

# 基于最小偶极子数解的脑磁定位方法<sup>1</sup>

霍小林 楼正国 李 军 汪元美

(浙江大学生命科学与医学工程系 杭州 310027)

**摘 要** 多偶极子定位是脑磁逆问题研究中的难点问题, 本文基于最小偶极子数解, 研究了一种多偶极子的脑磁源定位方法, 以改进的模拟退火算法为优化策略, 进行了仿真计算. 结果表明, 该方法可以达到多偶极子的定位目的, 为多偶极子的源定位提供了有效途径.

**关键词** 脑磁图 (MEG), 逆问题, 模拟退火, 全局优化

**中图分类号** TN-051.1

## 1 引 言

人体内神经和肌肉组织中的离子电流都可以在体外产生磁场. 根据产生磁场的器官不同, 人体的磁场可以划分为心磁场、脑磁场和肌磁场等. 其中记录并反应脑磁场变化的脑磁图 MEG (Magnetoencephalogram) 是生物磁学中最活跃的一个研究领域. 脑磁信号通常很弱, 其强度约在  $10^{-12} \sim 10^{-13}$  T (特斯拉), 只有利用超导量子干涉仪 SQUID (Superconducting Quantum Interference Device) 才能加以检测<sup>[1]</sup>.

脑磁研究可以提供有关脑神经电生理功能方面的信息, 而目前的医学成像技术如 CT, MRI 等主要提供的是生物体的解剖信息, 因此脑磁研究在脑功能性病变如病灶性癫痫、帕金森氏综合症等的定位中起着越来越重要的作用. 更因其检测的完全无创性, 近年来倍受世人的关注. 同时, 脑磁研究也正被用于脑的信息处理及记忆功能等生理学方面的研究.

脑磁逆问题, 就是根据测量到的人脑外部磁信号来导出产生这些磁信号的电流源的分布情况. 在脑磁逆问题中广泛采用的源模型是电流偶极子 (Current Dipole) 模型<sup>[2]</sup>. 在这一模型中, 将处于兴奋态的神经元看作电流偶极子的电源. 偶极子的偶极矩就是流过此电源内部的电流与此电源由负极到正极的距离的乘积, 方向与电流流过的方向一致. 此电流流过整个头颅导体, 电源外的这部分称为体积电流, 由正极到负极形成闭路. 在电流偶极子的定位模型中, 通常采用均匀的球模型作为头模型. 此时体积电流不产生外磁场的径向分量, 且电流偶极子的径向分量在球导体外也不产生磁场<sup>[1]</sup>. 由此可见脑磁逆问题的解是非唯一的, 属非线性逆问题, 因为逆问题的解答中总可以附加上一个任意的径向电流偶极子而不影响正问题的结果.

## 2 均匀球模型下的毕奥 - 沙伐尔公式

本文采用均匀的球模型作为头模型. 设球半径为  $R$ , 坐标原点取为球心, 介质的磁导率为  $\mu$ . 令脑内第  $k$  个电流偶极子  $P_k$  的位置为  $r_k$ , 头表面第  $m$  个磁场探测器的位置为  $R_m$ .

根据毕奥 - 沙伐尔公式<sup>[3]</sup>, 球坐标下场点  $R_m$  处的磁感应强度应为  $B_m$ . 由于 SQUID 系统测量的是头表面径向的磁感应强度, 故磁感应强度  $B_m$  可写为  $B_{mR}$ <sup>[4]</sup>,

$$B_{mR}(R_m, \Theta_m, \Phi_m) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_k \frac{A_{km} P_{k\theta} + C_{km} P_{k\varphi}}{B_k^{1/2} \cdot D_{km}^{3/2} \cdot R_m} \quad (1)$$

其中

<sup>1</sup> 1999-10-15 收到, 2000-04-07 定稿

$$\begin{aligned}
A_{km} &= r_k^2 R_m (\sin \theta_k \cos \varphi_k \sin \Theta_m \sin \Phi_m - \sin \theta_k \sin \varphi_k \sin \Theta_m \cos \Phi_m) \\
B_k &= r_k^2 \sin^2 \theta_k \\
C_{km} &= B_k R_m \cos \Theta_m - r_k^2 R_m \cos \theta_k (\sin \theta_k \cos \varphi_k \sin \Theta_m \cos \Phi_m \\
&\quad + \sin \theta_k \sin \varphi_k \sin \Theta_m \sin \Phi_m) \\
D_{km} &= (R_m \sin \Theta_m \cos \Phi_m - r_k \sin \theta_k \cos \varphi_k)^2 \\
&\quad + (R_m \sin \Theta_m \sin \Phi_m - r_k \sin \theta_k \sin \varphi_k)^2 + (R_m \cos \Theta_m - r_k \cos \theta_k)^2
\end{aligned}$$

