

# 人体血管系的迭代仿真方法<sup>1</sup>

王 平 车轩沁 蔡元龙

(西安交通大学图像处理与识别研究所 西安 710049)

**摘 要** 该文从整体和局部两方面对人体冠状动脉血管系进行了描述,提出了球坐标参数互约束方法来构造心脏模型,以此对仿真冠状动脉的空间分布进行控制;结合血管系的最优化原理,建立了冠状动脉分叉模式规则库;然后借鉴分形理论中的迭代函数系统思想,对每一种分叉模式赋以一定概率进行冠状动脉的迭代仿真。为了使仿真结果更加形象逼真,在迭代过程中引入了一些随机变量,在最后实验中取得了很好的效果。

**关键词** 冠状动脉, 规则库, 迭代函数系统, 分形仿真

**中图分类号** TN-051.1, TN911.73

## 1 引 言

在当前医学成像领域,图像的三维重建已成为研究热点之一。三维重建的实质是从投影重建原物体,其核心内容是重建算法的研究。为了分析及比较算法,就需要能够获得准确任意的物体投影,这在实际中是困难的,而采用计算机技术来模拟被重建对象,就能够容易地解决这一问题,从而可以大大提高研究效率。本文就锥形束 X-ray 的心血管三维重建中,对人体冠状动脉的计算机仿真进行了研究。

冠状动脉的主要功能是为心脏提供营养,它经长期的进化和自然选择形成了极其复杂的结构,难以通过确定性方法来描述。分形理论的出现为刻画复杂现象开辟了新的途径,使得人们在仿真模拟技术方面前进了一大步。在过去的几十年里,成功应用于构造自然界复杂物体的分形方法主要有:  $L$  系统、粒子系统、迭代函数系统、分数布朗运动算法、逃逸时间算法以及分形插值算法等等。其中迭代函数系统 (Iterated Function System, IFS) 由于简单有效而被广泛采用<sup>[1-3]</sup>。

文献 [4, 5] 表明,人体血管系具有随机分形特征。为了借鉴分形理论中的思想进行冠状动脉的仿真,首先需要对冠状动脉进行数学描述。我们提出一种参数互约束方法,通过球坐标系内坐标参数之间的特定关系较好地构造了心脏模型。其次,对冠状动脉血管的二分叉结构进行了分类,按其出现的机会给予一定概率,称为分叉模式规则库。最后按照 IFS 的思想,以已有的心脏模型为约束条件,根据给定的概率选择对应的分叉模式进行冠状动脉的迭代仿真,并在实验中得到了很好的冠状动脉仿真结果。

## 2 冠状动脉的数学描述

冠状动脉是主动脉上的第一对分枝,一左一右分布于心外膜下,然后继续分枝到心脏各部,进入心肌。对冠状动脉的数学描述可以分解为整体分布描述及局部分叉描述。

### 2.1 冠状动脉血管系的空间分布约束

冠状动脉从整体上完成对心脏的包络,因此要确定冠状动脉的空间分布可以转化为对心脏的建模。人体心脏外表由复杂曲面构成,采用锥体或者椭球体的近似方法显然会有较大误差,我们提出以球坐标参数互约束方法来建立心脏模型,通过对空间点球坐标参数的特定约束关系,可以很好地逼近心脏结构,具体方法如下。

在图 1 所示球坐标系内进行分析,对于心脏表面上某一点  $P(r, \alpha, \beta)$ , 取  $\beta = \beta_0$  为常数,可定性得到参数  $\alpha$  对  $r$  的校正因子曲线:  $\xi = \xi(\alpha)$ , 见图 2 及图 3; 其次考虑心脏的非对称性,令  $\beta = \beta_0$  为常数,同样方法得到参数  $\beta$  对  $r$  的校正因子曲线:  $\eta = \eta(\beta)$ , 见图 4。

