

# V形振子阵的时域辐射特性

王均宏

(西南交通大学电磁场理论与微波技术研究所, 成都 610031)

**摘要** 本文利用直接时域法计算了由三单元V形振子组成的直线阵的时域辐射特性, 得到了一些有用的结果, 为时域天线的进一步研究提供参考。

**关键词** V形振子; 天线阵; 辐射特性; 时间步进法

## 一、引言

近年来, 非正弦电磁场已经成为一个重要研究课题, 这一方面是由于自然界或人工产生的电磁脉冲对现有电子仪器能产生严重的干扰和破坏, 迫使人们去研究电磁脉冲对电子仪器的破坏机理; 另一方面非正弦电磁场在目标探测, 尤其是地质探测方面具有探测深度深、信息丰富、分辨率高、频响广泛以及工效高等优点。目前国外已有一半左右的探地仪器是基于非正弦波原理工作的, 而我国这方面的仪器仅占百分之五左右。因此, 很有必要在这个方面进行更深入更广泛的研究。

作为非正弦波探测仪器关键部件的天线的研究也很不深入。正弦波天线的许多特性早已为人们所熟知, 而非正弦波天线的一些重要特性至今还未被揭示出来。原因是理论上分析非正弦波天线很难得到解析解, 只有少数对称性极好的天线才能得到解析解。已经取得的大多数研究成果都是用数值方法求得的, 而数值解的一个缺点就是不能全面系统地揭示天线的特性。尽管如此, 对大多数非正弦波天线问题, 数值方法仍是唯一有效的方法。

直接时域法已在许多文献中讨论过<sup>[1,2]</sup>, 本文打算采用文献[3]中的电流-电荷法。

## 二、理论和计算公式

设空间有  $P$  根细线, 如图 1。这些细线在空间产生的场为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) - \nabla\phi(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

式中

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{p=1}^P \int_{s_p} \frac{I(l', \tau)}{R} dl' \quad (2)$$

1992.03.19 收到, 1992.12.24 定稿。

王均宏, 男, 1965年生, 博士研究生, 现正从事电磁场与微波技术方面的研究。

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \sum_{p=1}^P \int_{S_p} q(l', \tau) \cdot \frac{1}{R} dl' \quad (3)$$

其中  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ ,  $\mathbf{r}$  和  $\mathbf{r}'$  分别为场点和源点的位置矢量.  $\tau = t - R/C$ ,  $C = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$ .  $S_p$  为第  $p$  根线的积分范围.

如果将每根细线分成  $N$  段, 并在细线表面利用边界条件得到

$$E_i = \Omega(l) \cdot I(l, t) + \frac{\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N \int_{\Delta S_{ip}} I(l', \tau) \frac{\hat{l} \cdot \hat{l}'}{R} dl' \right] + \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N \int_{\Delta S_{ip}} q(l', \tau) \frac{1}{R} dl' \right] \quad (4)$$

式中  $\hat{l}$  为天线表面的切向单位矢量,  $\Omega(l)$  为  $l$  处的单位长度上的阻抗. 积分下标  $\Delta S_{ip}$  表示积分在第  $p$  条线的第  $i$  段上进行.

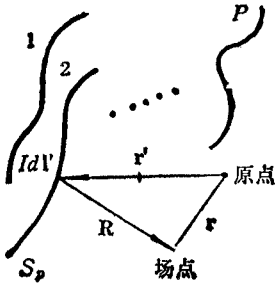


图 1 天线及其坐标

利用空间、时间点匹配, 即在  $t_n$  时刻考虑  $r$  条线上的第  $m$  段, 并作如下简化:

- (1) 将每一段上的电流、电荷值视为不随该段长度变化.
- (2) 将每一段上的切向单位矢量用该段中点的切向单位矢量代替.
- (3) 将除了匹配段  $(l_{mr}, t_n)$  之外的其它段上的  $R$  值视为不随积分位置的变化而变化.