$(R_m, \Theta_m, \Phi_m)$  表示头表面第  $m$  个磁场探测器的位置,  $(r_k, \theta_k, \varphi_k)$  表示脑内第  $k$  个电流偶极子  $P_k$  的位置,  $P_{k\theta}, P_{k\varphi}$  表示第  $k$  个电流偶极子  $P_k$  的两个切向分量。径向分量  $P_r$  对球表面径向磁场分量不产生贡献, 故在均匀球模型中不予考虑。

### 3 基于最小偶极子数解的脑磁定位方法

脑磁逆问题属于非线性逆问题, 可以采用最小二乘法加以求解。将假设的电流偶极子源所产生的磁感应强度  $B$  与脑磁图所记录的磁感应强度  $\tilde{B}$ , 在相应的场点进行比较, 通过调整电流偶极子的各个参数, 包括位置、大小及方向, 以求得最小二乘意义下的最优解。这种方法被称为移动电流偶极子法。目标函数可设为<sup>[5]</sup>

$$E_1 = \sum_{m=1}^M (B_{mR} - \tilde{B}_{mR})^2 \quad (2)$$

这里  $M$  为测试点的个数。当脑内偶极子数为已知时, 利用模拟退火算法以 (2) 式为目标函数可以得到较好的全局最优解。但当对脑内偶极子数一无所知时, 利用 (2) 式便无法得到正确的解。例如测试点有 33 个, 那么最多可用 6 个偶极子 ( $5 \times 6 = 30$ ) 来估算。假如脑内真正的偶极子数为 2 个, 则剩下的 4 个偶极子也将不为零, 从而给人造成脑内有 6 个偶极子的错觉。

实际上当人体的一些体觉受到刺激时, 脑内电流偶极子的分布只限于一个较小的范围。最小偶极子数解即为: 当解是由最小偶极子数组成时解为最优解。前人据此原则构造了一种求解多偶极子的算法, 可称为偶极子渐增法。但此算法效率很低, 因此本文研究了一种更为高效的多偶极子定位方法<sup>[6]</sup>, 其目标函数可表示为

$$E_2 = \sum_{m=1}^M (B_{mR} - \tilde{B}_{mR})^2 + \omega \sum_{k=1}^N |B_{mRk}|^\alpha \quad (3)$$

从 (3) 式可以看出  $E_2$  是在  $E_1$  的基础上形成的,  $\omega$  为一加权因子, 其值在 0, 1 之间,  $\alpha$  为一大于 0 小于 1 的实数。  $B_{mRk}$  表示的是第  $k$  个电流偶极子单独在第  $m$  个测试点产生的磁感应强度值:

$$B_{mRk} = (\mu/4\pi) \{ [P_k \times (R_m - r_k)] / |R_m - r_k|^3 \} \quad (4)$$

在 (3) 式第 2 项中选取  $B_{mRk}$  的目的是为了避免解中偶极子向测试点的偏移。假如用  $P_k$  来计算解将不可避免地向测试点偏移。设  $P_1 < P_2$ , 若  $P_1$  比  $P_2$  离测试点  $R_m$  近, 则这两个偶极子在测试点  $R_m$  处产生的磁感应强度值有可能相等。当 (3) 式达到最小时, 解必将选中  $P_1$ , 从而使解向测试点产生偏移。

当 (3) 式获得最小值时, 其第 2 项保证了解中所含偶极子数最小。设脑中有一个真实的偶极子, 在外产生的磁感应强度为  $B_0$ 。现用两个偶极子来计算, 这两个偶极子在外产生的磁感应强度分别为  $B_1, B_2$ , 如图 1 所示。当 (3) 式得到最小化时, 应有

