

# 一种基于特征值分布的波束赋形方案

曾云宝 赵义忠 朱永芬 王文博  
(北京邮电大学电信工程学院 北京 100876)

**摘要** 该文分析了在不同角度扩展和 DOA 情况下的特征值分布,研究了在不同角度扩展环境下不同波束赋形算法的性能。在此基础上,提出了一种基于特征值分布的波束赋形方案。该方案根据信道的特征值分布自适应地采用不同波束赋形算法。仿真表明,该方案与 PPPW(Per-Path Per-Weight)波束赋形算法性能相近,同时大大降低计算复杂度。

**关键词** 智能天线, 特征值分布, 角度扩展, DOA

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)12-2330-04

## A Beamforming Scheme Based on Eigenvalue Distribution

Zeng Yun-bao Zhao Yi-zhong Zhu Yong-fen Wang Wen-bo

(Telecommunication Engineering School, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

**Abstract** This paper firstly analyzes the eigenvalue distribution in environment with different angle spread and DOA. Secondly, the performance of different beamforming algorithms are investigated first in diverse environment. Then a beamforming scheme based on eigenvalue distribution is proposed, which can adaptively utilize different beamforming algorithm according to the eigenvalue distribution. Simulation results show that the proposed method possesses almost the same performance as the Per-Path Per-Weight(PPPW) beamforming method, furthermore the complexity is reduced greatly.

**Key words** Smart antennas, Eigen distribution, Angle spread, Direction Of Arrival (DOA)

### 1 引言

日益复杂的电磁环境使得电磁干扰变得越来越严重,减少电磁干扰的一种重要解决方案是采用智能天线波束赋形技术。为了降低计算复杂度和提高系统性能,智能天线一般放在基站,上行进行分集接收或者采用波束赋形接收,下行发射采用波束赋形技术。传统的波束赋形技术通常采用单波束赋形,只将波束对准多径当中的最强径,或者根据其他的一些准则,如最大SNR,最大SINR, Capon波束赋形,对角负载因子波束赋形算法等等<sup>[1-5]</sup>,进行波束赋形。但是,这些算法都没有充分利用信道的相关特性,降低了信道增益,因而影响了下行接收机的性能。为了充分利用信道的分集增益,文献[6]提出了多波束赋形算法(即PPPW),对所有多径分别进行波束赋形。然而,在实际的无线通信环境中,尤其是在角度扩展较小的情况下,各径之间存在很强的相关性<sup>[7,8]</sup>,此时采用PPPW波束赋形并不能提高信道的分集性能,相对单波束赋形并没有明显的性能提高。

基于无线信道的相关性,论文提出了一种基于信道相关矩阵特征值分布的波束赋形方案。该方案根据信道相关矩阵特征值分布特性(即信道相关性)动态地选择波束赋形算法:在信道相关性强信道,选择基于主特征值的波束赋形算法;在信道相关性弱的信道,应用文献[6]的 PPPW 波束赋形算

法。该方案充分利用了信道的相关特性,能够灵活地适应信道环境,提高接收机性能。

论文第2节研究不同信道特性的特征值分布;第3节介绍基于特征值分布的波束赋形方案实现方法;第4节是计算机仿真;第5节是结束语。

### 2 不同信道特性的特征值分布

考虑一个具有  $M$  个天线阵元的均匀线阵,如图1所示,阵元之间距离为  $d$ ,一平面波以入射角  $\theta_1$  到达天线阵。

对于均匀线阵,阵列响应为

$$\mathbf{a}(\theta_1) = [1, e^{-j2\pi/\lambda d \sin(\theta_1)}, \dots, e^{-j2\pi/\lambda d (M-1) \sin(\theta_1)}]^T$$

$\mathbf{T}$  表示矢量转置,  $\lambda = c/f$  表示载频的波长,  $c$  是光速 ( $3 \times 10^8$  m/s)。

