不同, 采用自然系统, 所以相位方程变为:

$$\frac{d\varphi(y, \varphi_0)}{dy} = \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{[1 + 2cu(y, \varphi_0)]}. \quad (15)$$

## 五、电子注对场的激励

电子注对场的激励主要是通过能量守恒关系来计算的。首先求出单个电荷盘通过  $z_k$  到  $z_{k+1}$  的区域对场所作的功, 第  $i$  个电荷盘在第  $k$  步所作的功可表示为:

$$\Delta U_{i,k} = Q_D E_{rf_{i,k}} \cdot \Delta z, \quad (16)$$

其中,  $Q_D$  为电荷盘的电荷量,

$$Q_D = \frac{I_0}{FN_d} \quad (17)$$

这里,  $N_d$  为每周电荷盘数,  $F$  为频率。把  $Q_D$  和  $E_{rf}$  的表达式代入(16)式得:

$$\frac{\Delta U_{i,k}}{\Delta z} = \frac{I_0}{FN_d} \operatorname{Re} \left[ \frac{Z_0 I_0 \beta}{c} \hat{A}_{k+\frac{1}{2}} e^{j\varphi(y_{k+\frac{1}{2}}, \varphi_0)} \right]. \quad (18)$$

对一周内所有的电荷盘积分, 并除以周期, 得到电子注在  $z_k$  到  $z_{k+1}$  上所给的激励功率:

$$\frac{\Delta P_{b_k}}{\Delta z} = \frac{I_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{Z_0 I_0 \beta}{c} \operatorname{Re} [\hat{A}_{k+\frac{1}{2}} e^{j\varphi(y_{k+\frac{1}{2}}, \varphi_0)}] d\varphi_0. \quad (19)$$

变换成归一化坐标  $y$ , 得:

$$\frac{\Delta P_{b_k}}{\Delta y} = 4c I_0 V_0 \frac{1 + bc}{2\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} [\hat{A}_{k+\frac{1}{2}} e^{j\varphi(y_{k+\frac{1}{2}}, \varphi_0)}] d\varphi_0. \quad (20)$$

这里, 特别注意所用的电场是  $z_k$  到  $z_{k+1}$  之间的中间点的电场, 这和运动方程中所用的完全一致。

在  $z_k$  和  $z_{k+1}$  区间内电路得到的功率为:

$$\begin{aligned} \Delta P_k &= I_0 V_0 \Delta \eta = 2c I_0 V_0 [(\hat{A}_k + \Delta \hat{A}_k)^2 - |\hat{A}_k|^2] \\ &= 4c I_0 V_0 \operatorname{Re} \left[ \left( \hat{A}_k + \frac{\Delta \hat{A}_k}{2} \right)^* \cdot \hat{A}_k \right] \end{aligned} \quad (21)$$

这里 \* 表示复共轭。让  $\Delta P_k = \Delta P_{b_k}$ , 并假定作用在电子注上的场  $\hat{A}_{k+\frac{1}{2}}$  为入口和出口的场的平均, 即令

$$\hat{A}_{k+\frac{1}{2}} = \left( \hat{A}_k + \frac{\Delta \hat{A}_k}{2} \right) \quad (22)$$

和

$$\varphi_{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\varphi_{k+1} + \varphi_k), \quad (23)$$

则得激励场的公式:

$$\Delta \hat{A}_k = \frac{1+bc}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-j\varphi(y_{k+\frac{1}{2}}, \varphi_0)} d\varphi_0 \Delta y. \quad (24)$$

在归一化条件下, (1)式变为:

$$\hat{A}_{k+1} = (\hat{A}_k + \Delta \hat{A}_k) e^{-j \left( \frac{1+bc}{c} \right) \Delta y - (1+bc) d \Delta y}. \quad (25)$$

(14)、(15)、(22)、(23)、(24)和(25)式组成了完整的工作方程组。由于这六个方程都是很简单的代数方程,所以很容易求解,而且解很稳定。对于这些方程的计算无须任何说明。这里只简要说明一下整个解题的过程:在已知初始条件下,先从(14)和(15)式解出电子运动方程,求得归一化速度  $u_{ck+1}$  和相位  $\varphi_{k+1}$  (作为第一次迭代,令  $\Delta \hat{A}_k^{(1)} = 0$  和  $\varphi_{k+1}^{(1)} = \varphi_k$ )。然后从(24)式求出  $\Delta \hat{A}_k^{(2)}$ ,再用(22)式和(23)式求得新的  $\hat{A}_{k+\frac{1}{2}}$  和  $\varphi_{k+\frac{1}{2}}$ 。然后进行新的迭代,即重新从(14)、(15)式解电子运动方程,并计算新的  $\Delta \hat{A}_k^{(3)}$ 。如此反复迭代直到  $|\Delta \hat{A}_k^{(n+1)} - \Delta \hat{A}_k^{(n)}| < \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  为给定误差。由于一般情况下  $\Delta \hat{A}_k$  比  $\hat{A}_k$  小得多,因此这一迭代收敛速度是很快的。