<sup>1</sup> 2001-05-08 收到, 2001-10-18 改回

国家自然科学基金 (No.30070225), 国家 863 计划 (No.863-306-06-06), 教育部骨干教师基金资助

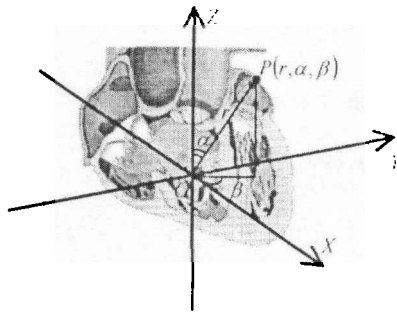


图 1 球坐标系内的心脏结构

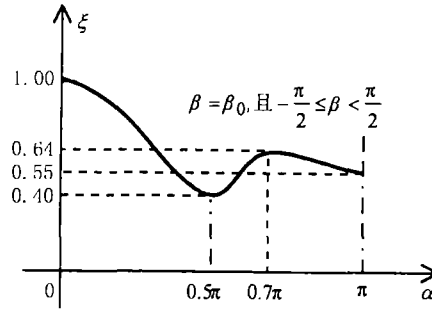


图 2 参数  $\alpha$  对  $r$  的校正因子曲线 1

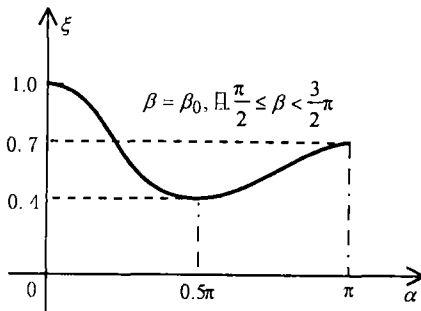


图 3 参数  $\alpha$  对  $r$  的校正因子曲线 2

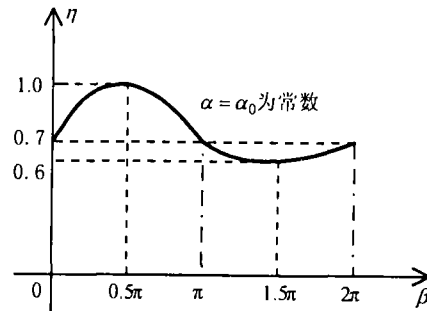


图 4 参数  $\beta$  对  $r$  的校正因子曲线

以上曲线可以通过拟合方法实现,也可以通过查表来实现。这样当给定参数  $\alpha, \beta$  时,由关系

$$r = r_0 \xi(\alpha) \eta(\beta) + \Delta \tag{1}$$

可唯一确定空间中的一个点,其中  $r_0$  为某一常数,  $\Delta$  为一小的随机变量。当  $\alpha$  取遍  $[0, \pi]$ ,  $\beta$  取遍  $[-\pi/2, 3\pi/2)$  时,便可以确定整个心脏模型表面上的点,这将用于控制仿真冠状动脉的整体分布。

### 2.2 冠状动脉血管分叉模式规则库的建立

2.2.1 基于能量最小原则的血管参数确定 人体的循环系统是经过千万年的进化和自然选择得到的一种优化结构,这种结构使得血管运输血液并且维持自身新陈代谢所消耗的能量最小。依照这个基本规律,可以建立起关于血管分叉形态的模型。以图 5 所示分叉结构为例,假定血液为牛顿液体,文献 [6] 分析了基于能量最小原理下的形态参数,过程如下:

单段血管在单位时间内消耗的能量为

$$P = (kQ^2/R^4 + K\pi R^2)^2 l \tag{2}$$

其中  $Q$  为流量,  $R$  为血管内半径,  $l$  为血管长度,  $k$  表示血液粘度,  $K$  为常参数。  $P$  取极小值的条件是:  $\partial P/\partial R = (-4kQ^2/R^5 + 2K\pi R)l = 0$ , 由此可得

$$Q = [\pi K/(2k)]^{1/2} R^3 \tag{3}$$

且此时其消耗的能量为:  $P = (3\pi/2)KR^2l$ 。所以图 5 中整个分叉血管系消耗的最小能量为

$$P = (3\pi K/2)(R_0^2 l_0 + R_1^2 l_1 + R_2^2 l_2) \tag{4}$$

下面求使 (4) 式值为最小的血管构造, 图 6 所示为图 5 中分叉血管的骨架。运用虚位移原理, 设半径保持不变,  $B$  在  $AB$  延长线上有一位移, 此时  $l_i (i = 0, 1, 2)$  和  $P$  的变化分别为:  $\Delta l_i, \Delta P$ 。由图 6 可得:  $\Delta l_0 = \delta, \Delta l_1 = -\delta \cos \theta_1, \Delta l_2 = -\delta \cos \theta_2$ , 代入 (4) 式, 有  $\Delta P = (3\pi K/2)\delta(R_0^2 - R_1^2 \cos \theta_1 - R_2^2 \cos \theta_2)$ , 满足最优条件要求:  $\Delta P = 0$ , 即

