第 23 卷 第 9 期 电子与信息学报 Vol.23 No.9
2001 年 9 月 JOURNAL OF ELECTRONICS AND INFORMATION TECHNOLOGY Sept. 2001

# 基于遗传算法的模糊可靠性冗余最优化分配模型及其实现 [1]

王永传 庄钊文 * 郁文贤 *

(第二炮兵第二研究所 北京 100085)

*(国防科技大学 ATR 国家重点实验室 长沙 410073)

**摘 要** 该文在经典系统可靠性冗余最优化的基础上，应用遗传算法对模糊目标和模糊约束分别为线性和非线性隶属函数的系统模糊冗余最优化问题作了研究，最后给出了一个应用实例.

**关键词** 遗传算法，模糊可靠性分配，冗余最优化

**中图号** TN061

## 1 引 言

目前，关于模糊可靠性分配问题的研究并不成熟，尚处于探索阶段. K.S.Park[1] 对于两部件的串联系统的模糊可靠度最优化分配问题进行了尝试，他采用 Bellman 和 Zadeh 提出的对称模型将模糊目标和模糊约束归结为一个模糊最优决策问题，并用修正梯度搜索方法对一个实例进行了仿真. A. K. Dhingra[2] 则对串联系统的多目标模糊可靠度 - 冗余最优化分配进行了细致的研究，并将模糊目标和模糊约束的隶属函数取成线性隶属函数，从而将模糊规划问题转化为一个常规的单目标非线性数学规划问题来求解. 然而，上述研究都是基于比较简单的模型展开的，对于较复杂模型，如模糊目标和模糊约束的非线性隶属函数、串 - 并联系统和更为复杂系统的模糊可靠性最优化分配问题等，一般的模糊规划方法将难以处理.

遗传算法 (Genetic Algorithm, GA)[3] 是一类借鉴生物界自然选择和自然遗传机制的随机化搜索算法，由美国 Michigan 大学的 J.Holland 教授于 1975 年首先提出的. 其主要特点是群体搜索策略和群体中个体之间的信息交换，搜索不依赖于梯度信息，尤其适用于处理传统搜索方法难以解决的复杂和非线性问题. 遗传算法能在搜索过程中自动获取和积累有关搜索空间的知识，并自适应地控制搜索过程，从而得到最优解或准最优解. 另外，遗传算法简单、通用，鲁棒性强，适用于并行分布处理，应用范围广. 遗传算法的核心内容包含 5 个基本要素: (1) 参数编码; (2) 初始群体设定; (3) 适应度函数设计; (4) 遗传操作 (选择操作、交叉操作和变异操作) ; (5) 控制参数设计 (群体规模、交叉概率和变异概率) .

模糊可靠性最优化分配问题实质上是一种数学规划问题. 一般来说，该问题通常带有大量的局部极值点，往往是不可微的、不连续的、多维的、有约束条件的、高度非线性的 NP 完全问题，因此，精确地求解全局最优解一般是非常困难的. 遗传算法作为一种新型的模拟生物进化过程的随机化搜索、优化方法，在解决此类问题中能够显示良好的效果. 遗传算法在系统可靠性分配中应用不是很多，已有一些成果 [4-6]，但在模糊可靠性最优化分配中目前尚无研究报道. 本文将就基于遗传算法的模糊冗余最优化分配问题的研究作一尝试.

## 2 模糊冗余最优化分配模型及其算法

模糊冗余最优化分配的数学模型为: 求解 $X$ ，使得

$$\tilde{max}\{R_s(X|R)\}$$

约束条件为

$$\sum_{j=1}^{n} g_{ij}(X|R)\tilde{<}b_i$$

[1] 1999-07-30 收到， 1999-12-19 定稿

式中 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 为待求的 $n$ 个部件数矢量， $x_i$ 为整数， $i=1,2,\cdots,n$； $R=(r_1,r_2,\cdots,r_n)$ 为给定的 $n$ 个部件可靠度矢量， $r_i\in(0,1)$， $i=1,2,\cdots,n$； $R_s$ 为系统可靠度； $g_{ij}$ 为第 $j$ 个部件消耗资源 $i$ 总数，如价格、重量、体积等； $g_i=\sum_{j=1}^n g_{ij}(X|R)$ 为第 $i$ 种资源消耗量； $b_i$ 为第 $i$ 种资源约束条件．“ $m\tilde{a}x$ ”表示“系统可靠度尽量大，接近于 1”； “ $\tilde{<}$ ”表示“系统资源约束条件模糊小于”．当 $R_s(X|R)$ 为串联模型时，此时，模糊冗余最优化分配模型转化为求解 $X$，使得