(4) 将天线看成分段均匀, 粗细一致, 即有  $\Delta l_{mr} = \Delta l_{ip} = \Delta l$ ,  $a_{mr} = a_{ip} = a$ ;  $a$  为细线半径. 则(4)式化为

$$E_i(l_{mr}, t_n) = \Omega(l_{mr}) I(l_{mr}, t_n) + \frac{\beta\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} I(l_{mr}, t_n) + \frac{\beta}{4\pi\epsilon} \frac{\partial}{\partial t} q(l_{mr}, t_n) + \frac{\partial}{\partial t} F_i + \frac{\partial}{\partial t} G_i \quad (5)$$

式中

$$F_i = \frac{\mu}{4\pi} \left\{ \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N I(l_{ip}, \tau) \frac{\hat{l}_{mr} \cdot \hat{l}_{ip}}{R_{impr}} \Delta l \right\}, \quad i = m \text{ 和 } p = r \text{ 不同时成立}$$

$$G_i = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left\{ \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N q(l_{ip}, \tau) \frac{1}{R_{impr}} \Delta l \right\}, \quad i = m \text{ 和 } p = r \text{ 不同时成立}$$

$$\beta = \int_{\Delta S_{mr}} \frac{1}{R} dl' = 2 \ln [(\Delta l/2 + \sqrt{(\Delta l/2)^2 + a^2})/a]$$

其中  $R_{impr} = |\mathbf{r}_{ip} - \mathbf{r}_{mr}|$ ,  $i = m$  和  $p = r$  不同时成立.  $\tau = t_n - R_{impr}/C$ .

将(5)式中的微商用差商代替<sup>[3]</sup>, 并将  $I(l_{mr}, t_n)$  改写成  $[I(l_{mr}, t_n + \Delta t/2) + I(l_{mr}, t_n - \Delta t/2)]/2$  得到

$$\left[ \Omega(l_{mr})/2 + \frac{\beta\mu}{4\pi\Delta t} \right] I(l_{mr}, t_n + \Delta t/2) = E_i(l_{mr}, t_n)$$

$$\begin{aligned}
& + \left[ \frac{\beta\mu}{4\pi\Delta t} - \frac{\Omega(l_{mr})}{2} \right] I \left( l_{mr}, t_n - \frac{\Delta t}{2} \right) \\
& - \frac{\beta}{4\pi\epsilon\Delta l} \left[ q \left( l_{mr} + \frac{\Delta l}{2}, t_n \right) - q \left( l_{mr} - \frac{\Delta l}{2}, t_n \right) \right] \\
& - \frac{1}{\Delta t} \left[ F_l \left( l_{mr}, t_n + \frac{\Delta t}{2} \right) - F_l \left( l_{mr}, t_n - \frac{\Delta t}{2} \right) \right] \\
& - \frac{1}{\Delta l} \left[ G_l \left( l_{mr} + \frac{\Delta l}{2}, t_n \right) - G_l \left( l_{mr} - \frac{\Delta l}{2}, t_n \right) \right] \\
& \qquad \qquad \qquad r = 1, \dots, P, \quad m = 1, \dots, N \quad (6)
\end{aligned}$$

再将连续性方程  $\frac{\partial}{\partial t} \rho = -\nabla \cdot \mathbf{J}$  应用于第  $r$  条线的第  $m$  段上有

$$\frac{\partial}{\partial t} q(l_{mr}, t_n) = -\frac{\partial}{\partial l} I(l_{mr}, t_n)$$

同样用差商代替微商后得

$$\begin{aligned}
q(l_{mr}, t_n) &= q(l_{mr}, t_{n-1}) \\
& - \frac{\Delta t}{\Delta l} \left[ I \left( l_{mr}, t_n - \frac{\Delta t}{2} \right) - I \left( l_{(m-1)r}, t_n - \frac{\Delta t}{2} \right) \right] \quad (7)
\end{aligned}$$