空间电荷场的计算采用入口的电荷盘分布,而不是  $z_{k+\frac{1}{2}}$  处的电荷盘分布。这种空间电荷场的计算与迭代次数无关,迭代只改变高频场。这就大大节省了计算时间,但同时也会引起一些误差。此外(22)式的假定也会引起误差。所有这些误差不但和步长有关,还与激励的程度有关,激励越强误差越大。为了减少这些误差,我们采用了变步长的方法<sup>[2]</sup>。电子注群聚越强,步长越小,一般到饱和处  $\Delta y < 0.02$ 。在这样小的步长下,这些因素带来的误差就不很大。

## 六、计算结果

用新模型的计算程序已经建立。图2给出了  $Qc = 0$ ,  $d = 0$  时,对于不同的  $c$  和  $b$ ,沿着轴向距离的效率的变化,同时给出了用 Rowe 模型的结果以进行比较。图中的实线为用新模型的结果。由于这里不考虑损耗和空间电荷力,所以用新模型计算的电路中的功率流和电子注消耗的功率流几乎完全相等。对于 Rowe 模型,二者之间有一定的差别。点划线表示电路效率,  $\eta_c$ :

$$\eta_c = 2c |\hat{A}|^2; \quad (26)$$

虚线表示从电子注的功耗得到的效率,  $\eta_b$ :

$$\eta_b = \frac{1}{N_d} \sum_{i=1}^{N_d} [1 - (1 + 2cu_i)^2]. \quad (27)$$

对于新模型,在所有的计算结果中  $\eta_c$  和  $\eta_b$  之差均小于 0.01%,所以图中只能画出一条曲线。对于 Rowe 模型,所有情况下,  $\eta_c$  均大于  $\eta_b$ 。新模型的结果比 Rowe 模型的  $\eta_b$  还

要小些. 这些都和预期结果相符. 这三种效率的差别随  $c$  增大而增大; 随  $b$  减小而增大. 图 2(a)和图 2(b) 是  $b = 1$  时不同  $c$  下的结果, 它们的效率差较小, 而图 2(c)和图 2(d) 是在  $b = 0$  时的结果, 对应的效率差就大多了. 为了更清楚地比较不同模型在不同同步