$$B_0 = B_1 + B_2 \quad (5)$$

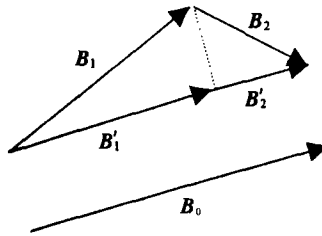


图 1 矢量  $B_1, B_2$  之和为  $B_0$

但从图 1 中可以看出, 满足 (5) 式的矢量  $B_1, B_2$  可以有无数个。  $B_1', B_2'$  为与  $B_0$  同向的且满足 (5) 式的两个矢量。若  $0 < \alpha < 1$ , 那么  $|B_1'|^\alpha < |B_1|^\alpha$  和  $|B_2'|^\alpha < |B_2|^\alpha$ , 则有

$$|B_1'|^\alpha + |B_2'|^\alpha < |B_1|^\alpha + |B_2|^\alpha \quad (6)$$

那么当 (3) 式得到最小化时,  $B_1', B_2'$  将被选中, 但此时仍会使人误以为脑中有两个偶极子存在。设一单位矢量  $b_0 = B_0/|B_0|$ , 方向同  $B_1', B_2'$ , 则应有 3 个正数  $a_0, a_1, a_2$  满足

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= a_0 b_0, & B_1' &= a_1 b_0, & B_2' &= a_2 b_0 \\ a_0 &= a_1 + a_2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

那么最小化 (3) 式的第 2 项, 就相当于最小化函数  $f(a_1, a_2) = a_1^\alpha + a_2^\alpha$ 。

由于  $0 < \alpha < 1$ , 函数  $f(a_1, a_2)$  如图 2 所示为一曲线, 在满足 (7) 式的条件下, 其最小值为  $a_0$ , 亦即 (3) 式的最终解为  $B_0$ 。由此可见通过对 (3) 式的最小化的确可以得到最小偶极子数解, 进而实现对多偶极子进行定位。

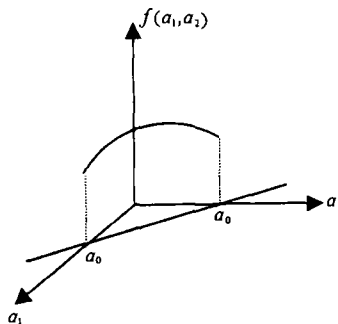


图 2 当  $a_0 = a_1 + a_2$  时  $f(a_1, a_2)$  的曲线

## 4 改进的模拟退火及参数选择

模拟退火算法是 80 年代初期发展起来的一种求解大规模组合优化问题的随机性方法。它以优化问题的求解与物理系统的退火过程的相似性为基础, 利用 Metropolis 算法并适当地控制温度的下降过程来实现模拟退火, 从而达到求解全局优化问题的目的<sup>[7]</sup>。它具有适用范围广, 求得全局最优解的可靠性高, 算法简单, 便于实现等优点。

模拟退火算法在搜索策略上与传统的随机搜索方法不同, 它不仅引入了适当的随机因素, 而且还引入了物理系统退火过程的自然机理。这种自然机理的引入使模拟退火算法在迭代过程中不仅接受使目标函数值变“好”的测试点, 而且还能够以一定的概率接受使目标函数值变“差”的测试点, 也就是使算法具有一定的“爬山”能力, 接受概率随着温度的下降而逐渐减小。模拟退火的这种搜索策略可以避免搜索过程因陷入局部最优解而无法逃脱的弊端, 有利于提高求得全局最优解的可靠性。

虽然模拟退火算法具有了一定的“爬山”能力, 但考察其接受“差”解的概率函数  $P = \exp(-\Delta E/T)$  可知, 当温度  $T$  较高时,  $P$  值接近 1, 此时如果系统进入局部极小点, 就很容易跳出。但到了退火后期, 温度  $T$  已降得很低 ( $T$  已趋于 0, 且相应的产生随机点的范围也很小),  $P$  值接近 0, 此时如果系统进入局部极小点, 则将很难跳出。为了提高算法在退火后期的“爬山”能力, 本文采用了一种“回火”策略<sup>[8]</sup>, 即当出现连续多次降温, 而解的质量毫无改善时 (此时解还未满足判停准则, 可认为解已落入局部极小), 对系统进行“回火”, 抬高  $T$  值, 然后再进行退火。很显然, “回火”可以增强模拟退火算法后期逃离局部极小的能力。

算法主要参数选择如下:

(1) 初始温度  $T_0$  初始温度  $T_0$  的选择对算法的效率影响很大。  $T_0$  过高将使算法浪费在很多无用的搜索上,  $T_0$  过低将使算法过早地落入局部极小点而很难逃脱。本文根据  $P = \exp(-\Delta E/T)$ , 随机选取 1000 个解域中的点, 计算其平均  $\Delta E$  值, 使  $P$  值约为 0.5 左右, 从  $P = \exp(-\Delta E/T)$  中解出  $T$ , 即可将  $T$  作为初始温度  $T_0$ 。

