

多层手征介质填充圆波导的分析

沈 忠 祥

(南京航空学院 4 系, 南京 210016)

摘要 本文利用递推本征函数法分析了多层手征介质填充圆波导的传播特性, 文中给出了不同介质层中电磁场的递推关系, 推导了 N 层手征介质填充圆波导色散特性的一般性计算公式. 作为示例, 文中还给出了对几种结构传播特性的计算结果.

关键词 电磁场; 手征介质; 手征波导

1. 引言

手征介质是上个世纪发现的具有旋电磁特性的材料. 不同圆极化的电磁波在手征介质中传播时的相速度不同; 线极化波在其中传播时它的极化平面将绕传播方向旋转. 近年来随着材料科学的发展, 使得人们制造在微波和毫米波频段具有旋电磁特性的手征介质成为可能^[1]. 因此有关手征介质的理论研究工作引起了众多学者的兴趣^[2].

Engheta 和 Pelet^[3,4] 在 1989 年提出了一种新型的导波结构, 即手征波导, 它是在柱形波导中填充手征介质而形成的. 由于填充材料所具有的旋电磁特性, 使这种波导具有一些新颖而独特的性质^[3-5]. 这些性质使手征波导有望在集成光学、通信系统、电子器件和印刷天线等方面获得应用.

在圆波导中填充手征介质可使它具有一些新的特性^[5,6], 从而在微波、毫米波、光波器件和电器的设计中得到新应用. 本文利用递推本征函数法^[7,8]分析计算了多层手征介质填充圆波导的传播特性.

2. 理论推导

对于时谐场 ($\exp(-j\omega t)$), 描述手征介质的本构关系为

$$\begin{aligned} D &= \varepsilon E + j\xi B \\ H &= j\xi E + B/\mu \end{aligned} \quad (2)$$

其中 ε , μ 和 ξ 分别是手征介质的介电常数、磁导率和手征导纳.

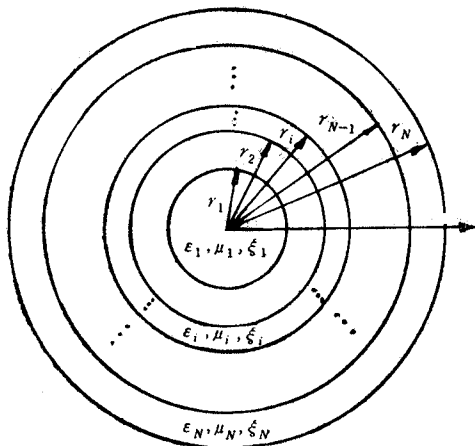


图 1 多层手征介质填充圆波导的横截面结构

1992.06.01 收到, 1992.12.28 定稿.

沈忠祥 男, 1966 年 7 月生, 硕士, 助教, 现从事毫米波理论和技术、电磁散射、频率选择表面和手征介质等方面的研究工作.

图 1 所示为多层 (N 层) 手征介质填充圆柱形波导的横截面结构。设第 i ($i = 1, 2, \dots, N$) 层的介电常数、磁导率、手征导纳和外半径分别为 ϵ_i, μ_i, ξ_i 和 r_i 。假定传播方向是沿正 z 方向的, 则所有电磁场量均以因子 $\exp(j\beta z)$ 沿 z 变化。在本文中因子 $\exp(j\beta z - j\omega t)$ 已省略。

根据手征波导理论^[3,4], 第 i 层 ($i = 1, 2, \dots, N$) 手征介质中的纵向场分量 E_{z_i} 和 H_{z_i} 可以用函数 U_i^+ 和 U_i^- 来表示

$$E_{z_i} = P_i^+ U_i^+ + P_i^- U_i^- \quad (3)$$

$$jH_{z_i} = (P_i^+ U_i^+ - P_i^- U_i^-) / \eta_i \quad (4)$$

其中 U_i^+ 和 U_i^- 满足

$$\nabla_i^2 U_i^+ + P_i^+ U_i^+ = 0 \quad (5)$$

$$\nabla_i^2 U_i^- + P_i^- U_i^- = 0 \quad (6)$$

且 $P_i^+ = (k_i^+)^2 - \beta^2$, $P_i^- = (k_i^-)^2 - \beta^2$

$$k_i^\pm = \pm \omega \mu_i \xi_i + \sqrt{k_i^2 + (\omega \mu_i \xi_i)^2}, \quad \eta_i = \sqrt{\mu_i / (\epsilon_i + \mu_i \xi_i^2)}$$

$$k_i^2 = \omega^2 \mu_i \epsilon_i, \quad \mu_i = \mu_0 \mu_{ri}, \quad \epsilon_i = \epsilon_0 \epsilon_{ri}$$