$$m\tilde{a}x\{R_s(X|R)=\prod_{i=1}^{n}(1-(1-r_i)^{x_i})\}$$

约束条件为

$$\sum_{j=1}^{n}g_{ij}(X|R)\tilde{<}b_i$$

当模糊目标 $\tilde{g}$ 和模糊约束 $\tilde{F}_i$ 取为线性隶属函数时，如图 1 所示，上式可用容差形式来描述：

$$\max\alpha$$

约束条件为

$$\begin{aligned}&R_s(X|R)\ge f_0-(1-\alpha)p_0\\&g_i(X|R)\le f_i+(1-\alpha)p_i,\quad i=1,\cdots,n,\quad \alpha\in[0,1],\quad X\in I^n\end{aligned}$$

式中 $I$ 为非零整数集合， $f_i$ 为目标或约束的要求值， $f_0$ 一般取为 1， $p_i$ 是对应目标或约束的容差水平 $(i=0,1,\cdots,n)$．

这样，原模糊非线性规划问题便转化为一个清晰的非线性规划问题，可以应用一般的非线性规划的算法来求解，如利用罚函数法 [7,8]，将约束条件和目标函数组成辅助函数，即将原来问题转化为关于辅助函数的无约束极值问题．上述方法都是假设目标和约束的隶属函数是线性单调的，然而，不是所有情况下，隶属函数都能满足这一条件．为求解该类问题，一种可行的方法是将非线性的隶属函数分段线性化，然后寻找有限分段线性隶属函数的局部有效区域，从而化为多个清晰规划的组合．但是，对于较复杂的非线性隶属函数，这种分段线性化方法也难以奏效．

下面，采用遗传算法来解决较为复杂的隶属函数的情形．根据 Zimmermann 对称模型，将模糊冗余最优化分配问题转化为一个模糊最优决策问题，即

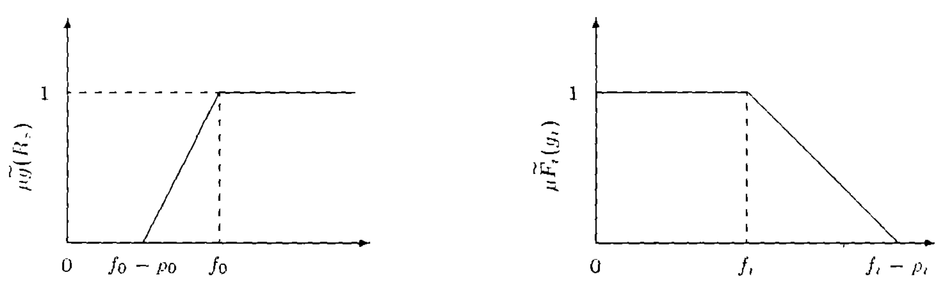


图 1　模糊目标和模糊约束的线性隶属函数

$$\mu_{\tilde{D}}(X^*|R)=\max_{X|R}\{\min[\mu_{\tilde{g}}(R_s(X|R)),\min_i[\mu_{\tilde{F}_i}(g_i(X|R))]\}$$

然后，采用下述遗传算法步骤：

(1) 确定群体规模 $n$(整数)，随机产生 $n$ 个可能解 $X_i(k)$, ($X_i(k)$ 为整数，$1\le i\le n$)，组成初始解群；

(2) 对于每一个个体 $X_i(k)$，计算其适应度 $f(X_i(k))$，适应度函数直接取为模糊决策 $\tilde{D}$ 的隶属函数，即 $f(X_i(k))=\min[\mu_{\tilde{g}}(R_s(X_i(k)|R)),\min_i\mu_{\tilde{F}_i}(g_i(X_i(k)|R))]$；

(3) 对于每一个个体 $X_i(k)$，计算其生存概率 $P_i(k)$：

$$P_i(k)=f(X_i(k))\Big/\sum_{i=1}^{n}f(X_i(k))$$

然后，依据 $P_i(k)$ 值以一定的随机方法产生配种个体 $X_i(k)$；

(4) 产生下一代解群．选择两个配种个体 $X_1(k)$，$X_2(k)$，并依据一定的组合规则 (交叉、变异) 将 $X_1(k)$，$X_2(k)$ 结合成两个新一代的个体 $X_1(k+1)$，$X_2(k+1)$，直到新一代 $n$ 个个体形成完毕；

