

# 距离-多普勒方法中的几种插值算法比较<sup>1</sup>

禹卫东 吴淑梅

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

**摘要** 在高分辨率合成孔径雷达(SAR)信号处理中,距离迁移校正是成像处理的关键步骤。距离-多普勒(R-D)方法在R-D域中通过插值处理来完成迁移校正。本文首先对距离迁移问题进行分析,然后研究R-D方法中常用的三种插值算法:最邻域近似、拉格朗日插值和sinc插值,给出它们的一般表达式,比较其运算量;最后通过计算机仿真,以点目标为例,分析它们对成像结果的影响。

**关键词** 合成孔径雷达,距离-多普勒方法,距离迁移校正,插值算法

**中图分类号** TN911.72

## 1 引言

在合成孔径雷达(SAR)系统中,雷达天线与成像目标间的相对运动一方面提供了用于方位向处理的相位信息,另一方面也造成了目标回波在距离方向的延迟变化,即距离迁移。由于距离迁移的影响,SAR系统的点目标响应在距离向和方位向相互耦合,成为不能分离的二维处理。距离-多普勒(R-D)方法<sup>[1]</sup>首先进行方位向 Fourier 变换,把经过距离压缩的回波数据转换到R-D域;然后采用插值处理来获得迁移轨迹上的回波数据,从而消除距离向和方位向间的耦合,把二维处理变成两个一维处理的级联。

本文首先对SAR中的距离迁移进行分析,然后研究R-D方法中常用的三种插值算法:最邻域近似、多项式插值和sinc插值,给出它们的一般表达式,比较其运算量;最后通过计算机仿真,以点目标为例,分析它们对成像结果的影响。

## 2 距离迁移及其校正

距离迁移包括距离弯曲和距离走动。距离走动部分的校正可在时域直接完成;而距离弯曲校正必需在方位向 Fourier 变换之后进行,即在距离-多普勒域完成。本文仅考虑距离弯曲校正。

对于距离  $r$  上的点目标,如图 1 所示,其在距离-多普勒域中的弯曲轨迹为<sup>[2,3]</sup>

$$R(f, r) = \frac{r}{\sqrt{1 - [\lambda f / (2v)]^2}} \quad (1)$$

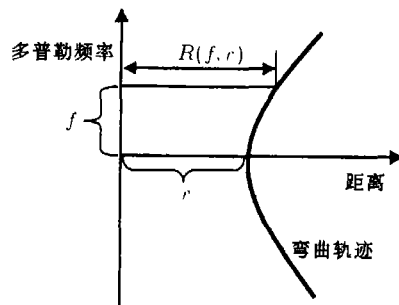


图 1 距离-多普勒域中距离弯曲示意图

<sup>1</sup> 1999-06-11 收到, 1999-10-16 定稿

其中  $f$  为多普勒频率,  $v$  为载机速度,  $\lambda$  为波长。实际上由于回波在两个方向上都是采样的, 因此需要把上式离散化。这时 (1) 式可表示为

$$R(m, n) = \frac{r_0 + [nc/(2f_s)]}{\sqrt{1 - [(\lambda/2)(m/M)(1/\Delta x)]^2}}, \quad -\frac{N}{2} \leq n < \frac{N}{2}, \quad -\frac{M}{2} \leq m < \frac{M}{2} \quad (2)$$

这里,  $r_0$  为载机到测绘带中心的距离,  $c$  为光速,  $f_s$  为回波采样频率,  $\Delta x$  为预滤波后的方位向回波采样间隔,  $\Delta x = vK_p/\text{PRF}$ ,  $K_p$  为预滤波比,  $\text{PRF}$  为脉冲重复频率,  $M$  为方位向 Fourier 变换长度,  $N$  为距离向采样点数,  $m$  和  $n$  分别为方位向频率和距离门的序号。

根据 (1) 式, 距离  $r$  上的目标在方位频率  $f$  处相对孔径中心处的偏移为

$$\Delta R(f, r) = R(f, r) - r = r \left( \frac{1}{\sqrt{1 - [\lambda f / (2v)]^2}} - 1 \right) \quad (3)$$