空间矢量信道模型是在传统信道模型(即考虑了信道的衰落及 Doppler 谱)的基础上,加入时延扩展、角度扩展和阵列几何结构等等。其一般表达式为

$$\mathbf{h}(t) = \sum_{l=1}^{L(t)} A_l e^{j\varphi_l(t)} \mathbf{a}(\theta_l(t)) \delta(t - \tau_l(t)) \quad (1)$$

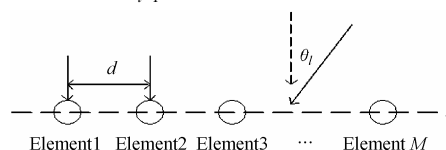


图1 线阵几何结构图

Fig.1 Linear antenna array geometry

其中  $\mathbf{h}(t) = [h_1(t) \ h_2(t) \ h_3(t) \ \dots \ h_M(t)]^T$ ,  $h_i(t)$  为第  $i$  个阵元的信道冲击响应,  $i = 1, \dots, M$ ;  $L(t)$  表示  $t$  时刻接收信号的径数;  $\mathbf{a}(\theta_i(t))$  为阵列响应矢量, 它由阵列几何结构决定;  $A_l$  和  $\psi_l$  分别为第  $l$  径到达天线阵的幅值和相位。

假设  $\mathbf{h}(t)$  为 0 均值, 即  $E\{\mathbf{h}(t)\} = 0$ , 则信道冲击响应的瞬时相关矩阵为  $M \times M$  矩阵, 可以定义为

$$\mathbf{R}_h = E\{\mathbf{h}\mathbf{h}^H\} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{h}_l \mathbf{h}_l^H \quad (2)$$

如果  $\mathbf{R}_h$  为对角阵, 则表示多径信号完全独立(信道独立); 如果  $\mathbf{R}_h$  为非对角阵, 则表示多径信号之间有一定的相关性(信道相关)。通过对相关矩阵的特征值分解可以确定信道的相关信息。对  $\mathbf{R}_h$  相关矩阵特征值分解如下:

$$\mathbf{R}_h = \mathbf{Q}_h \mathbf{A}_h (\mathbf{Q}_h)^H = \sum_{i=1}^L \lambda_{h,i} \mathbf{q}_{h,i} (\mathbf{q}_{h,i})^H \quad (3)$$

其中  $\mathbf{Q}_h = [\mathbf{q}_{h,1} \ \mathbf{q}_{h,2} \ \dots \ \mathbf{q}_{h,M}]$ ,  $\mathbf{A}_h = \text{diag}[\lambda_{h,1}, \lambda_{h,2}, \dots, \lambda_{h,M}]$ , 特征值  $\lambda_{h,i}$  与特征向量  $\mathbf{q}_{h,i}$  一一对应。

由上式可知,  $\mathbf{R}_h$  的特征值排序(按从大到小顺序)以后, 必满足

$$\lambda_{h,1} > \lambda_{h,2} > \dots > \lambda_{h,L} > \lambda_{h,L+1} \\ \lambda_{h,L+1} = \dots = \lambda_{h,M} = 0$$

因为只有  $L$  径信号, 所以  $\mathbf{R}_h$  的秩小于等于  $L$ , 因此最小的几个特征值全为 0。特征值比例可以定义为

$$r_{k,1} = \lambda_{h,k} / \lambda_{h,1}, \quad k = 1, \dots, L \quad (4)$$

通过  $r_{k,1}$  可以衡量信号的相关特性(信道相关性)。  $r_{k,1}$  较小, 表示多径信号相关性较强;  $r_{k,1}$  较大, 表示多径信号相关性较弱, 甚至相互独立。在矢量信道中, DOA、角度扩展、多径数目等因素都会对  $\mathbf{R}_h$  特征值的分布产生影响。