(2) 降温函数 模拟退火算法中降温函数至关重要, 本文采用如下降温函数:

$$T_k = \begin{cases} T_0/(1+k), & k \leq K \\ 0.91T_{k-1}, & k > K \end{cases} \quad (8)$$

这种降温函数在  $K$  之前降温比较缓慢, 当降温次数大于  $K$  后, 降温速度加快。  $K$  值经过实际测试, 可选在 250~300 之间。

(3) 新点生成函数 新点生成的原则是, 退火初期算法可以扫描整个待求空间, 这时新点生成的邻域半径较大。到退火后期, 随温度的降低, 算法扫描的空间越来越小, 以便于求得局部极小, 这时新点生成的邻域半径较小。根据以上原则, 本文采用如下新点生成函数:

$$x_k = x_{k-1} + \text{rand} \cdot T_k/t_0 \cdot A \quad (9)$$

其中 rand 为  $[-1, +1]$  之间均匀分布的随机数,  $T_k$  为经  $k$  次降温后的温度,  $t_0$  为一常数, 其值视初始温度  $T_0$  而定。  $A$  为分量  $x$  的上下界之差。

本文中目标函数有 5 个连续变量, 各自都有其上下界, 以 (10) 式计算的新点有可能越出边界。在传统的模拟退火算法中, 若  $x_k$  越出边界, 则再用 (10) 式进行计算, 反复进行, 直到满足其边界条件。显然这样计算是很费时的, 因此当产生的新点超越其边界条件时, 本文采用如下方法加以处理<sup>[9]</sup>:

$$x_k = \begin{cases} b - (x'_k - b)\text{MOD}(b - a), & x'_k > b \\ a + (a - x'_k)\text{MOD}(b - a), & x'_k < a \end{cases} \quad (10)$$

其中  $a, b$  为  $x$  的上下边界,  $(a_1) \text{MOD}(a_2)$  表示  $a_1/a_2$  的余数。采用上式处理越界的新点, 无须重复计算, 可以提高退火效率。

(4) “热平衡”判定 为了在每一温级下达到“热平衡”, 即每一温级下使目标函数减小的新点数目和使目标函数增大且被接受的新点数目基本相等。设使目标函数减小的新点数目为  $D_n$ , 使目标函数增大且被接受的新点数目为  $I_n$ , 则有

$$\lambda = |D_n - I_n| / (D_n + I_n) \leq \varepsilon \quad (11)$$

其中  $\varepsilon$  为一较小的实数, 本文取为 0.05。当  $\lambda$  大于  $\varepsilon$  时, 重复这一温级上的搜索, 直到满足条件为止。

(5) “回火”条件 为了进一步提高算法求得全局最优的可靠性, 本文采用了“回火”的方法对传统的模拟退火算法进行了改进。当系统还未达到最终的判停准则之前, 连续多次(如 5 次)降温而目标函数值都无变化, 则认为已落入局部极小而无法逃脱, 这时将温度  $T$  抬高到此刻温度的 10 倍左右, 然后重新进行退火。

(6) 判停准则 当目标函数  $E_2$  前一项的值小于该项初始值的千分之一时, 结束退火计算。

## 5 仿真结果

本文以均匀球模型作为头模型, 取球模型表面 30 个点作为测试点。测试点半径  $R$  设为 11cm。 (5) 式中  $\omega$  取值 0.3~0.6 之间,  $\alpha$  取为 0.5。脑内偶极子设定后, 通过 (3) 式作正向计算得各点磁感应强度值, 作为由 SQUID 测得的仿真值。解中 5 个参数的搜寻范围分别为  $R$ : 0~10(cm),  $\theta$ : 0~ $\pi$ (rad),  $\varphi$ : 0~ $2\pi$ (rad),  $P_\theta$ 、 $P_\varphi$ : -10~+10(nAm)。

表 1 一个真实源用两个源反演

参数	$R(\text{m})$	$\theta(\text{rad})$	$\varphi(\text{rad})$	$P_\theta(\text{nAm})$	$P_\varphi(\text{nAm})$
真实源	9.0	0.7854	3.1416	1.5	5.0
初值	2	3.1416	1	8	8
	3	2	3	9	-6
结果	9.0387	0.7819	3.1567	1.4342	4.8896
	9.7174	2.0070	4.2512	0.0000	0.0000