对于离散的情况, 根据 (2) 式有

$$\Delta R(m, n) = R(m, n) - \left( r_0 + \frac{nc}{2f_s} \right) = \left( r_0 + \frac{nc}{2f_s} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{1 - [(\lambda/2)(m/M)(1/\Delta x)]^2}} - 1 \right) \quad (4)$$

对于回波信号, 已知的值为  $s(m, n)$ ,  $-M/2 < m < M/2$ ,  $-N/2 < n < N/2$ ; 而方位向处理需沿着距离弯曲的轨迹进行, 即所需的值为  $s(m, n + 2\Delta R(m, n)f_s/c)$ 。由于不能保证  $2\Delta R(m, n)f_s/c$  是整数, 所以集合  $\{s(m, n + 2\Delta R(m, n)f_s/c)\}$  并不包含在已知数据集  $\{s(m, n)\}$  中, 因此要从  $s(m, n)$  中估计得到  $s(m, n + 2\Delta R(m, n)f_s/c)$ , 这就是一个沿距离方向的插值问题。从这个意义上, 可以说距离弯曲校正问题是一个插值问题。校正后的信号为

$$s'(m, n) = s(m, n + 2\Delta R(m, n)f_s/c), \quad -M/2 \leq m < M/2, \quad -N/2 \leq n < N/2 \quad (5)$$

$s'(m, n)$  可以用来进行方位处理。

### 3 用于距离迁移校正的几种插值算法

通常的插值方法有最邻域近似、拉格朗日插值、截断 Sinc 插值等。下面考虑以上几种插值方法。

3.1 最邻域近似 最邻域近似直接把与位置  $(m, n + 2\Delta R(m, n)f_s/c)$  最靠近的  $s(m, n)$  作为  $s(m, n + 2\Delta R(m, n)f_s/c)$  的估计值  $\tilde{s}(m, n + 2\Delta R(m, n)f_s/c)$ , 即

$$n'(m, n) = [2\Delta R(m, n)f_s/c]_{\text{取整}} \quad (6)$$

$$\Delta n(m, n) = 2\Delta R(m, n)f_s/c - n' \quad (7)$$

$$s'(m, n) = \tilde{s}(m, n + 2\Delta R(m, n)f_s/c) = \begin{cases} s(m, n + n'), & \Delta n < 0.5 \\ s(m, n + n' + 1), & \Delta n \geq 0.5 \end{cases} \quad (8)$$

式中  $n'$  为距离弯曲偏移量的整数部分,  $\Delta n$  为其小数部分。它们都是  $m$  和  $n$  的函数。

3.2 拉格朗日插值<sup>[4]</sup> 线性插值、二次插值和三次插值都属于拉格朗日插值, 可表示为

$$y_{P-1}(x) = y(x_0)l_0(x) + y(x_1)l_1(x) + y(x_2)l_2(x) + \cdots + y(x_{P-1})l_{P-1}(x) \quad (9)$$

式中  $l_i(x)$  为如下的  $P-1$  次多项式,

$$l_i(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_{P-1})}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_{P-1})} \quad (10)$$

显然有

$$l_i(x_j) = \begin{cases} 0, & j \neq i \\ 1, & j = i \end{cases} \quad (11)$$

拉格朗日插值多项式给出了已知  $y(x_0), y(x_1), \dots, y(x_{P-1})$  等  $P$  个样点的函数值时, 估计  $y(x)$  的方法, 其中  $x_0 < x < x_{P-1}$ 。它实际上是用一个  $P-1$  次多项式  $y_{P-1}(x)$  来近似  $y(x)$ 。由于高次插值会出现 Runge 现象, 故在实际中很少采用, 这里仅考虑三次以下的插值。