对于本文所考虑的结构, 采用极坐标系 (ρ, φ) 。第 i 层手征介质中 U_i^+ 和 U_i^- 分别为

$$U_i^+ = [A_i J_n(\sqrt{P_i^+} \rho) + B_i Y_n(\sqrt{P_i^+} \rho)] \exp(jn\varphi) \quad (7)$$

$$U_i^- = [C_i J_n(\sqrt{P_i^-} \rho) + D_i Y_n(\sqrt{P_i^-} \rho)] \exp(jn\varphi) \quad (8)$$

式中 J_n 和 Y_n 分别为 n 次第一类和第二类 Bessel 函数, A_i, B_i, C_i 和 D_i 是待定常数; 且当 $i = 1$ 时 $B_1 = D_1 = 0$ 。 n 是整数, 对应于不同模式。由(3), (4)式和手征波导理论^[3]可得

$$\begin{bmatrix} E_{z_i}(\rho, \varphi) \\ jH_{z_i}(\rho, \varphi) \\ E_{\varphi_i}(\rho, \varphi) \\ jH_{\varphi_i}(\rho, \varphi) \end{bmatrix} = \exp(jn\varphi) [T_i(\rho)] \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中

$$[T_i(\rho)] = \begin{bmatrix} \frac{P_i^+ J_n(\sqrt{P_i^+} \rho)}{\eta_i} & \frac{P_i^+ Y_n(\sqrt{P_i^+} \rho)}{\eta_i} & \frac{P_i^- J_n(\sqrt{P_i^-} \rho)}{\eta_i} & \frac{P_i^- Y_n(\sqrt{P_i^-} \rho)}{\eta_i} \\ \frac{P_i^+ J_n(\sqrt{P_i^+} \rho)}{\eta_i} & \frac{P_i^+ Y_n(\sqrt{P_i^+} \rho)}{\eta_i} & \frac{P_i^- J_n(\sqrt{P_i^-} \rho)}{\eta_i} & \frac{P_i^- Y_n(\sqrt{P_i^-} \rho)}{\eta_i} \\ S_{11}^+(\rho) & S_{21}^+(\rho) & S_{11}^-(\rho) & S_{21}^-(\rho) \\ S_{11}^+(\rho)/\eta_i & S_{21}^+(\rho)/\eta_i & -S_{11}^-(\rho)/\eta_i & -S_{21}^-(\rho)/\eta_i \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$S_{11}^+(\rho) = -\beta n J_n(\sqrt{P_i^+} \rho) / \rho \mp k_i^+ \sqrt{P_i^+} J_n'(\sqrt{P_i^+} \rho)$$

$$S_{21}^+(\rho) = -\beta n Y_n(\sqrt{P_i^+} \rho) / \rho \mp k_i^+ \sqrt{P_i^+} Y_n'(\sqrt{P_i^+} \rho)$$

在第 i 层和第 $(i + 1)$ 层的界面 ($\rho = r_i$) 上, 切向电磁场量应该连续, 即

$$\begin{bmatrix} E_{z(i+1)}(r_i, \varphi) \\ jH_{z(i+1)}(r_i, \varphi) \\ E_{\varphi(i+1)}(r_i, \varphi) \\ jH_{\varphi(i+1)}(r_i, \varphi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{zi}(r_i, \varphi) \\ jH_{zi}(r_i, \varphi) \\ E_{\varphi i}(r_i, \varphi) \\ jH_{\varphi i}(r_i, \varphi) \end{bmatrix} \quad (11)$$

