

## 相关跳频序列的 Viterbi 译码算法及其纠错性能分析

李天昀 葛临东

(郑州信息工程大学信息工程学院 郑州 450002)

**摘要:** 该文分析了相关跳频通信系统中频率转移函数的纠错性能, 将 Viterbi 算法应用于接收端跳变频点序列的译码, 并结合相关跳频转移函数的特点对译码过程作出了改进。针对满足最大相关纠错性能的频率转移函数, 详细分析了 Viterbi 算法的译码性能。仿真结果表明, 通过相关纠错, 对随机错误在低信噪比条件下可以获得 5 - 8dB 的增益。

**关键词:** 差分跳频, 转移函数, Viterbi 算法, 纠错性能

中图分类号: TN914.4

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2005)08-1282-05

## Viterbi Algorithm for DFH Sequence and Analysis of Its Error-Correcting Performance

Li Tian-yun Ge Lin-dong

(University of Information Engineering, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract** In this paper the error-correcting performance of frequency transition function for Differential Frequency Hopping (DFH) communication system is analyzed first. Then a Viterbi algorithm is proposed and applied to frequency sequence decoding of DFH receiver, and it is further improved by the full use of the characteristics of transition function. The decoding performance of Viterbi algorithm is analyzed with the requirement that the transition function should achieve the best error-correcting performance. Simulation results show that 5 - 8dB gain could be achieved for stochastic frequency detection error when SNR is low.

**Key words** Differential frequency hopping (DFH), Transition function, Viterbi algorithm, Error-correcting performance

### 1 引言

相关跳频通信技术是美国 1995 年推出 CHES (Correlated Hopping Enhanced Spread Spectrum) 系统时首次提出的<sup>[1, 2]</sup>, 是一种新的高速抗干扰宽带跳频通信体制。相关跳频也叫差分跳频(Differential Frequency Hopping, DFH), 采用频率转移函数机制, 而不是传统的跳频图案机制, 来控制频率跳变序列, 利用相邻频点之间的变化来携带信息。每跳传输的都是未调制的单频脉冲, 收端仅需检测频点并根据频点序列进行译码, 而不涉及定时和解调等问题, 从而使跳频系统获得更高的跳速和数据传输速率, 并减小对其他共享带宽用户的干扰。同时, 在传输信息的过程中因相邻频点的相关性而具有一定的检错和纠错能力, 译码过程中可以重建在接收机检测过程中出错的数据, 实现可靠的高速数据传输。

相关跳频通信中信息的携带是建立在频率转移函数基础上的, 收端对检测到的频点序列进行译码需要依据转移函数来进行。转移函数一般不具有明显的代数结构, 因此不能

采用代数译码, 而采用概率译码。相关跳频的频率转移过程是一个有限状态机, 可以表示成格图的形式, 因此采用最大似然译码方法——Viterbi 算法<sup>[3-6]</sup>是可行的。与序列译码方法如 Fano 算法、堆栈算法<sup>[3, 4]</sup>等比较, Viterbi 算法具有性能稳定、译码器结构相对简单等优点, 并可由回溯过程中频点转移的双重路径来进行检错。

### 2 相关跳频转移函数

#### 2.1 转移函数定义

频率转移函数定义为

$$F_n = G(F_{n-1}, X_n) \quad (1)$$

当前跳变频率  $F_n$  由上一跳的跳变频率  $F_{n-1}$  以及当前传输的数据符号  $X_n$  根据转移函数  $G$  来决定, 频率转移过程是一个典型的有限状态 Markov 链。数据符号  $X_n$  携带的信息为  $Bh$  比特, 称  $f = 2^{Bh}$  为扇出系数。跳变频率集为  $S = \{f_1, f_2, \dots, f_N\}$ ,  $F_{n-1}$  和  $F_n$  从中取值, 其中  $N$  为跳变频率数。通常  $N$  取 2 的整数幂, 且  $N > f$ , 如 CHES 系统中  $N$  取 64 或 256,  $Bh$  取 1~4。