从  $s(m, n)$  估计得到  $\bar{s}(m, n + 2\Delta R(m, n)f_s/c)$ , 可以利用上面的拉格朗日插值方法。对于三次插值有

$$s'(m, n) = \bar{s}(m, n + n' + \Delta n) = s(m, n + n' - 1)l_0 + s(m, n + n')l_1 + s(m, n + n' + 1)l_2 + s(m, n + n' + 2)l_3 \quad (12)$$

$$l_0 = -\frac{\Delta n(\Delta n - 1)(\Delta n - 2)}{6} \quad (13)$$

$$l_1 = \frac{(1 + \Delta n)(\Delta n - 1)(\Delta n - 2)}{2} \quad (14)$$

$$l_2 = -\frac{(1 + \Delta n)\Delta n(\Delta n - 2)}{2} \quad (15)$$

$$l_3 = \frac{(1 + \Delta n)\Delta n(\Delta n - 1)}{6} \quad (16)$$

线性插值和二次插值的公式也可类似地得到。

3.3 截断的 sinc 插值 根据 Nyquist 采样定理, 对于带限信号  $f(t)$ , 如果采样频率  $f_s$  大于其带宽的两倍, 则它可以用一系列离散时刻上的值来确定, 即

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n}{f_s}\right) \frac{\sin[\pi f_s(t - n/f_s)]}{\pi f_s(t - n/f_s)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n}{f_s}\right) \text{sinc}[\pi f_s(t - n/f_s)] \quad (17)$$

sinc 插值需要无穷项求和, 在具体实现时, 要对插值求和项进行截断处理, 通常限制在 8 点以下。

在距离弯曲校正时, 回波在距离方向上的采样率基本满足 Nyquist 采样频率, 因此可以采用 sinc 插值方法。但截断处理不可避免地会造成一些误差, 如 Gibbs 效应, 这里我们不再详细讨论。

对于  $P$  点 sinc 插值, 距离弯曲校正的插值公式为

$$s'(m, n) = \bar{s}(m, n + n' + \Delta n) = \sum_{i=-P/2}^{P/2-1} s(m, n + n' + i)l_i \quad (18)$$

$$l_i = \text{sinc}[\pi(-i + \Delta n)], \quad i = -P/2, \dots, P/2 \quad (19)$$

式中假设  $P$  为偶数; 奇数的情况也可容易地得到。

由于  $n'(m, n)$ ,  $\Delta n(m, n)$  以及  $l_i$  都随  $m$  和  $n$  而变化, 因此对于每一个校正输出点, 都需要重新计算以上的三个参数, 之后或进行数据搬移, 或进行乘积求和运算。对于拉格朗日插值和截断 sinc 插值, 从  $s(m, n)$  得到  $s'(m, n)$  的过程实际上是一个 FIR 滤波过程, 只不过滤波器的系数是随  $m$  和  $n$  而变化的。当测绘带较小, 测绘带内最近处目标与最远处目标的距离弯曲差别小于一个距离分辨单元时, 可以忽略距离向变量  $n$  对滤波器系数的影响, 从而大大简化校正过程, 这里不再详述。

下面比较几种算法的运算量:

(1) 最邻域近似方法不需要乘法和加法运算, 仅需要  $2 \times M \times N$  次数据搬移操作。系数 2 表示对实部和虚部同时操作。取  $M = 1024$ 、 $N = 4096$ , 则所需的数据搬移次数为  $8 \times 2^{20}$  次。

(2) 无论是拉格朗日插值还是 sinc 插值,  $P$  点插值方法都需要  $2 \times M \times N \times P$  次实乘法运算和  $2 \times M \times N \times (P - 1)$  实加法运算, 系数 2 表示对实部和虚部同时操作。取  $M = 1024$ 、 $N = 4096$ 、 $P = 4$ , 则实乘法为  $16 \times 2^{20}$  次, 实加法为  $12 \times 2^{20}$  次。