设  $L = 4$ ,  $M = 8$ , 阵元之间距离为半波长的均匀线阵。通过计算机仿真研究特征值分布和角度扩展、DOA 之间的关系。图 2 为  $r_{k,1}$   $k = 1, \dots, 4$  在不同角度扩展情况下的分布, 可以看出,  $r_{k,1}$  ( $k = 2, 3, 4$ ) 随着角度扩展的增大而增大, 即多径信号相关性(信道相关性)减弱。图 3 为  $r_{2,1}$  在不同 DOA 情况下的分布, 它反映了信道相关性的强弱。从图 3 可以观察到, 随着 DOA 的增大,  $r_{2,1}$  逐渐减小, 即信道相关性增大, 但是相对角度扩展, 由 DOA 引起的变化幅度较小。

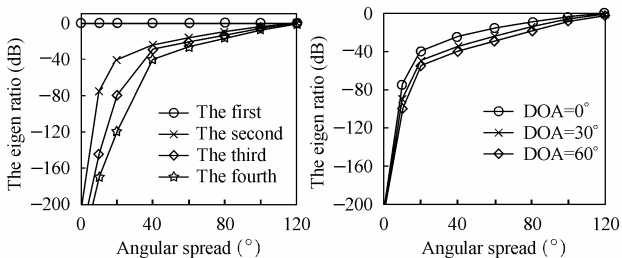


图 2 DOA=0°情况下, 特征值比值在不同角度扩展情况下的分布  
Fig.2 The eigenvalue ratio distribution in different angle spread environments when DOA is equal to 0°

图 3  $r_{2,1}$  在不同 DOA 情况下的分布  
Fig.3 The  $r_{2,1}$  distribution with different DOA

### 3 基于特征值分布的波束赋形方案实现

图 2 和图 3 表明, 信道的相关特性与信道的 DOA、角度扩展有密切关系。传统的基于单波束的波束赋形算法和 PPPW 波束赋形算法都没有充分利用信道的相关性。而智能天线多波束赋形算法正是利用了信道的这种相关特性, 因而在波束赋形时应考虑信道的相关性。图 4 为在相同的发射功率和信道环境情况下(如表 1 所示), 几种不同波束赋形方案的 RawBER(无解码误比特率)性能比较。从图 4 可以看出, 对于单波束赋形算法, 随着多径角度扩展的增大, 波束赋形性能逐渐下降; 对于无波束赋形情况, 则随着角度扩展增大, 信道分集增益逐渐增大, 接收机性能有提高; 而对于文献[6]中的 PPPW 波束赋形, 如果角度扩展很小, 则各径之间的相关性很强; 当角度扩展小于 40°时, 单波束赋形性能与 PPPW、基于主特征值波束赋形性能接近, 因而此时如果采用单波束赋形, 则可以在不牺牲系统性能的情况下降低计算复杂度。从图 4 可以看出, 基于主特征值的波束赋形算法, 其性能比单波束赋形算法要好; 在角度扩展较小的信道环境中, 与 PPPW 性能接近, 但是当角度扩展大于 60°时, 其性能相对 PPPW 差距越来越大, 因为该算法在角度扩展大的环境中, 对于多径的波束赋形增益较小, 一般只有 3~7dB, 而 PPPW 有将近 9dB 的增益。

根据信道相关特性选择波束赋形算法, 能够充分利用信道的相关特性。在角度扩展大的环境下即多径独立性强的信

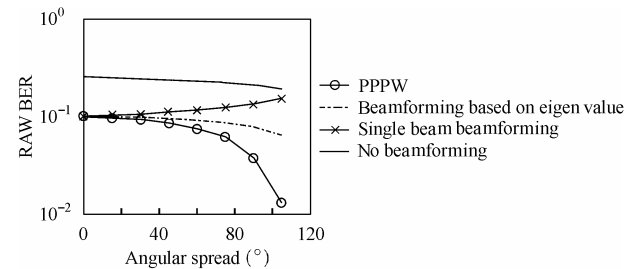


图 4 在不同角度扩展情况下基于单波束赋形、主特征值波束赋形、PPPW 和无波束赋形性能对比  
Fig.4 The performance comparison of beamforming based on single beamforming, main eigenvalue, and PPPW with no beamforming