由此得到系数 A_i, B_i, C_i, D_i 和 $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}, D_{i+1}$ 的关系如下:

$$\begin{bmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \\ C_{i+1} \\ D_{i+1} \end{bmatrix} = [T_{i+1}(r_i)]^{-1} [T_i(r_i)] \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中

$$[T_{i+1}(r_i)]^{-1} = -\frac{\pi r_i}{4} \begin{bmatrix} \frac{S_1^+(i+1)(r_i)}{P_{i+1}^+ k_{i+1}^+} & \frac{\eta_{i+1} S_1^+(i+1)(r_i)}{P_{i+1}^+ k_{i+1}^+} & -\frac{Y_n(\sqrt{P_{i+1}^+} r_i)}{k_{i+1}^+} & -\frac{\eta_{i+1} Y_n(\sqrt{P_{i+1}^+} r_i)}{k_{i+1}^+} \\ -\frac{S_1^+(i+1)(r_i)}{P_{i+1}^+ k_{i+1}^+} & -\frac{\eta_{i+1} S_1^+(i+1)(r_i)}{P_{i+1}^+ k_{i+1}^+} & \frac{J_n(\sqrt{P_{i+1}^+} r_i)}{k_{i+1}^+} & \frac{\eta_{i+1} J_n(\sqrt{P_{i+1}^+} r_i)}{k_{i+1}^+} \\ -\frac{S_2^+(i+1)(r_i)}{P_{i+1}^- k_{i+1}^-} & \frac{\eta_{i+1} S_2^+(i+1)(r_i)}{P_{i+1}^- k_{i+1}^-} & \frac{Y_n(\sqrt{P_{i+1}^-} r_i)}{k_{i+1}^-} & -\frac{\eta_{i+1} Y_n(\sqrt{P_{i+1}^-} r_i)}{k_{i+1}^-} \\ \frac{S_2^+(i+1)(r_i)}{P_{i+1}^- k_{i+1}^-} & -\frac{\eta_{i+1} S_2^+(i+1)(r_i)}{P_{i+1}^- k_{i+1}^-} & -\frac{J_n(\sqrt{P_{i+1}^-} r_i)}{k_{i+1}^-} & \frac{\eta_{i+1} J_n(\sqrt{P_{i+1}^-} r_i)}{k_{i+1}^-} \end{bmatrix} \quad (13)$$

(12)式给出了不同手征介质层中电磁场的递推关系。它表明,如果知道了第 i 层介质中的电磁场,利用该递推关系,可以方便地写出第 $i+1$ 层中的场。重复利用(9)和(12)式可得

$$[T_N(r_N)] \begin{bmatrix} A_N \\ B_N \\ C_N \\ D_N \end{bmatrix} = [T_i] \begin{bmatrix} A_i \\ 0 \\ C_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中

$$[T_i] = [T_N(r_N)][T_N(r_{N-1})]^{-1}[T_{N-1}(r_{N-1})] \cdots \cdots [T_2(r_1)]^{-1}[T_1(r_1)] \quad (15)$$

又由波导壁 ($\rho = r_N$) 上的边界条件,即切向电场等于零,得

$$[T_N(r_N)] \begin{bmatrix} A_N \\ B_N \\ C_N \\ D_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ jH_{zN}(r_N) \\ 0 \\ jH_{\varphi N}(r_N) \end{bmatrix} \quad (16)$$

如果把 $[T_i]$ 表示成如下形式

$$\begin{bmatrix} T_{i11} & T_{i12} & T_{i13} & T_{i14} \\ T_{i21} & T_{i22} & T_{i23} & T_{i24} \\ T_{i31} & T_{i32} & T_{i33} & T_{i34} \\ T_{i41} & T_{i42} & T_{i43} & T_{i44} \end{bmatrix}$$

则由(14)和(15)两式可得

$$T_{i11}T_{i33} - T_{i13}T_{i31} = 0 \quad (17)$$

(17)式就是关于传播常数 β 的本征值方程. 求解该方程, 可以得到对应不同频率下的各次模的传播常数.