利用时间步进法求解(6)和(7)式即可求得天线上的电流。具体求法是先令  $t_n = \Delta t$ , 利用(7)式求得  $q(l_{mr}, \Delta t)$ , 此时初值  $q(l_{mr}, 0)$ 、 $I(l_{mr}, \Delta t/2)$ 、 $I(l_{(m-1)r}, \Delta t/2)$  均设为零。然后用(6)式求  $I(l_{mr}, 3\Delta t/2)$ 。再令  $t_n = 2\Delta t$ , 求出  $q(l_{mr}, 2\Delta t)$ , 再求  $I(l_{mr}, 5\Delta t/2)$ 。如此反复, 直到计算出所给时间内的全部电流, 电荷值。

辐射场的求解可直接从(1)–(3)式推得<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{\mu}{4\pi} \int_s \left[ \frac{\partial}{\partial t} I(l', \tau) \frac{\hat{l}'}{R} + C \frac{\partial}{\partial l'} I(l', \tau) \frac{\hat{R}}{R} \right. \\
& \quad \left. - C^2 q(l', \tau) \frac{\hat{R}}{R^2} \right] dl' \quad (8)
\end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
\hat{l}' &= [\sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi' - \varphi) + \cos \theta \cos \theta'] \hat{\rho} \\
& + [\cos \theta \sin \theta' \cos(\varphi' - \varphi) - \sin \theta \cos \theta'] \hat{\theta} \\
& + \sin \theta' \sin(\varphi' - \varphi) \hat{\phi} \quad (9)
\end{aligned}$$

(8)式中的下标  $s$  为在所有细线上进行的积分路径。(9)式中  $\hat{\rho}$ ,  $\hat{\theta}$ ,  $\hat{\phi}$  分别为球坐标中相应方向上的单位矢量。

当  $R \rightarrow \infty$  时有  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \approx r$ , 则(8)式可写成

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \approx -\frac{\mu}{4\pi} \int_s \left[ \frac{\partial}{\partial t} I(l', \tau) \frac{\hat{l}'}{r} + C \frac{\partial}{\partial l'} I(l', \tau) \frac{\hat{\rho}}{r} \right] dl' \quad (8a)$$

上式中第二个积分可写为

$$I_2 = \int_s C \frac{\hat{\rho}}{r} \frac{\partial}{\partial l'} I(l', \tau) dl' = C \frac{\hat{\rho}}{r} \int_s \frac{\partial}{\partial l'} I(l', \tau) dl'$$

$$= C \frac{\rho}{r} I(l', \tau) \Big|_{s^-}^{s^+} = C \frac{\rho}{r} [I(S^+, \tau) - I(S^-, \tau)]$$

式中  $S^+, S^-$  分别为积分区域的上、下限。由于本文中讨论的天线具有对称结构，故有：

$$I(S^+, \tau) = I(S^-, \tau); \quad I_2 = 0$$

从而 (8a) 式化为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\mu}{4\pi} \int_s \left[ \frac{\partial}{\partial t} I(l', \tau) \frac{\mathbf{l}'}{r} \right] dl' \tag{8b}$$

由于天线结构对称，天线远场的  $r$  和  $\varphi$  分量很小(从(9)式可以看出)，因此本文只考虑  $\theta$  分量。离散化后 (8b) 式变为

$$r E_\theta(\mathbf{r}, t) = -\frac{\mu}{4\pi} \left\{ \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N [I(l_{ip}, \tau + \Delta t) - I(l_{ip}, \tau - \Delta t)] \frac{\Delta l}{2\Delta t} l_{ip\theta} \right\} \tag{10}$$

式中

$$l_{ip\theta} = \cos \theta \sin \theta'_{ip} \cos(\varphi'_{ip} - \varphi) - \sin \theta \cos \theta'_{ip}$$

$$\tau = t - \{ r - r_{ip} [\sin \theta \sin \theta'_{ip} \cos(\varphi'_{ip} - \varphi) + \cos \theta \cos \theta'_{ip}] \} / C$$