相关跳频编码过程中, 原始数据先按  $Bh$  比特分组, 由当前传输的数据组来决定转移到哪个频点, 并将其对应的跳变频率发射出去。接收端检测到跳变频率序列后, 可由其相邻频点间的相关性来纠正部分频率检测错误, 并根据式(1)的逆函数来获取所传输的信息。

2.2 转移函数模型表示

一般而言, 转移函数的设计首先要考虑频率转移过程中频点使用的均匀性和随机性等性能。这要求转移函数满足各状态(频点)的出度和入度均相同, 且状态集  $S$  对于频率转移过程不可约。结合定义可将频率转移函数描述成频率转移矩阵、状态图等直观模型表示。

频率转移矩阵是  $N \cdot f$  的矩阵, 在出阵  $T_o$  中, 元素  $T_o(i, j)$  表示从频率编号为  $i, i = 1, \dots, N$  的频点  $f_i$  出发, 当输入信息为  $j, j = 0, 1, \dots, f - 1$  时, 将转移到编号为  $T_o(i, j)$  的频率; 而在入阵  $T_i$  中,  $T_i(i, j)$  表示输入信息为  $j$  时, 转移到频点  $i$ , 需要从频点  $T_i(i, j)$  出发。状态图描述了完整的状态转移关系。图 1(a), 1(b) 给出了  $N=8, Bh=1$  时的一个频率转移矩阵例子, 相应的状态图如图 1(c), 实线对应信息 0, 虚线对应 1, 其中频点  $f_i$  简记为其编号  $i$ 。

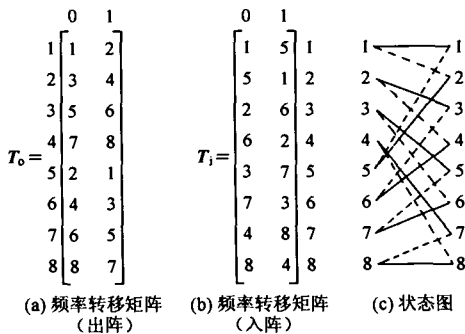


图 1 频率转移函数表示

2.3 相关纠错性能

相关跳频序列的译码过程中根据频点间的相关性来纠错, 其纠错性能是完全由转移函数决定的。转移函数的设计如果使频率转移路径满足最小距离最大, 则可以获得最大的相关纠错能力。其中最小距离指的是始点和终点的频率都相同的两条互异的等长频率转移路径之间的汉明距离  $d$  的最小值, 它直接关系纠错能力的大小。根据转移函数的定义, 适当设计转移函数  $G$ , 可以使这一最小距离达到如下最大值:

$$\sigma = \max_c (\min(d)) = \left\lfloor \frac{\log_2 N}{Bh} \right\rfloor \quad (2)$$

其中  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示下取整。一般  $N, Bh$  的取值满足  $\log_2 N$  为  $Bh$  的整数倍,  $\sigma = \log_2 N / Bh$ 。从任一频点  $f_i$  出发,  $\sigma$  步转移到任一频点  $f_j$  的路径都是唯一的, 从而最大可以纠连续的  $\sigma - 1$  个错。

分组编码方案<sup>[7]</sup>所设计的转移函数可以很好地满足均匀性和随机性等条件, 并达到最佳纠错性能。图 1 中的频率转移函数即为  $N=8, Bh=1$  时由分组编码方案设计的。

3 频率序列的 Viterbi 译码算法

3.1 相关跳频序列的 Viterbi 译码原理

相关跳频的频率转移过程可以看作一个有限状态机, 其中状态集为频点集  $S$ , 而且状态机的输出即为频率序列, 可以用格图来表示其状态转移过程。

应用 Viterbi 算法对接收机检测到的频率序列进行译码时, 因为状态数为  $N$ , 每个状态有  $f$  个分支, 所以每次迭代需要从  $N \cdot f$  个分支中确定出  $N$  条幸存路径, 就计算量来说是可行的, 不存在 Viterbi 算法应用于卷积码译码时因约束长度过长而导致实际不可行的问题。