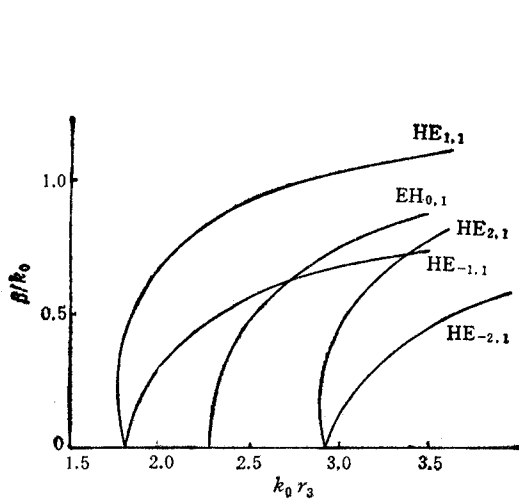


图2 圆波导在填充手征介质套时 $HE_{1,1}, HE_{-1,1}, EH_{0,1}, HE_{2,1}$ 和 $HE_{-2,1}$ 模的色散特性曲线

($\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = \epsilon_{r3} = 1, \mu_{r1} = \mu_{r2} = \mu_{r3} = 1, \xi_1 = \xi_3 = 0,$
 $\xi_2 = 0.001S, r_1/r_3 = 0.3, r_2/r_3 = 0.7$)

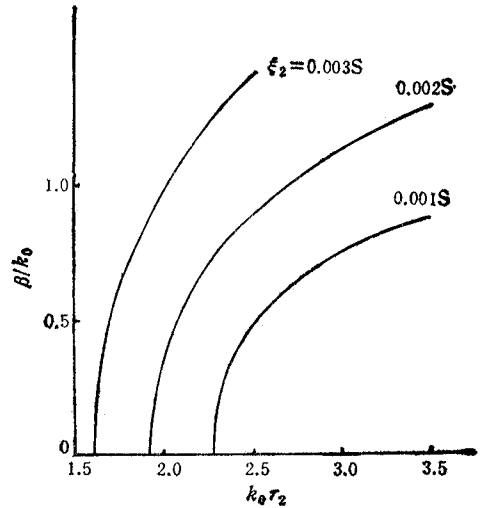


图3 填充手征介质套时圆波导中 $EH_{0,1}$ 模的色散特性曲线随 ξ_2 变化的情况

($\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = \epsilon_{r3} = 1, \mu_{r1} = \mu_{r2} = \mu_{r3} = 1,$
 $\xi_1 = \xi_3 = 0, r_1/r_3 = 0.3, r_2/r_3 = 0.7$)

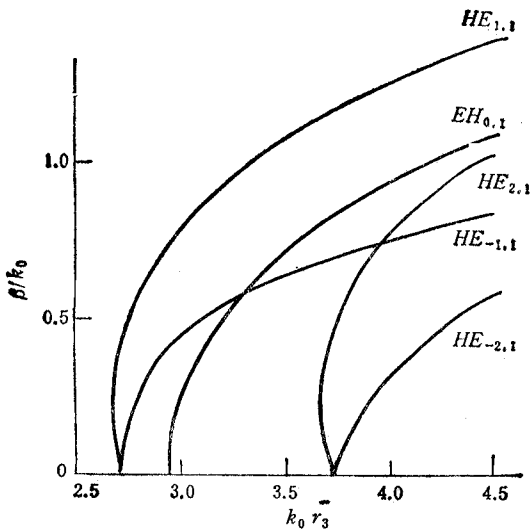


图4 双层手征介质填充圆波导时波导中传播模的色散特性曲线

($\epsilon_{r1} = 2, \epsilon_{r2} = 1, \mu_{r1} = \mu_{r2} = 1, \xi_2 = 0.002S,$
 $\xi_3 = 0.001S, r_1/r_2 = 0.5$)