上面各式中的坐标量可参见图 2。其中  $\theta'$  为  $l'$  与  $z$  轴的夹角， $\varphi'$  为  $l'$  在  $xoy$  平面内的投影与  $x$  轴的夹角。 $\theta, \varphi$  是场点的球坐标。 $r_{ip}$  为第  $p$  条线上第  $i$  段中点到原点的距离， $\theta'_{ip}$  为  $i$  段中点到原点的连线与  $z$  轴的夹角， $\varphi'_{ip}$  为  $i$  段中点与原点的连线在  $xoy$  平面内的投影与  $x$  轴的夹角。

利用(10)式即可求得阵在空间任意一点的场。

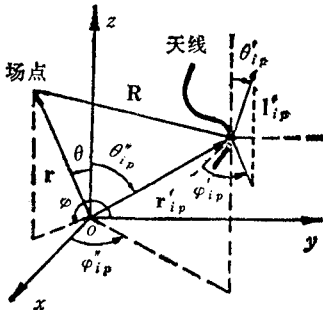


图 2 场点和源点的坐标

计算和实验中使用的天线模型均为图 3 所示的 V 形振子阵。阵中间振子在  $yo z$  平面内，并以  $y$  轴为对称轴。实验时阵的下半由一块很大的接地金属平板产生的镜像等效而成。阵前向对应的坐标为  $\theta = 90^\circ, \varphi = 90^\circ$

计算和实验时均采用高斯脉冲作为源。由于信号源产生的波形不完全是一个高斯脉冲，故通过数值逼近得到脉冲参数，计算中也使用这一参数。高斯脉冲表达式为

$$V_g(t) = \exp[-g^2(t - t_{max})^2]$$

其中  $g = 1.857 \times 10^9, t_{max} = 1.1556 \times 10^{-9}s$ 。

计算加载的情况时以如下公式对天线进行电阻加载

$$Q(l_{mr}) = \frac{\alpha_0}{1 - 2|l_{mr}|/L}$$

其中  $l_{mr}$  为第  $r$  个振子上第  $m$  段到振子中点的距离， $L$  为振子全长， $\alpha_0$  为电阻加载系数，即单位长度上的加载电阻。

表 1 给出了  $L = 2m, D = 0.5m, a = 6.74 \times 10^{-3}m$  的三元直线振子阵的侧向辐

### 三、计算结果

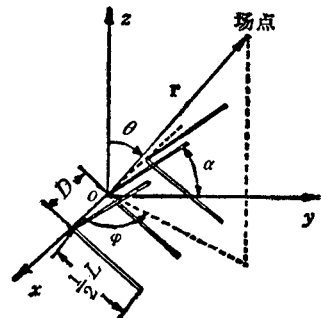


图 3 天线阵结构

表 1 三元直线振子阵侧向瞬时冲击值与分段数的关系

$$L = 2m, D = 0.5m, \alpha = 0.0067m$$

$N$	$rE_{\theta_{max}}(V)$	$rE_{\theta_{min}}(V)$
12	0.28	-0.36
24	0.38	-0.50
36	0.40	-0.53

射场瞬时冲击值随振子分段数  $N$  变化的情况。所谓瞬时冲击值, 就是在整个辐射过程中某点辐射场所能达到的最大和最小峰值, 又有人统称为瞬时最值<sup>[3]</sup>。由表中数值看出, 分段数增加时计算结果是收敛的。在下文计算中, 将按  $\Delta t = \Delta l / C = 2 / (5g)$  的要求对天线进行分段。这样既满足精度要求, 又使计算量控制在一定范围内。例如对  $L = 2m$  的振子,  $g = 1.857 \times 10^9$  时, 应将振子分成至少 30 段, 即  $N = 30$ 。

图 4 给出了阵的夹角分别为  $70^\circ$  和  $90^\circ$  时阵中间振子馈电点的电流波形和阵前向的辐射场波形。图中时间轴以  $L/C$  为单位是为了更清楚地表明辐射场波形与阵元长度