表 2 一个真实源用三个源反演

参数	$R(\text{m})$	$\theta(\text{rad})$	$\varphi(\text{rad})$	$P_\theta(\text{nAm})$	$P_\varphi(\text{nAm})$
真实源	6.0	0.7854	3.1416	1.5	-5.0
初值	3	0.3	2	6	3
	5	3.5	3	5	5
	7	2.5	3	9	-4
结果	6.2146	0.7843	3.1597	1.3084	-4.3808
	1.4918	0.5638	3.7448	0.0000	0.0000
	3.8602	2.8756	4.3277	0.0000	0.0000

表 3 两个真实源用三个源反演

参数	$R(\text{m})$	$\theta(\text{rad})$	$\varphi(\text{rad})$	$P_\theta(\text{nAm})$	$P_\varphi(\text{nAm})$
真实源	6.0	0.7854	3.1416	1.5	-5.0
	8.0	1.5708	1.5708	3	-5.0
初值	3	0.6283	2	6	3
	5	3.1416	3	5	5
	6	3.1416	3	9	-6
结果	6.3456	0.8693	3.3272	2.1023	6.2345
	8.6227	1.5478	1.5993	2.7455	-4.3665
	8.0445	1.3276	4.3056	0.0000	0.0000

## 6 结 论

本文基于最小偶极子数解, 研究了一种多偶极子的脑磁定位方法。通过改进的模拟退火算法进行了仿真计算, 结果表明, 该方法可以达到多偶极子的定位目的, 为脑内多偶极子的定位提供了有效途径。

## 参 考 文 献

- [1] Matti Hamalainen, *et al.*, Magnetoencephalography—Theory, instrumentation, and applications to noninvasive studies of the working human brain. *Rev. Mod. Phys.*, 1993, 65(2), 413-497.
- [2] B. N. Cuffin, *Biomagnetism: Applications and Theory*, H. Weinberg, G. Stroink, T. Katila, Eds New York. Pergamon, 1985, 9-18.
- [3] Jukka Sarvas, Basic mathematical and electromagnetic concepts of the biomagnetic inverse problem. *Phys. Med. Biol.*, 1987, 32(1), 11-22.
- [4] Kensuke Sekihara, Maximum-likelihood estimation of current-dipole parameters for data obtained using multichannel magnetometer, *IEEE Trans. on Biomed. Eng.*, 1992, 39(6), 558-561.
- [5] Kensuke Sekihara, Details of simulated annealing algorithm to estimate parameters of multiple current dipoles using biomagnetic data, *IEEE Trans. on Med. Imaging*, 1992, 11(2), 293-299.
- [6] Hideaki Haneishi, *et al.*, Multiple current dipole estimation using simulated annealing, *IEEE Trans. on Biomed. Eng.*, 1994, 41(11), 1004-1009.
- [7] S. Kirkpatrick, *et al.*, Optimization by simulated annealing, *Science*, 1983, 220, 671-680.
- [8] 康立山等. 非数值并行算法 (第一册), 北京, 科学出版社, 1997, 169-192.
- [9] 杨若黎等, 一种高效的模拟退火全局优化算法, *系统工程与实践*, 1997, 33(5), 29-35.

## A METHOD OF LOCALIZATION OF MEG BASED ON THE MINIMUM-DIPOLE SOLUTIONS

Huo Xiaolin    Lou Zhengguo    Li Jun    Wang Yuanmei

(Dept. of Life Sci. and Biomedical Eng., Zhejiang Univ., Hangzhou 310027, China)

**Abstract** The localization of multiple current dipoles is a difficult problem for the inverse study of MEG. A method of localization of multiple current dipoles based on the minimum-dipole number solutions is investigated. The revised simulated annealing algorithm as the optimization strategy is used in the simulation experiment. The result shows that the method is efficient to the localization of multiple current dipoles.

**Key words** MEG, Inverse problem, Simulated annealing, Global optimization

- 霍小林: 男, 1969年生, 博士生, 从事医学图像处理、脑磁、脑电的研究工作。  
 楼正国: 男, 1947年生, 教授, 从事脑磁、脑电的研究工作。  
 李 军: 男, 1965年生, 副教授, 从事医学图像处理的研究工作。  
 汪元美: 男, 1945年生, 教授, 博士生导师, 从事医学图像重建、神经网络的研究工作。