相关跳频通信系统接收机中的频率检测一般采用频域检测的方式<sup>[1,2]</sup>, 所以在 Viterbi 译码中采用汉明距离作为距离度量来进行硬判决译码, 而不采用欧氏距离来进行软判决译码。频率状态转移时其输出即为后一状态, 所以在硬判决译码的路径延伸过程中, 如果某时刻格上的状态与接收频率一致, 则该路径与接收序列的汉明距离度量加 1, 否则加 0。

3.2 Viterbi 硬判决译码的步骤及实例

下面结合一个简单的实例来说明 Viterbi 译码的过程。设转移函数如图 1 所示, 发送信息为 101001111101, 并以频点 1 为起始状态, 则发送的频点序列为 2, 3, 6, 4, 7, 5, 1, 2, 4, 8, 8, 7 (以频率编号表示)。设接收机检测到的频点序列为 2, 8, 5, 4, 7, 5, 1, 3, 4, 8, 8, 7, 则其译码过程如图 2 所示。在图 2 中, 上方列出的是接收频率序列, 图左为格图中节点的频率编号, 格图中节点旁列出的数字为从起点到该节点的幸存路径的距离度量。

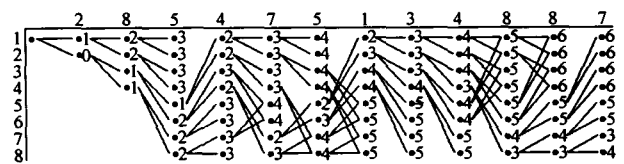


图 2 译码过程图示

在 Viterbi 译码的“加比选”过程中, 如果距离度量最小的路径有多条, 可以全部保留下来作为幸存路径, 或设立一个规则仅保留其中一条作为幸存路径。如果保留多条幸存路径, 一般在最终回溯前都会被淘汰而自动消失; 如果没有自动消失, 则说明此处的错误可以检测但是不能被纠正, 在最终路径的回溯过程中任选其一或采取其他方法来处理。

以第 5 次迭代为例, 由图 1(b) 所示入阵表, 从前一时刻留存的幸存路径中进入节点 7 的路径有两条: (2,3,6,4,7) 和

(2,4,8,8,7), 其距离度量分别为 2+0 和 3+0, 因此保留前一路径作为节点 7 的幸存路径, 后一路径被淘汰。而进入节点 5 的两条路径的距离度量都是 3+1, 在本例中这两条路径都予以保留。

最终得到的最大似然序列为(2,3,6,4,7,5,1,2,4,8,8,7), 与发送的频率序列一致, 纠正了 3 个频点检测错误, 因此由图 1(a) 可完整无误地译出发送信息。

### 3.3 一些实现方面的考虑

采用上述译码步骤进行译码时, 如果接收的频率序列很长,  $N$  条幸存路径也将很长, 需要很大的存储空间来存储, 并且译码延时也将很长。实际实现中, 一般采用加窗截断来解决这个问题。加窗后的 Viterbi 译码将不再是最大似然译码, 不过, 在窗足够宽时其译码输出与最大似然序列的区别可以忽略不计。窗宽  $w$  一般选择为约束长度的 5~6 倍。格图的约束长度定义为确定格的状态数所需的转移次数, 在满足最大相关纠错性能的转移函数中, 由式(2), 约束长度即为  $\sigma$ 。加窗后译码器的输出将总是延迟  $w$  个时刻。

在相关跳频序列的 Viterbi 译码过程中, 不存在类似于卷积码译码中的位同步或符号同步问题, 从而在起始时刻可以直接进入格图搜索。

在图 2 所示的例子中, 译码过程中已知起始状态为频点 1。实际上, 可能起始状态是未知的, 或者需要从接收序列中某一帧的中间任意状态开始进行译码。此时, 可以将  $N$  条初始路径设为起始时刻的  $N$  个节点, 其距离度量即为与第 1 个接收频点的汉明距离。图 2 例子在未知起始状态情况下的译码过程如图 3 所示。在缺少初始同步的情况下, 译码结果的前面约  $5\sigma$  个频点的可靠性将有所下降<sup>[4]</sup>。同样, 在格图的终点, 单纯地选择幸存路径中距离度量最小的路径作为最终路径, 也会引起最后约  $5\sigma$  个频点的可靠性有所下降。