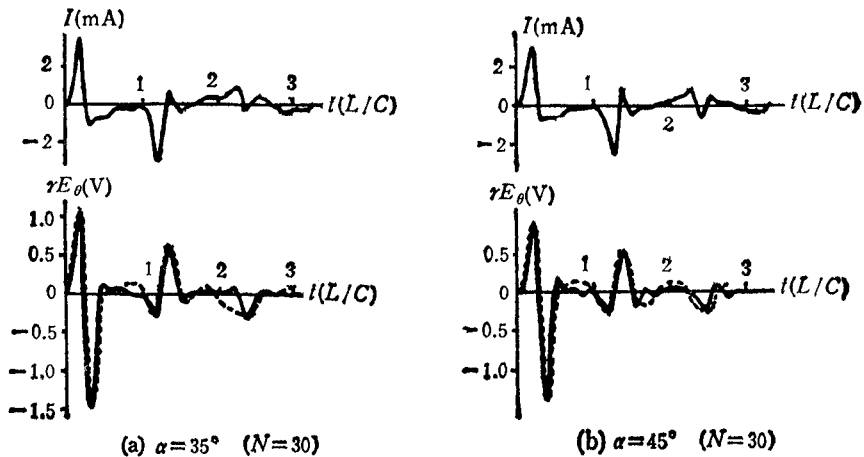


图 4 阵中间振子馈电点电流波形和阵前向辐射场波形(夹角不同)

的关系。计算图 4 时振子的总长  $L = 2m$ , 振子间距  $D = 0.5m$ , 半径  $a = 6.74 \times 10^{-3}m$ , 分段数  $N = 30$ 。图中虚线为实验结果。实验结果基本上与计算结果吻合。

图 5 则是阵的夹角变化时阵前向辐射场瞬时冲击值的变化情况。计算图 5 时使用的参数与图 4 相同。图中  $\alpha$  为阵的半夹角。由图可见, 当阵的夹角在  $60^\circ$  至  $100^\circ$  之间时在阵的前向可以得到较大的瞬时冲击值。

图 4 中有关波形的形成在此不予讨论, 读者可参考有关文献<sup>[5]</sup>。

图 6 和图 7 则是阵的夹角为  $70^\circ$ ,  $D = 0.5m$ ,  $a = 6.74 \times 10^{-3}m$  时, 阵中间振子

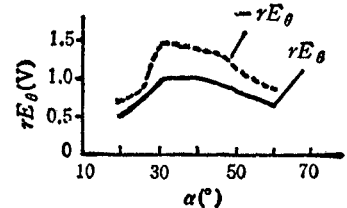


图 5 阵前向瞬时冲击值与阵夹角的关系

馈电点电流的波形和阵前向辐射场波形以及前向辐射场瞬时冲击值随振子长度的变化关系。由图 6 可见, 振子很短时电流和辐射场波形有点象正弦曲线。

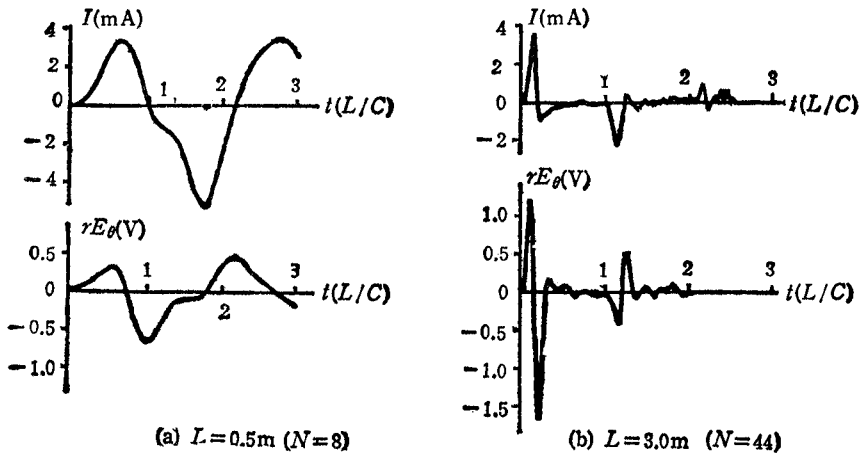


图 6 阵中间振子馈电点电流波形和阵前向辐射场波形(长度不同)