#### 4 计算机仿真结果

根据前面给出的各种插值算法, 本文以点目标为例对 R-D 方法的处理结果进行了计算机仿真, 仿真结果如表 1 所示, 仿真参数如下: 雷达工作频率 9.4GHz, 对应波长  $\lambda = 0.032\text{m}$ , 点目标距离  $r_0 = 100\text{km}$ (沿斜距方向), 分辨率  $\rho = 1.25\text{m}$ (距离向和方位向), 距离向采样间隔  $\Delta y = 1\text{m}$ , 脉冲重复频率 PRF 与载机速度  $v$  之比为 4.8, 滤波比  $K_P = 4$ , 仿真中方位向和距离向均未进行加权处理。

从表中可以看出, 如果不进行距离迁移校正, 方位向和距离向的响应都有明显恶化, 在方位向上表现为旁瓣太高(此时表中给出分辨率数值 1.15 已无实际意义); 在距离方向则表现为分辨率的明显下降。

经过距离迁移校正, 分辨率基本上都得到了改善。在方位上, 各种插值方法的效果相差不多, 都使分辨率改善到理论分辨率(1.25m)附近。但在距离方向, sinc 插值方法优于最邻域近似和拉格朗日插值插值。另外, Sinc 插值截断长度的大小对分辨率几乎没有影响, 但对最大旁瓣电平有一定的影响; 8 点插值的旁瓣电平优于 4 点插值。

还需要指出的是, 多项式插值与最邻域近似相比, 虽然计算增大许多, 但在性能并无优势可言(这里未考虑相位保真性)。

表 1 几种插值方法进行方位处理的仿真结果

插值方法	方位向			距离向		
	Res	PSL	ISL	Res	PSL	ISL
不校正	1.15	-5.99	-3.29	1.53	-17.93	-18.05
最邻域近似	1.27	-14.37	-10.47	1.30	-14.49	-11.53
线性插值	1.28	-15.03	-10.69	1.34	-15.90	-13.27
二次插值	1.26	-13.74	-10.06	1.32	-13.68	-12.12
三次插值	1.27	-14.09	-10.51	1.31	-14.43	-11.94
4 点 Sinc 插值	1.26	-13.10	-10.04	1.25	-11.85	-9.44
6 点 Sinc 插值	1.26	-13.10	-10.04	1.24	-12.95	-9.38
8 点 Sinc 插值	1.26	-13.17	-10.08	1.25	-13.18	-9.64

注: Res 为分辨率, 单位为 m, 且为 -4dB 主瓣宽度; PSL 为最大旁瓣电平, 单位为 dB; ISL 为积分旁瓣电平, 单位为 dB。

#### 参 考 文 献

- [1] Wu C, et al., Modeling and a correlation algorithm for spaceborne SAR signals, IEEE Trans. on AES., 1982, AES-18(5), 563-574.

- [2] R. K. Raney, H. Runge, R. Bamler, I. G. Cumming, F. H. Wong, Precision SAR processing using chirp scaling, IEEE Trans. on GRS., 1994, GRS-32(4), 786-799.
- [3] 禹卫东, 合成孔径雷达信号处理研究, 博士学位论文, 南京, 南京航空航天大学, 1997, 第四章.
- [4] 徐士良, 计算机常用算法, 北京, 清华大学出版社, 1995, 177-178.

## COMPARISON OF SEVERAL INTERPOLATION ALGORITHMS IN RANGE-DOPPLER METHOD

Yu Weidong      Wu Shumei

(*Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

**Abstract** Range migration correction (RMC) is an important procedure in high resolution synthetic aperture radar signal processing. Range-Doppler method carries out RMC by interpolation in range-Doppler domain. This paper first analyzes the range migration problem, makes research on three common used interpolation algorithms: nearest neighbor approximation, Lagrange polynomial interpolation and sinc function interpolation. The general formulas of three algorithms are presented. Their calculating volume is compared. Finally, the computer imaging simulations of point target are used to analyze the algorithms' effect on resulted image.

**Key words** Synthetic aperture radar, Range-Doppler method, Range migration correction, Interpolation algorithm

禹卫东: 男, 1969年生, 博士, 副研究员, 现从事数字信号处理系统设计开发和合成孔径雷达实时成像处理器的研制工作.

吴淑梅: 女, 1969年生, 工程师, 现从事合成孔径雷达实时成像处理器的研制工作.