$$R_0^2 - R_1^2 \cos \theta_1 - R_2^2 \cos \theta_2 = 0 \tag{5}$$

用同样方法分别考虑  $B$  在  $CB$  延长线上和  $DB$  延长线上的位移变化, 同样方法可得

$$-R_0^2 \cos \theta_1 + R_1^2 + R_2^2 \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0 \tag{6}$$

$$-R_0^2 \cos \theta_2 + R_1^2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + R_2^2 = 0 \tag{7}$$

此外, 血管系的流量应满足:  $Q_0 = Q_1 + Q_2$ , 结合 (3) 式可知:

$$R_0^3 = R_1^3 + R_2^3 \tag{8}$$

利用 (5-8) 式, 可得

$$\cos \theta_1 = [R_0^4 + R_1^4 - (R_0^3 - R_1^3)^{4/3}] / (2R_0^2 R_1^2) \tag{9}$$

$$\cos \theta_2 = [R_0^4 + R_2^4 - (R_0^3 - R_2^3)^{4/3}] / (2R_0^2 R_2^2) \tag{10}$$

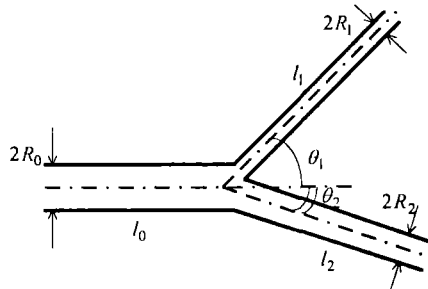


图 5 血管分叉的几何参数

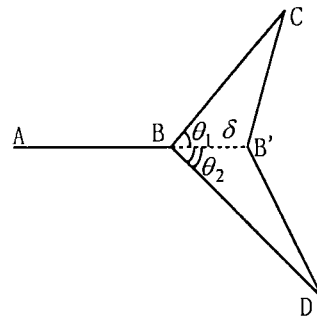


图 6 血管位移约束

2.2.2 分叉模式规则库的建立 以上表明, 只要知道血管分叉处的血流量分配关系, 就可以确定出上下级血管的血管内径、血管轴线夹角之间的关系。对这些关系进行定性分析可知, 血管分叉后较粗分枝的走向更接近上级血管的方向。结合实际的解剖结构, 我们将冠状动脉的分叉模式大致归纳为 3 种, 并定义为: 顺时针弯曲型、逆时针弯曲型及混合型, 如图 7。



顺时针弯曲型

逆时针弯曲型

混合型

图 7 冠状动脉血管分叉模式

在具体实现上, 对于给定内半径  $R_0$  的某血管段, 在一定范围内随机产生  $R_1$ , 就可以利用 (8-10) 式计算出参数  $R_2, \theta_1, \theta_2$ , 这些参数决定了血管分叉模式的局部特征, 可形成图 7 中的

三种分叉模式；同时利用 (1) 式以限定分叉模式的整体分布；此外在参数的计算结果中可以迭加随机变量  $\Delta$ ，以体现血管的随机性。这样就可以得到不同分叉模式的血管，由它们构成了血管分叉模式规则库。

### 3 仿真算法

分形理论对刻画自然界中非线性现象具有很好的效果，其中 IFS 及拼贴定理 (Collage Theorem) 是构造分形图像的有效方法之一。V.B. Hans 和 B.B.James 曾应用分形几何学解释了冠状动脉血流模式的不规则性，M.E.Gottlieb 应用分形几何较好地建立了血管树 (VT) 模型<sup>[4,5]</sup>。这些都表明人体血管网络具有一定的分形特征，但这一类分形属于随机分形，即只具有统计意义上分形特征。因而不能采用直接求得压缩映射后由 IFS 方法迭代产生。为此，借鉴 IFS 的思想，整个冠状动脉的仿真采用迭代的方法来实现。在每次迭代过程中，依据事先给定的概率选取一定的分叉模式进行，算法用伪码描述如下：

```

CreateCoronary(Node n_root, int m_level)
{ if (m_level>0)
  { int mode=SelectMode();
    (Node n_left, Node n_right)=
      CreateSegment(int mode);
    CreateCoronary(n_left, m_level-1);
    CreateCoronary(n_right, m_level-1);
  }
};