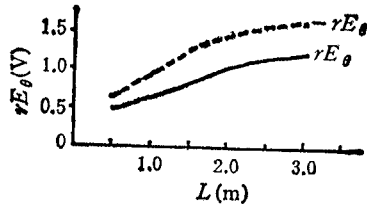


图 7 阵前向瞬时冲击值与振子长度的关系

图 8 为  $\alpha = 35^\circ$ ,  $D = 0.5\text{m}$ ,  $a = 6.74 \times 10^{-3}\text{m}$ ,  $L = 2\text{m}$ ,  $N = 30$  时阵的 E 面和 H 面辐射场波形图, 图中央部分为 E 面和 H 面内计算得到的辐射场瞬时冲击值的极坐标方向图, 其中实线为最大瞬时冲击值, 虚线为最小瞬时冲击值。H 面波形图中的虚线则为实验结果。实验结果与计算结果虽不完全相同, 但在波形变化上基本与计算结果一致。图下半对应 E 面, 上半对应 H 面。

图 9 则是天线进行了电阻加载后的情况。由图可见, 天线终端的反射电流对辐射的影响随加载电阻的增大而减小, 同时辐射场的瞬时冲击值也在减小。

图 10 和图 11 则是实验结果。图 10 中的实线对应于  $\alpha = 30^\circ$ ,  $L = 2\text{m}$  的情况, 而虚线则是对应于  $\alpha = 30^\circ$ ,  $L = 1.5\text{m}$  的情况。图 11 中实线为  $\alpha = 30^\circ$ ,  $L = 2\text{m}$  的情况, 虚线则是馈电条件相同时单个 V 形振子的情况。辐射波形均为正前向波形。由图 11 可见, V 形振子阵的前向瞬时冲击值比单个 V 形振子的前向瞬时冲击值要大得多。