(5) 重复 (2)-(4) 步骤，直至收敛到最佳值．

## 3 实验仿真

考虑一个串联系统，如图 2 所示，系统各参数如表 1 所示。求解下述冗余最优化问题：

求解 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_5)$，使得

$$m\tilde{a}x\{R_s(X|R)=\prod_{i=1}^{5}(1-(1-r_i)^{x_i})\}$$

约束条件为

$$g_1=\sum_{i=1}^{5}w_iv_i^2x_i^2\,\tilde{<}\,V,\quad g_2=\sum_{i=1}^{5}\alpha_i(-1000/\log(r_i))^{\beta_i}(x_i+\exp(x_i/4))\,\tilde{<}\,C$$

$$g_3=\sum_{i=1}^{5}w_ix_i\exp(x_i/4)\,\tilde{<}\,W,\quad 0\le r_i\le 1$$

其中，$V$，$C$ 和 $W$ 分别为体积，价格和重量约束，$\alpha_i$，$w_i$，$v_i$，$\beta_i$ 分别为各单元的权因子．

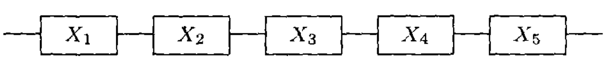


图 2　5 单元串联系统

**表 1　串联系统各参数**

| 单元 | $10^5\alpha_i$ | $w_iv_i^2$ | $w_i$ | $\beta_i$ | $r_i$ | $V$ | $C$ | $W$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2.330 | 1 | 7 | 1.5 | 0.779427 | | | |
| 2 | 1.450 | 2 | 8 | 1.5 | 0.869482 | | | |
| 3 | 0.541 | 3 | 8 | 1.5 | 0.902674 | 110 | 175 | 200 |
| 4 | 8.050 | 4 | 6 | 1.5 | 0.714038 | | | |
| 5 | 1.950 | 2 | 9 | 1.5 | 0.786896 | | | |

模糊目标和模糊约束的隶属函数分别取为线性隶属函数：

$$\mu_{\tilde{g}}(R_s(X|R))=\begin{cases}0, & R_s<1.0-p_0\\ (R_s-(1-p_0))/p_0, & 1-p_0\le R_s<1.0\\ 1, & R_s\ge 1.0\end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{F}_i}(g_i(X|R))=\begin{cases}1, & g_i<f_i\\ (f_i+p_i-g_i)/p_i, & f_i\le g_i<f_i+p_i\\ 0, & g_i\ge f_i+p_i\end{cases}$$

式中 $p_0=0.9$， $f_1=V,p_1=10,f_2=C,p_2=15,f_3=W,p_3=20$ 。

$k$ 次抛物型分布为

$$\mu_{\tilde{g}}(R_s(X|R))=\begin{cases}0, & R_s<1.0-p_0\\ ((R_s-(1-p_0))/p_0)^k, & 1-p_0\le R_s<1.0\\ 1, & R_s\ge 1.0\end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{F}_i}(g_i(X|R))=\begin{cases}1, & g_i<f_i\\ ((f_i+p_i-g_i)/p_i)^k, & f_i\le g_i<f_i+p_i\\ 0, & g_i\ge f_i+p_i\end{cases}$$

式中 $k$=2, $p_0=0.9,f_1=V,p_1=10,f_2=C,p_2=15,f_3=W,p_3=20$ 。

岭形分布为

$$\mu_{\tilde{g}}(R_s(X|R))=\begin{cases}0, & R_s<1.0-p_0\\ \dfrac{1}{1+\exp(-(R_s-(1.0+p_0)/2)/t_g)}, & 1-p_0\le R_s<1.0\\ 1, & R_s\ge 1.0\end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{F}_i}(g_i(X|R))=\begin{cases}1, & g_i<f_i\\ \dfrac{1}{1+\exp((g_i-(2f_i+p_i)/2)/t_f)}, & f_i\le g_i<f_i+p_i\\ 0, & g_i\ge f_i+p_i\end{cases}$$