在逐次迭代的过程中, 幸存路径的距离度量持续增大, 可能会导致溢出。溢出问题可以通过在每若干次迭代后从所有幸存路径中减去其最小值来避免。

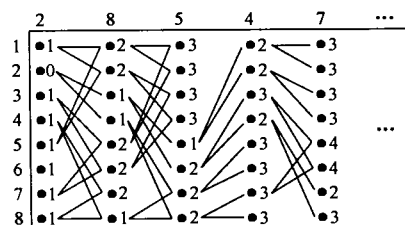


图 3 初始状态未知时的译码过程

## 4 译码性能分析及仿真结果

### 4.1 最大似然译码的纠错性能

采用联合界<sup>[6]</sup>等方法分析相关跳频系统 Viterbi 译码的性

能是比较困难的。下面从对几种特殊错误模式的分析出发, 定性分析相关跳频参数对纠错性能的影响。

以图 1 所示的转移函数为例,  $N=8, Bh=1$ 。其中  $\sigma=3$ , 对随机的一个错误可纠, 且最大只可纠连续的 2 个错误, 而对于连续的 3 个错误一般是不可纠正的。对于连续 2 个频率检测错误的情况, 有的错误模式也是不可纠的。

如图 4 所示。对于图 1 例中的转移函数, 从  $a$  点经过 4 步转移到  $b$  点总存在两条路径, 称这两条路径为孪生路径。如果发的是第 1 条路径, 而检测频点时错了两个频点, 而且其中一个正好错到另一条路径上, 则对这种情况只能检错而不能纠错, 因为接收路径与这两条转移路径之间的汉明距离皆为 2。而如果两个频点都正好错到另一条路径上, 则会出现可纠、但是纠得不对的情况, 因为接收路径与发送路径及其孪生路径之间的距离分别为 2 和 1, 译码时将会译为其孪生路径。这两种情况分别如图 4(b) 和图 4(c) 所示。

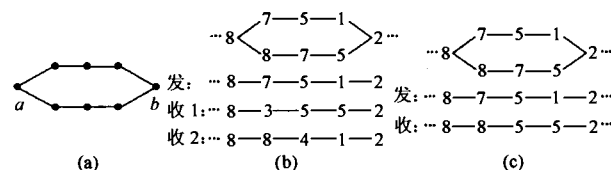


图 4 特殊错误模式

同样, 对于从  $a$  点经过 5 步转移到  $b$  点的 4 条路径, 也可以分析其有两个频点检测错误时的特殊错误模式。

通常, 对类似上述的不可纠的错误, 在 Viterbi 译码的“加比选”过程中将产生多条具有最小距离度量的路径。此时, 可以任选其中一条作为幸存路径, 这并不会影响最终译码的错误概率。如果全部保留这多条路径作为幸存路径, 并且在移出窗口时尚未被淘汰, 则从窗左移出的状态将有多, 可以任选其中一个状态, 或根据大数逻辑判决选择出现次数最多的状态, 或选择具有最小路径度量的幸存路径对应的状态。一般, 在窗宽足够大时, 这种从窗左移出多个不同状态的情况都对应出现了不可纠的错误, 因此可以被利用来进行检错。