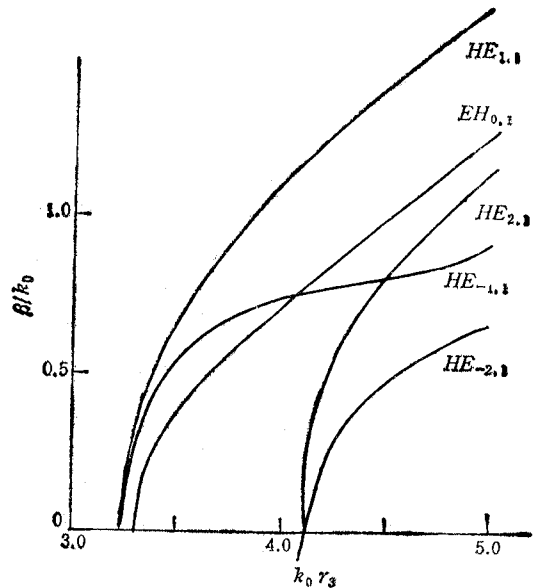


图5 三层手征介质填充圆波导时其中传播模式的色散特性曲线

($\epsilon_{r1} = 4, \epsilon_{r2} = 2, \epsilon_{r3} = 1, \mu_{r1} = \mu_{r2} = \mu_{r3} = 1,$
 $\xi_1 = 0.003S, \xi_2 = 0.002S, \xi_3 = 0.001S, r_1/r_3 = 0.3, r_2/r_3 = 0.7$)

3. 数值结果

本节给出了对几个算例的数值结果。由于手征波导中的所有模式都是混合的^[3-5],不可能单独存在 TE 或 TM 模,因此用 EH_{nm} 或 HE_{nm} 来表征圆波导中填充手征介质时的模式^[6],这里 n 代表沿 φ 方向的变化因子 $\exp(jn\varphi)$, m 表示径向的变化情况。

图 2 给出了填充手征介质套时圆波导中几个低次传播模式的色散特性曲线。所填充介质套的手征导纳 ξ 对波导中模式的传播特性有很大影响(如图 3 所示)。手征导纳越大, EH_{01} 模的截止频率越小,且色散特性曲线越陡(即色散特性越强)。

图 4 和图 5 分别是双层和三层手征介质填充时圆波导中传播模的色散特性曲线。填充介质层数越多,调节圆波导传播特性的自由度也越多,变化的情况也越复杂。填充手征介质的介电常数和手征导纳对传播模式的截止频率有很大影响。可以通过合适选择填充介质的介电常数和手征导纳,来实现一定波段和所需频带的波的传输。

4. 结论

本文提出了一个分析多层手征介质填充圆波导传播特性的递推算法。得到了任意多层手征介质填充圆波导时其中传播常数的一般性计算公式。本文方法稍作修改,便可用来分析多层圆柱形手征介质波导的传播和泄漏特性。

参 考 文 献

- [1] D. L. Jaggard et al., *Appl. Phys.*, 18(1979)2, 211—216.
- [2] N. Engheta, D. L. Jaggard, *IEEE Antennas Propagat. Soc News Lett.* 30(1988)5, 6—12.
- [3] N. Engheta, P. Pelet, *Opt. Lett.* 14(1989)11, 593—595.
- [4] P. Pelet, N. Engheta, *IEEE Trans. on AP*, AP-38(1990)1, 90—97.
- [5] C. Eftimiu, L. W. Pearson, *Radio Science*, 24(1989)3, 351—359.
- [6] J. A. M. Svedin, *IEEE Trans. on MTT*, MTT-38(1990)10, 1488—1496.
- [7] H. W. Bussy et al., *IEEE Trans. on AP*, AP-23(1975)5, 723—725.
- [8] M. S. Kluskens, E. H. Newman, *IEEE Trans. on AP*, AP-39(1992)1, 91—95.

ANALYSIS OF CIRCULAR WAVEGUIDE FILLED WITH MULTILAYER CHIRAL MEDIA

Sheng Zhongxiang

(Nanjing Aeronautical Institute, Nanjing 210016)

Abstract The propagation characteristics of circular waveguide filled with multilayer chiral media is analyzed by recursive eigenfunction method in this paper. A recursive formula for dispersion characteristics of circular waveguide filled with N-layer chiral media is derived. As examples, calculated results for several cases are also presented.

Key words Electromagnetic fields; Chiral media; Chirowaveguides