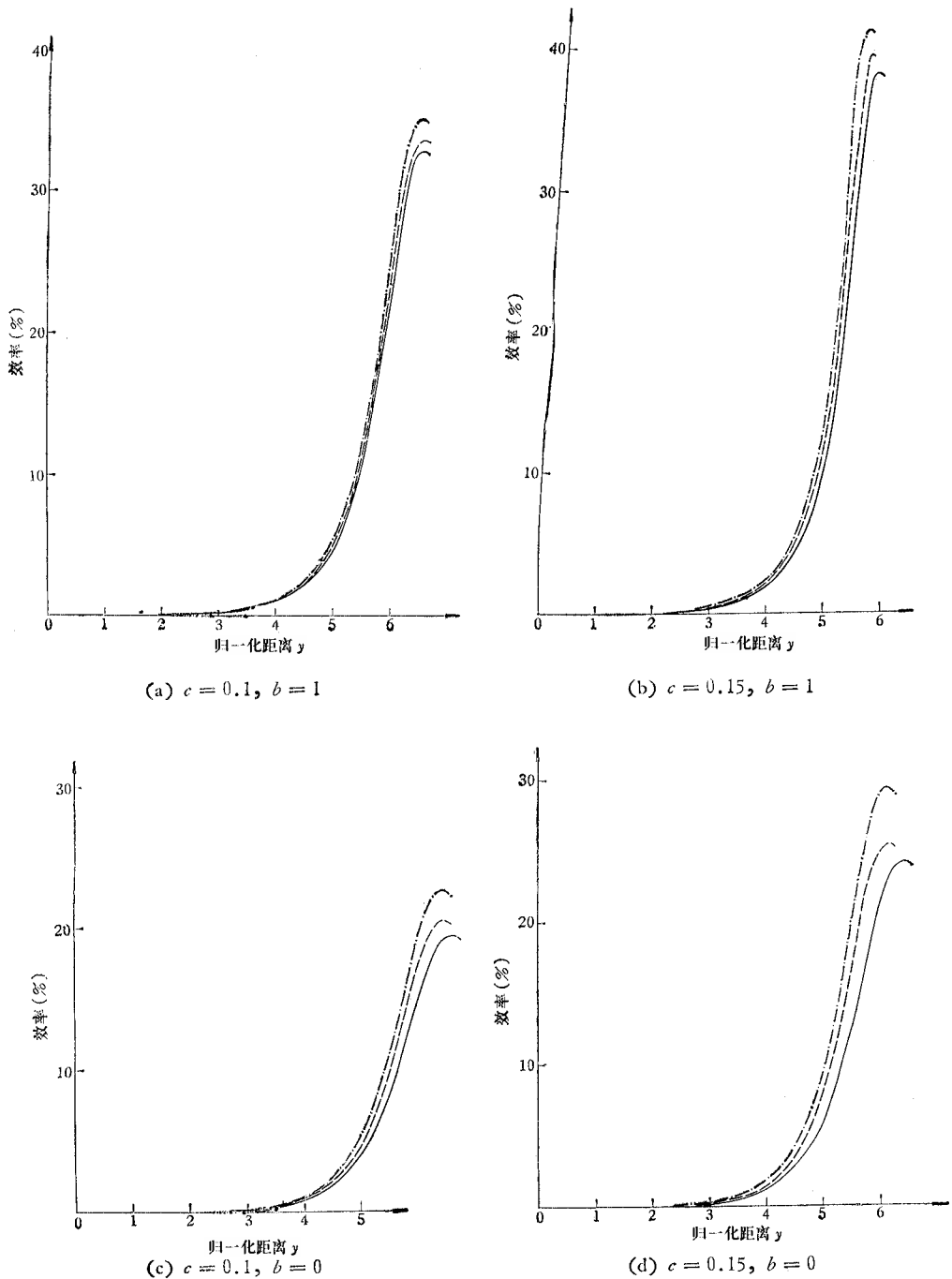


图 2 两种模型的效率与归一化距离的关系 ( $Qc = 0, d = 0$ )

— · — Rowce 模型的电路效率    - - - - - Rowce 模型的电子注效率    — 新模型下的效率(两种效率相等)

表 1 两种模型的效率和误差

各种效率 和误差	$c = 0.1$				$c = 0.15$			
	$b = 1$		$b = 0$		$b = 1$		$b = 0$	
	R. 模型	新模型	R. 模型	新模型	R. 模型	新模型	R. 模型	新模型
$\eta_c$	36.34	32.75	23.90	19.44	41.20	38.10	32.59	24.30
$\eta_b$	33.49	32.75	20.29	19.44	39.30	38.10	25.52	24.30
$\delta\eta_1$	8.51		17.79		4.83		27.70	
$\delta\eta_2$	10.96		22.94		8.13		34.11	

条件下的效率误差,表 1 给出了饱和下的计算结果. 这里,用 Rowe 模型,

$$\eta_{c,R} = 2cA^2 \frac{[1 - cd\theta/dy]}{(1 + bc)}. \quad (28)$$

若用  $\delta\eta_1$  表示用 Rowe 模型时的两种效率本身的相对误差,则:

$$\delta\eta_1 = \frac{\eta_{c,R} - \eta_{b,R}}{\eta_{b,R}}; \quad (29)$$

若用  $\delta\eta_2$  表示两种模型下的电路效率之间的相对误差,则

$$\delta\eta_2 = \frac{\eta_{c,R} - \eta_n}{\eta_n}. \quad (30)$$

这里,  $\eta_n$  即用本文的新模型时的效率. 其中,  $b = 1$  的一组为接近最佳效率时的情况; 而  $b = 0$  的一组,则表示使一次谐波电流最大时的工作状况. 当  $b = 1$  时,两种模型间的相对误差较小,大都小于百分之十;而对  $b = 0$  的情况,两种模型下的相对误差竟达百分之二十到百分之三十. 这也就是说,对于变相速的计算更需要改进互作用模型.