```

参数及函数说明如下： $m\_level$  为迭代深度； $mode$  为分叉模式的序号； $n\_root$  为根结点，即某种分叉模式的起始结点； $n\_left$  为分枝 1 的末端结点； $n\_right$  为分枝 2 的末端结点； $CreateCoronary(Node n\_root, int m\_level)$  为迭代过程控制函数； $SelectMode()$  为依据概率选择相应的分叉模式，返回分叉模式规则的序号  $mode$ ； $CreateSegment(int mode)$  为根据分叉模式规则  $mode$  生成相应的血管。

此外，实际的血管没有相互交叉的情况，所以在迭代的过程中，还需要去掉导致血管交叉的结点，即在生成新的结点时，求出它与所有其它结点的距离  $d$ ，如果  $d < T$  (阈值)，则该结点不生成。

按照以上讨论进行实验，实验中参数的选择见表 1，实验结果如图 8。

表 1 实验参数

	规则 1 概率	规则 2 概率	规则 3 概率	迭代深度 ( $m\_level$ )
仿真结果 (a)	0.25	0.25	0.5	7
仿真结果 (b)	0.3	0.3	0.4	6
仿真结果 (c)	0.35	0.35	0.3	7



图 8 实验结果

通过与实际的冠状动脉模型进行比较, 本文的仿真结果可以较好地表达其形态特征, 这说明了文中方法的可行性和有效性。

## 4 结 论

计算机仿真是科研中的重要手段, 本文在分析了冠状动脉形态的基础上, 提出球坐标参数互约束方法来构造心脏模型, 作为仿真过程中对冠状动脉整体分布的控制。其次, 结合血管最优化原理, 建立了血管分叉模式规则库。最后, 借鉴分形理论中迭代函数系统的思想, 采用迭代的方法进行了冠状动脉的仿真。从整个过程来看, 如果能够建立更加丰富的规则库, 将会得到更好的仿真效果。这种方法对其它复杂物体的仿真也具有一般意义。

## 参 考 文 献

- [1] M. F. Barnsley, R. L. Devaney, B. B. Mandelbrot, *et al.*, 著, 和风, 译, 分形图形成, 北京, 海洋出版社, 1995.
- [2] 齐东旭, 分形及其计算机生成, 北京, 科学出版社, 1994.
- [3] 陈宁, 朱伟勇, M-J 混沌分形图谱, 沈阳, 东北大学出版社, 1998, 15-53.
- [4] A. L. Goldberger, D. R. Rigner, B. J. West, Chaos and fractals in human physiology, *Scientific American*, 1990, 262(2), 42-49.
- [5] O. Berenfeld, S. Abboud, Spectral analysis of simulated QRS complex using a model of the heart ventricles with a fractal conduction system, *Proc. of the Annual International Conference of the IEEE*, Vol. 3, 973-974.
- [6] 刁颖敏, 生物力学的原理与应用, 上海, 同济大学出版社, 1991, 160-169.

## ITERATIVE SIMULATION OF HUMAN BLOOD VESSEL SYSTEM

Wang Ping      Mou Xuanqin      Cai Yuanlong

(*Image Processing Center, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China*)

**Abstract** This paper describes the coronary arteries of human being macroscopically and locally, and proposes a method named parameter co-restriction of spherical coordinate to model the heart, which is used to control the spatial configuration of coronary arteries. Then combining the optimum principle of vessel system, a rule-base of vessel bifurcations is built. Finally, the coronary arteries can be simulated by choosing one of the bifurcate modes according to the given probability in each iterated course, which is induced from the idea of iterated function system in fractal theory. At the same time, some random variables are also introduced to make the simulating result more vivid, and the experiment indicates the validity of this method.

**Key words** Coronary arteries, Rule-base, Iterated function system, Fractal simulation

- 王 平: 男, 1972 年生, 博士生, 主要研究方向为数字图像处理与分析, 医学图像的三维重建等。  
 牟轩沁: 男, 1964 年生, 副教授, 主要研究方向为医学数字成像技术和智能交通技术。  
 蔡元龙: 男, 1928 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为仪器仪表、图像处理及模式识别。