式中 $t_g$=0.01, $t_f=1,p_0=0.9,f_1=V,p_1=10,f_2=C,p_2=15,f_3=W,p_3=20$ 。其中 $t_g$ 和 $t_f$ 是确定约束条件苛刻程度的权值。 $t_g$ 和 $t_f$ 越小，则约束条件越苛刻，“软边界”越窄；反之， $t_g$ 和 $t_f$ 越大，则约束条件越宽松，“软边界”越宽；当 $t\to 0$ 时，模糊约束变为精确约束。

采用遗传算法的计算结果如表 2 所示。其中，遗传算法的主要参数为：群体规模 18，基因长度 40，交叉概率 0.9，变异概率 0.1，进化代数 1000。编码方式为二进制编码，采用比例选择法，且在选择前保留当前最优解，以保证收敛于全局最优解。

**表 2　串联系统模糊冗余最优化分配**

| 隶属函数 | $X=(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)$ | $R_s$ | $g_1$ | $g_2$ | $g_3$ | $\mu_{\tilde{D}}(X^*\|R)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 线性 | (3, 2, 2, 3, 3) | 0.93157777 | 83.00 | 174.88 | 192.48 | 0.3158 |
| $k$ 次抛物线 | (3, 2, 2, 3, 3) | 0.93157777 | 83.00 | 174.88 | 192.48 | 0.0997 |
| 岭形 | (3, 2, 2, 3, 3) | 0.93157777 | 83.00 | 174.88 | 192.48 | 0.1368 |

由计算结果可知：隶属函数分别取为线性、$k$ 次抛物线和岭形时，所得结果是一致的，但是隶属度 $\mu_{\tilde{D}}(X^*|R)$ 没有达到 1，而且三种情况下的 $\mu_{\tilde{D}}(X^*|R)$ 值不同，这说明模糊目标和模糊约束不能同时达到最满意值，即二者是相互矛盾的，同时 $k$ 次抛物线和岭形隶属函数形式的模糊目标和模糊约束比线性的要苛刻。

## 4 小 结

实验仿真结果表明，采用遗传算法来实现上述规划问题是有效的，尤其是对于非线性隶属函数的模糊规划，遗传算法可以有效地克服经典方法中计算复杂性等困难。

## 参 考 文 献

[1] K. S. Park, Fuzzy apportionment of system reliability, IEEE Trans. on Reliability, 1987, 36(1), 129–132.

[2] A. K. Dhingra, Optimal apportionment of reliability & redundancy in series systems under multiple objectives, IEEE Trans. on Reliability, 1992, 41(4), 576–581.

[3] 陈国良等编著，遗传算法及其应用，北京，人民邮电出版社， 1996 年 6 月， 1–25.

[4] Yi-chih Hsieh, *et al.*, Genetic algorithms for reliability design problems. Microelectronics and Reliability. 38(8), 1599–1605.

[5] D. W. Coit, A. E. Smith, Reliability optimization of series-parallel systems using a genetic algorithm, IEEE Trans. on Reliability, 1996, 45(2), 254–260.

[6] L. Painton, J. Campbell, Genetic algorithms in optimization of system reliability, IEEE Trans. on Reliability, 1995, 44(2), 172–178.

[7] 现代应用数学手册编委会，运筹学与最优化理论卷，北京，清华大学出版社， 1998 年 4 月， 185–188.

[8] 运筹学教材编写组，运筹学，北京，清华大学出版社， 1990 年 1 月， 183–190.

# MODELING AND REALIZING REDUNDANCY OPTIMIZATION IN FUZZY RELIABILITY APPORTIONMENT BASED ON GENETIC ALGORITHM

Wang Yongchuan Zhuang Zhaowen* Yu Wenxian*

(*The Second Institute, Second Artillery, Beijing* 100085, China)
*(*ATR National Lab, NUDT, Changsha* 410073, China)

**Abstract** In this paper, based on conventional redundancy optimization and the genetic algorithm, a method of fuzzy redundancy optimization is studied, by which fuzzy objectives and fuzzy constraints are linear and nonlinear membership functions respectively. Finally, an example is given.

**Key words** Genetic algorithm, Fuzzy reliability apportionment, Redundancy optimization

王永传： 男， 1970 年生，博士，主要研究方向为信息与通信工程，模糊信息处理以及目标识别等.
庄钊文： 男， 1958 年生，教授、博士生导师，目前从事信号处理、目标识别及模糊信息处理等领域的研究.
郁文贤： 男， 1964 年生，教授、博士生导师，目前从事信号处理、目标识别及多传感器信息融合等领域的研究.