以上的计算都是在  $Qc$  和  $d$  等于零的情况下进行的. 这一方面是为了节省计算时间,另一方面也是因为在这种理想条件下,最容易检验互作用模型本身的问题. 考虑了空间电荷力和损耗后,情况也应该一样. 在变相速的计算中,我们就考虑了所有的实际因素. 图 3 为对变截距的计算结果. 第一段的参量为:  $c = 0.078$ ,  $b = 0$ ,  $Qc = 0.15$ ,  $\beta_c b' = 0.51$ ,  $d = 0.05$ ,  $R = 0.51$ ; 截距跃变后的参量为:  $c = 0.068$ ,  $b = 5$ ,  $Qc = 0.25$ ,  $\beta_c b' = 1.0$ ,  $d = 0.05$ ,  $R = 0.59$ . 这些参量是从对实际的行波管的螺旋线的相速和阻抗计算得到的. 图 3 中实线表示效率随归一化距离的变化,点划线表示电流的基波分量,虚线表示注电流和电场之间的相位差. 从图 3 明显看出,由于变截距所产生的电子注的相位聚焦和再群聚的过程. 在渐变点附近群聚块中心和电场的相位差变化很快,到饱和点以后进入了加速区,同时电子注电流的基波成分急剧下降,即电子注开始散焦;而加了变截距以后,相位差又重新落入减速区,而注的基波电流也不再减小,且在以后的一段距离内,维持在一定水平上.

由于 Rowe 模型是二阶偏微分方程,在计算变截距时,受到边界条件的影响很大,常常会出现不稳定. 新模型克服了这一缺点,由于方程是一阶微分方程,边界条件很容易给出,在各种情况下,计算结果都是稳定的. 关于变相速问题的计算、分析、设计以及与实验结果的比较和讨论,限于篇幅不在这里进行.

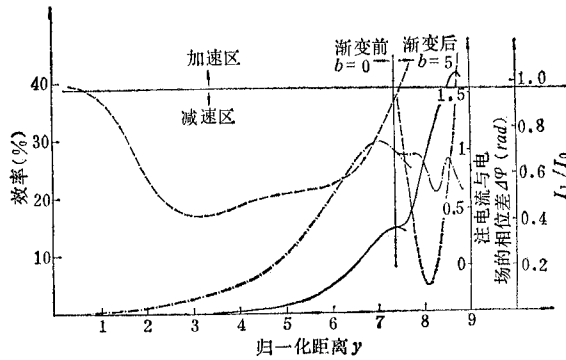


图3 变相速的计算结果

跃变前:  $Qc = 0.15$ ,  $R = 0.51$ ,  $\beta_e b' = 0.51$ ,  $d = 0.05$ ,  $c = 0.078$ ,  $b = 0$   
 跃变后:  $Qc = 0.25$ ,  $R = 0.59$ ,  $\beta_e b' = 1.0$ ,  $d = 0.05$ ,  $c = 0.068$ ,  $b = 5.0$

——效率  
 - - - 电流的基波分量  
 ····· 注电流与电场的相位差

## 七、小 结

从上述计算结果可以说明,新模型与 Rowe 模型相比有许多优点。主要是实现了能量守恒,提高了计算精度;对于  $b = 0$  的情况,这一修正意义更大。因而在变截距的计算中,应用新模型有更大的优越性。

## 参 考 文 献

- [1] J. E. Rowe, *IRE Trans. on ED*, ED-3 (1956), 39.
- [2] 电子管设计手册编委会,行波管非线性相互作用理论和计算,电子管设计手册参考资料,1976,7.
- [3] 姜遵富等,科学通报,1978年,第1期,第31页.
- [4] 宋文淼,电子学通讯,2(1980),119.
- [5] Otto Sau Seng, 7th MOGA. (1968), 16.
- [6] 陈培龙,电子学通讯,1(1979),64.
- [7] 周文表,电子学通讯,2(1980),72.
- [8] 范崇澄,电子学通讯,1(1979),74.

## IMPROVEMENT ON THE LARGE SIGNAL INTERACTION MODEL FOR TWT

Song Wenmiao, Liu Yongquan, Wu Jingxian

(Institute of Electronics, Academia Sinica)

Because of the nonconservation of energy in Rowe's model for large signal interaction in TWT, Rowe's model produces considerable error in TWT design, especially for a velocity-tapered one. A modified model which is based on energy conservation is suggested to improve the accuracy of the design of TWT. By the new model, when the loss and space charge in TWT are neglected, the energy received by the circuit is exactly equal to that given by the electron beam. And all the results obtained with the new model are in better agreement with the actual cases than those obtained with Rowe's model.