由以上几种特殊错误模式的分析, 对于频点数为  $N$ 、每跳传输  $Bh$  比特的相关跳频通信系统, 假设其转移函数符合最大相关纠错性能, 在 Viterbi 译码过程中进入每个状态的幸存路径仅保留一条, 窗宽取为  $w=5\sigma$ , 如果频点检测的差错概率为  $p_e$ , 则译码后频率序列的符号错误概率  $p_d$  与参数  $N, Bh, \sigma$  和  $p_e$  等有关。忽略出现概率相对较小的特殊错误模式, 可得  $p_d$  约为

$$\begin{aligned}
p_d \approx & C_{\sigma}^{\sigma-1} (1-p_e)^3 p_e^{\sigma-1} \frac{C_{\sigma-1}^1 (2^{Bh}-1)(N-1)^{\sigma-2}}{(N-1)^{\sigma-1}} \cdot \sigma \cdot \frac{2^{Bh}-1}{2^{Bh}} \\
& + (1-p_e)^2 p_e^{\sigma} \cdot \sigma \cdot \frac{2^{Bh}-1}{2^{Bh}} + C_{\sigma-1}^1 (1-p_e)^3 p_e^{\sigma} \\
& \cdot \frac{[2(2^{Bh}-1) + (\sigma-2)((2^{Bh})^2-1)](N-1)^{\sigma-1}}{(N-1)^{\sigma}} \\
& \cdot (\sigma+1) \cdot \frac{(2^{Bh})^2-1}{(2^{Bh})^2} \quad (3)
\end{aligned}$$

式中第 1 项为类似于图 4(b)所示连续  $\sigma$  个频点检错  $\sigma-1$  个时的特殊错误模式所对应的差错概率。在长度为  $\sigma+2$  个频点的路径上来考虑, 如图 4(a), 从任一频点出发经过  $\sigma$  个频点到达另一个任意频点的路径有  $2^{Bh}$  条。 $\sigma$  个频点检错  $\sigma-1$  个的概率为  $C_{\sigma-1}^1 (1-p_e)^3 p_e^{\sigma-1}$ , 而在这些错误中有一个频点错到孪生路径上的概率为  $[C_{\sigma-1}^1 (2^{Bh}-1)(N-1)^{\sigma-2}] / (N-1)^{\sigma-1}$ 。假设出现这类特殊错误模式时任选一条路径作为输出, 则译为错误路径的概率为  $(2^{Bh}-1)/2^{Bh}$ , 且都将是连续的  $\sigma$  个频点错误。同样, 第 2 项为连续检错  $\sigma$  个频点的情况, 第 3 项为除第 2 项的情形外在连续  $\sigma+1$  个频点范围内出现  $\sigma$  个频率检测错误时的特殊错误模式, 其余错误模式因其出现概率小而被忽略。

设采用最佳接收机结构对 AWGN 信道中的相关跳频信号进行频率检测的性能与  $M$  元正交信号非相干检测的符号差错性能相当<sup>[1,2,5]</sup>, 则其理论上的检测性能如图 5 所示。例如在  $p_e=0.1, N=64, Bh=1$  的情况下, 通过最大似然译码后  $p_d$  接近  $10^{-5}$ , 由相关纠错带来的译码增益是可观的。

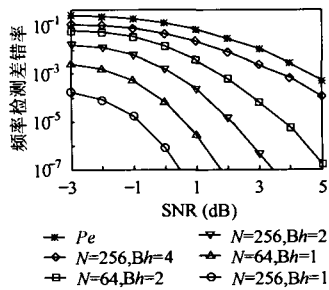


图 5 相关纠错译码频点差错性能

### 4.2 算法复杂度分析

相关跳频 Viterbi 译码算法需要的主要存储空间为入阵表的存储空间和记录幸存路径及其距离度量所需的空间。以字节为单位, 入阵表的大小为  $N \cdot f$ , 记录幸存路径所需空间为  $N \cdot w$ , 记录距离度量所需空间为  $N$ 。因此, 其空间复杂度约为  $N \cdot (f+w+1)$ 。如果需要保留距离相等的多条幸存路径来获得检错功能, 则记录幸存路径所需的相应增加。

Viterbi 算法主要的运算量在于“加比选”步骤。每次迭

代需要从  $N \cdot f$  个分支中选出  $N$  条幸存路径, 这包括  $N \cdot f$  次比较运算和  $N$  次加法运算, 并对  $N$  组移位寄存器进行移位操作、对移出窗口的频点进行信息译码。每次迭代的计算量是固定的。