表 1 仿真环境参数

Tab.1 Simulation parameters	
载频	2G Hz
传播环境	3GPP Case3 信道(4 径)
移动速度	3 km/h
扩频因子	16
信道估计	理想信道估计
快衰模型	Jakes 功率谱
占用时隙数	1
时隙码片数	864
占用码道数	4
多径角度扩展	Laplace 分布

道,采用 PPPW 算法可以充分利用信道的分集增益;而在角度扩展小的环境,采用基于主特征值的波束赋形算法,则可以充分利用多径信道的强相关性,降低计算复杂度。这种基于信道相关矩阵特征值分布的波束赋形方案能够灵活地适应各种相关性信道,提高智能天线的自适应波束赋形性能,在大大减小计算量的同时,达到与 PPPW 接近的性能。

基于特征值分布的波束赋形方案具体实现如下:首先,对接收的各径信号的相关矩阵  $\mathbf{R}_h$  进行特征值分解。然后,通过降序的方法对特征值进行排序,  $\lambda_{h,1} > \lambda_{h,2} > \dots > \lambda_{h,M}$ 。假设只有  $L$  径,因此,  $\mathbf{R}_h$  的秩小于等于  $L$ ,我们只判断前两个特征值之间的相对关系,即根据  $r_{2,1}$  的大小确定具体的波束赋形方案,从图 2 可知,它可以表征信道的相关性。当信道相关性小于一定值,即  $r_{2,1} < \alpha$  时(角度扩展小于一定值的信道环境),采用基于主特征值的波束赋形算法,其性能接近 PPPW 波束赋形算法、优于单波束赋形,而计算复杂度相对于 PPPW 更低;而当  $r_{2,1} > \beta$  时(角度扩展大于一定值的信道环境,这在后面的仿真中会给出具体的数值),采用 PPPW 波束赋形方案,能够充分利用信道的分集增益。

#### 4 计算机仿真

论文采用的仿真环境如表 1 所示。在实现基于特征值分布的波束赋形方案过程中,设定门限值分别为  $-10\text{dB}$ ,  $-6\text{dB}$  和  $-2\text{dB}$ ,根据  $r_{2,1}$  是否高于门限确定波束赋形算法:如果高于门限,则采用 PPPW 波束赋形算法;如果低于门限,则采用基于主特征值波束赋形算法。

图 5 为 PPPW 波束赋形、基于主特征值波束赋形和论文提出的基于特征值分布的波束赋形方案的性能对比。从图 5 可以看出,不同门限值对波束赋形性能影响很大,门限值为  $-10\text{dB}$  时性能接近 PPPW 性能,门限值越高,性能越差,当门限值为无穷大时,算法退化为基于主特征值的波束赋形算法;可以看出,基于门限值的波束赋形算法比基于主特征值的波束赋形算法性能更优。从图 6 可以看出,采用论文提出的基于主特征值的波束赋形方案可以大大降低计算量,而且在角度扩展达到  $105^\circ$  时,计算量仍小于 PPPW。这是因为角度扩展服从 Laplace 统计分布,因此,每个子帧的实际扩展角度(扩展角度样本)是时变的即相关性是时变的,因而每个子帧实际选择的波束赋形算法也是时变的。即在角度扩展大的环境下,可能会出现角度扩展很小的情况,根据论文设计的方案,此时采用基于主特征值的波束赋形算法,可以达到与 PPPW 接近的性能,又可以降低计算复杂度;而在角度扩展小的信道环境中,同样可能出现角度扩展较大的情况,此时将采用 PPPW 波束赋形算法,充分利用信道的分集特性,提高接收机的性能,但是,复杂度有一定提高。上述事实也可以解释图 5。