本文中的方法还用来计算了由四单元直线振子组成的直线阵<sup>[6]</sup>, 计算结果与文献[7]中的结果一致。

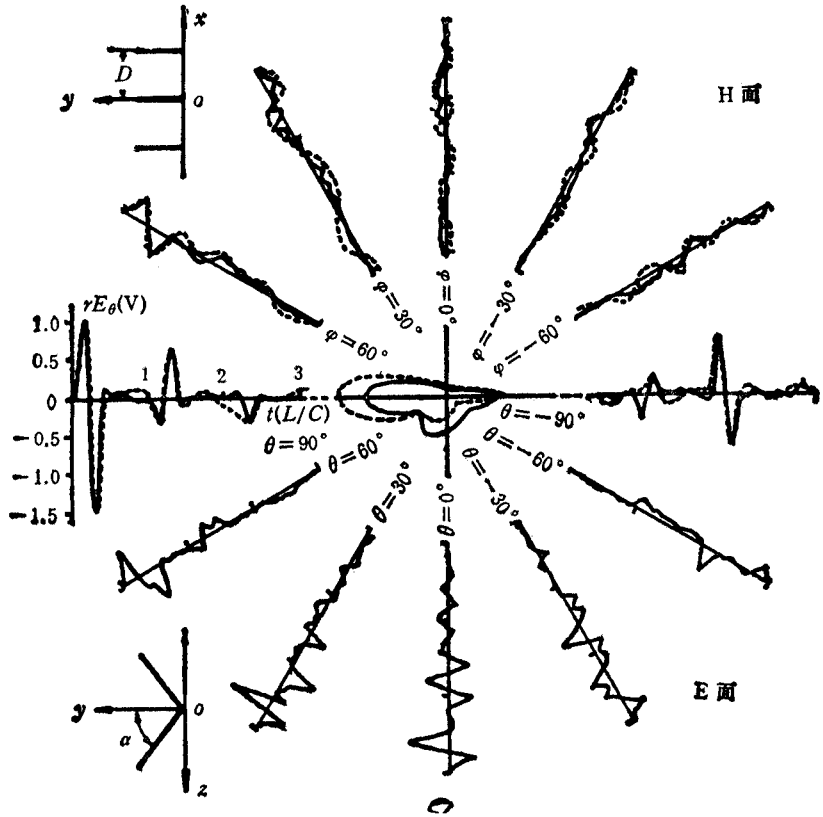


图 8 阵 E 面和 H 面辐射场波形图和瞬时冲击值分布图

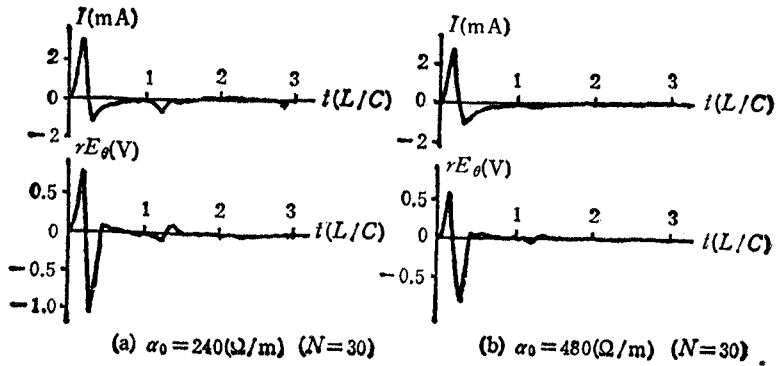


图 9 电阻加载后电流和辐射场波形的变化

$\alpha = 35^\circ, L = 2\text{m}, N = 30$

### 四、结 束 语

本文利用直接时域法计算了三元 V 形振子阵。本文的目的并不在于创造新方法，而是想通过已有的方法了解 V 形振子阵用作时域天线时在空间的辐射波形分布情况，希望

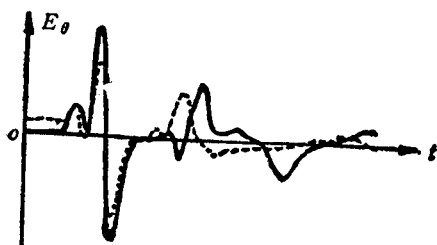


图 10 阵长度不同时前向辐射场波形的变化  
(实验结果)

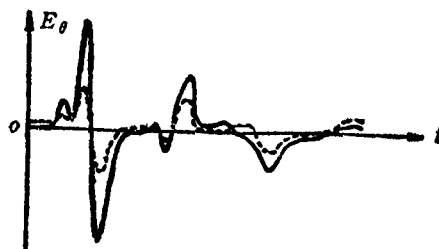


图 11 馈电条件相同时阵和单个 V 形振子前向  
辐射场波形的比较(实验结果)

能从中了解到一点时域天线的辐射规律。本文中的部分计算结果得到了实验的验证。但必须指出,目前大多数脉冲信号源产生的都不是完全的高斯脉冲或方波脉冲,因此用实验验证计算结果时也不能做到完全吻合。希望本文的结果能对时域天线的进一步研究起到参考作用。

衷心感谢王石安教授的指导和帮助!

### 参 考 文 献

- [1] E. K. Miller et al., *Proc. IEEE*, **68**(1980)11, 1396—1422.
- [2] C. L. Bennet et al., *Proc. IEEE*, **66**(1978)3, 299—318.
- [3] 孙乃华,电子科学学刊, **12**(1990)2, 128—135.
- [4] E. K. Miller et al., *J. Comput. Phys.*, **12**(1973)1, 24—48.
- [5] Motoyuki Sato et al., *IEEE Trans. on AP*, **AP-32**(1984)11, 1211—1217.
- [6] 王均宏,非正弦波天线的辐射特性,电子科技大学电磁场工程系硕士论文,成都,1991年,55—58页。
- [7] R. G. Martin et al., *IEEE Trans. on EMC*, **EMC-29**(1987)2, 169—174.

## TIME-DOMAIN RADIATION CHARACTERISTIC OF V-DIPOLE ARRAY

Wang Junhong

(Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031)

**Abstract** The time-domain radiation characteristic of a three V-dipole array has been studied by direct time-domain method. Some valuable results are obtained.

**Key words** V-dipole; Array; Radiation characteristic; Time-stepping approach