可见, 在相关跳频通信中应用 Viterbi 算法译码时其空间复杂度和时间复杂度都不高。

### 4.3 仿真结果

设采用频域检测的方法检测跳变频率序列, 其性能较图 5 对应的最佳接收机结构差 3dB<sup>[1,2]</sup>。在随机错误信道条件下, Viterbi 算法中取  $w=5\sigma$ , 无初始同步, 对不同  $N$  和  $Bh$  条件下对  $10^7$  个接收频点译码的仿真结果如图 6(a)所示, 对应从频率序列中获取的传输信息的误比特率如图 6(b), 其中“BER no MHC” (Missed Hop Correction)指由接收频率序列没有利用相关纠错而根据频率转移函数直接译出数据信息时的误比特率。仿真结果与图 5 中的分析结果基本一致。

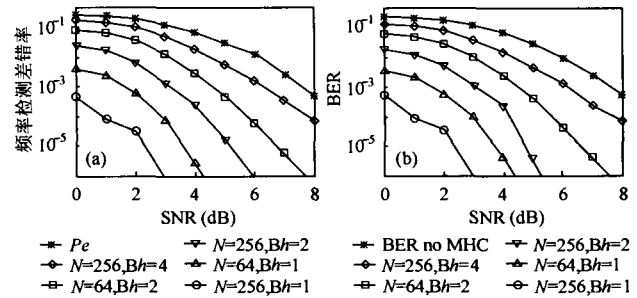


图 6 性能仿真结果

### 5 结束语

相关跳频通信系统将传输的信息携带在频率的转移关系上, 收端需要根据频率转移函数来从检测的频点序列中提取所携带的信息。对一个设计良好的频率转移函数, 由其决定的频率序列具有良好的相关性, 而接收机的频率检测模块一般采用频域检测的方法, 检测过程中并没有利用这种相关性。因此其后的译码环节可以根据频率转移的相关性来对频率序列中错误检测的频点进行纠正。

转移函数一般不具有明显的代数结构, 译码过程通常采用最大似然译码, 而不能采用代数译码。Viterbi 算法是一种应用广泛的非代数译码方法, 将其应用于相关跳频频率序列的译码并结合转移函数的特点作出改进, 可以取得理想的效果。结合最大似然译码方法, 对满足最大相关纠错性能的转移函数, 通过对转移函数的相关纠错性能以及接收频率序列中几种特殊错误模式的分析, 得出了译码后频率序列符号差错概率的表达式。分析和仿真的结果表明, 通过相关纠错, 可以获得相当可观的译码增益。

## 参考文献

- [1] Herrick D L, Lee P K. CHES: A new reliable high speed HF radio[C]. Proc. MILCOM'96, Washington, DC, 1996: 684 – 690.
- [2] Herrick D L, Lee P K, Ledlow L L. Correlated frequency hopping: an improved approach to HF spread spectrum communications[J]. Proc. Tactical Communications Conference, Washington, DC, 1996: 319 – 324.
- [3] [美]R.E.布莱赫特 著, 肖先赐 译. 数字信号处理的快速算法[M]. 北京: 科学出版社, 1992: 286 – 297.
- [4] 杨爵, 郎宗棣. 实用纠错编码[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1988: 178 – 237.
- [5] Proakis J G. Digital Communications(3e)[M]. Boston: The McGraw-Hill Companies Inc., 2001: 260 – 264, 470 – 511.
- [6] G. C. 小克拉克, J. B. 凯恩 著, 聂涛, 卢玉明, 等译. 数字通信中的纠错编码[M]. 北京: 国防工业出版社, 1988: 150 – 172, 193 – 213.
- [7] 李明, 戚仁华, 朱红琛. 短波宽带快速跳频通信技术研究[J]. 通信技术, 2000, 3: 34 – 37.
- [8] 潘武, 周世东, 姚彦. 差分跳频通信系统性能分析[J]. 电子学报, 1999, 27(11A): 102 – 104.
- 李天昀: 男, 1979年生, 硕士生, 研究方向为通信信号处理.
- 葛临东: 男, 1946年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为通信信号处理与软件无线电.