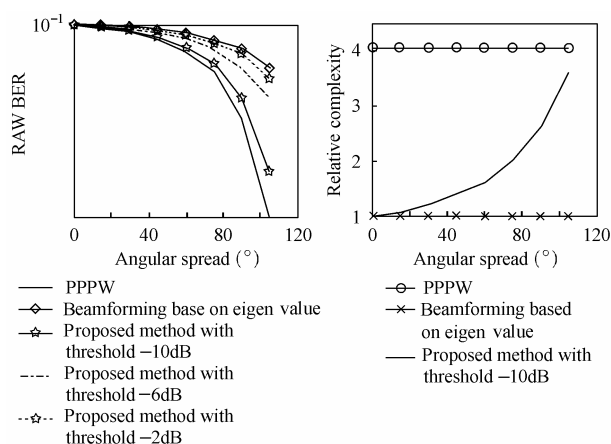


图 5 在不同角度扩展情况下,基于主特征值波束赋形、PPPW 和基于特征值分布的波束赋形方案性能对比  
Fig.5 The performance comparison of beamforming based on eigenvalue distribution, main eigenvalue, and PPPW in different angle spread environments

图 6 不同角度扩展情况下,不同波束赋形算法的相对复杂度  
Fig.6 The relative complexity of the beamforming algorithms in different angle spread environments

#### 5 结束语

通过对信道相关矩阵的特征值分布进行分析,论文提出了一种基于特征值分布的波束赋形方案,该方案能够针对信道不同的相关性,自适应地选用不同的波束赋形算法。仿真表明,基于特征值分布的波束赋形方案,无论在角度扩展小的环境,还是在角度扩展大的环境,都可以达到与 PPPW 波束赋形算法相近的性能,同时大大降低计算复杂度。

#### 参考文献

- [1] Li J, Stoica, P, Wang Z. On robust Capon beamforming and diagonal loading. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2003, 51(7): 1702–1715.
- [2] Lorenz R, Boyd S. Robust minimum variance beamforming. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2005, 53(5): 1684–1696.
- [3] Kogon S. Eigenvectors, diagonal loading and white noise gain constraints for robust adaptive beamforming. *Conference Record of the Thirty-Seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 2003, 2 (9-12): 1853–1857.
- [4] Vural A M. Effects of perturbation on the performance of optimum adaptive arrays. *IEEE Trans. on Aerosp. Electron. Syst.*, 1979, AES-15: 76–87.
- [5] Viberg M, Swindlehurst A. Analysis of the combined effects of finite samples and model errors on array processing performance. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 42(11): 3073–3083.
- [6] Sun Xiao-Ying, Wang Shu-Xun, Liang Ying-Chang. Beamforming and Power Control for Multirate CDMA Systems with Per-Path-Per-Weight Beamforming Scheme. *Proceedings of*

- the IEEE 6th Circuits and Systems Symposium on Technologies: Frontiers of Mobile and Wireless Communication, June 2004, 2(31): 619 – 622.
- [7] durrani, Bialkowski, M E. Effect of angular energy distribution of an incident signal on the spatial fading correlation of a uniform linear array. MIKON-2004. 15th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications, 2(17-19): 493-496.
- [8] Dakdouki S, Banket L. Downlink processing algorithms for multi-antenna wireless communications. *IEEE Communications Magazine*, 2005 43(1): 122 –127.
- 曾云宝: 男, 1977 年生, 博士生, 研究方向为智能天线技术、3G 和 B3G 系统等.
- 赵义忠: 男, 1975 年生, 学士, 研究方向为智能天线技术和移动通信技术等.
- 朱永芬: 女, 1978 年生, 硕士, 研究方向为智能天线技术和移动通信技术等.
- 王文博: 男, 1965 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为信号处理和无线通信及网络等.