第1卷 第4期　　电 子 学 通 讯　　Vol. 1, No. 4
1979 年 10 月　　JOURNAL OF ELECTRONICS　　Oct. 1979

正交振子相控圆阵天线方向增益最佳化的研究*

刘 振 威
（中央气象局电信台）

提　　要

本文对M个正交振子元相控圆阵天线方向增益指标最佳化进行了研究．通过径切正交振子元加权因子辐射场型方向可控性质，把只适用于同样排列方向的相同有向元组成的阵用埃米特型比的形式表示方向增益最佳化理论扩展到M个正交振子元相控圆阵天线课题．

本文包括：阵远区辐射场公式；径切正交振子元加权场型方向可控因子的导出；调整激励（含幅度与相位在内）以及仅调整相位激励方向增益指标最佳化公式的推求．

一、引　　言

寻求最佳化方向增益，许多作者提出过论文，但是他们仅考虑同样取向相同元组成的天线阵．由于相控圆阵天线的定向波束在 360° 范围内具有旋转扫描以及同时多方位定向性能的一致性，因而在无线电测向、雷达以及通信方面获得了广泛的应用．因此，近几年来，人们对不同排列方向的有向元组成的圆阵性能指标最佳化技术特别重视． 然而，不同排列方向有向元组成的圆阵，由于较复杂的几何关系而且还由于阵的方向图不再等于元的方向图与阵因子的乘积，使得最佳化性能指标的研究困难起来[1]． 过去由 D. K. Cheng 等作者提出并多年致力于用埃米特型比表示性能指标最佳化理论方面进行了卓有成效的工作[2]，方法十分简洁，但是他们的方法只适用于同样排列方向相同元组成的阵[3]，即阵几何对各阵元的排列有对称轴的情形．

本文对M个正交振子元相控圆阵天线方向增益指标最佳化进行了研究．通过径切正交振子元加权因子辐射场型方向可控性质，把 D. K. Cheng 用埃米特型比表示方向增益最佳化理论扩展到正交振子元相控圆阵课题． 本文包括：阵远区辐射场公式；径切正交振子元加权场型方向可控因子的导出；调整复激励以及仅调整相位激励方向增益最佳化公式的推求．

二、M个径切向正交振子元圆阵远区辐射场公式

在 xoy 平面，以 o 点为圆心以 a 为半径的圆周上，等间隔放置M个径切向正交振子

* 1978 年 11 月 26 日收到．

元，如图1所示．第m元的位置坐标向量 $\boldsymbol{a}_m(a, \phi_m) = a(\mathring{\boldsymbol{x}}\cos\phi_m + \mathring{\boldsymbol{y}}\sin\phi_m)$；第$m$元电流激励对于切向和径向振子均为$I_m e^{j\delta_m}$． 式中 $\mathring{\boldsymbol{x}}$、$\mathring{\boldsymbol{y}}$ 分别为坐标 x、y 轴的单位向量；$\phi_m = \dfrac{2\pi m}{M}$；$I_m$ 和 δ_m 分别为第m元电流激励幅度和相位．

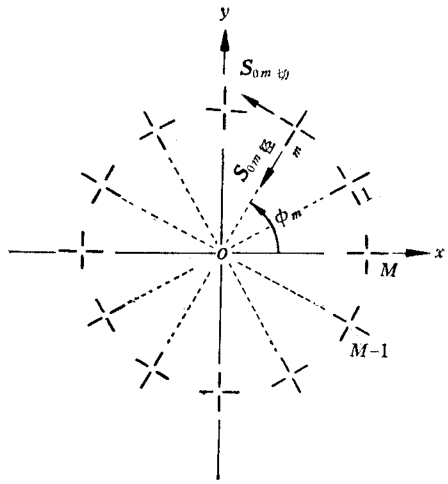

图1 径切正交振子元圆阵几何

根据对圆阵的每个径切正交振子元在远场点$P(r, \theta, \phi)$产生矢位$\boldsymbol{A}$的空间分解，并根据矢位$\boldsymbol{A}$与电场$\boldsymbol{E}$的基本关系[4]，求得M个径切向正交振子元圆阵的远区辐射场$\boldsymbol{E}_{阵}(\theta,\phi)$为：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_{阵}(\theta, \phi) = -j\frac{60}{r}\left[\frac{\pi l}{\lambda}\right]e^{-jk_0 r}\sum_{m=1}^{M}\{I_m[[\cos(\phi-\phi_m)+\sin(\phi-\phi_m)]\mathring{\boldsymbol{\phi}} \\ +[\cos\theta\sin(\phi-\phi_m)-\cos\theta\cos(\phi-\phi_m)]\mathring{\boldsymbol{\theta}}] \\ \times e^{j[\delta_m+k_0 a\sin\theta\cos(\phi-\phi_m)]}\}\end{aligned} \tag{1}$$

式中 r 为阵坐标原点 o 至远场点 p 的距离；

$k_0 = \dfrac{2\pi}{\lambda}$；

l 为振子的臂长；

$\mathring{\boldsymbol{\theta}}$，$\mathring{\boldsymbol{\phi}}$ 分别为阵球面坐标θ和ϕ的单位向量．

三、径切正交振子元辐射场型方向可控加权因子的导出

图2表示出圆阵中各正交振子单元都在$\mathring{\boldsymbol{P}}_{0q}\left(\theta_0 = \dfrac{\pi}{2}, \phi_0 = \phi_{0q}\right)$方向上定向的几何关系，$\mathring{\boldsymbol{P}}_{0q}$是任意选定的．令第$m$元的径向向量为$\mathring{\boldsymbol{P}}_m\left(\theta = \dfrac{\pi}{2}, \phi = \phi_m\right)$；第$m$元径向向量与定向方向的夹角$\phi_{meR}$称之为定向旋转角．根据$\mathring{\boldsymbol{P}}_m$和$\mathring{\boldsymbol{P}}_{0q}$空间坐标关系，则有：

$$\begin{aligned}\cos\phi_{meR} = \mathring{\boldsymbol{P}}_m\cdot\mathring{\boldsymbol{P}}_{0q} = (\mathring{\boldsymbol{x}}\cos\phi_m + \mathring{\boldsymbol{y}}\sin\phi_m) \\ \cdot(\mathring{\boldsymbol{x}}\cos\phi_{0q} + \mathring{\boldsymbol{y}}\sin\phi_{0q}) = \cos(\phi_{0q}-\phi_m)\end{aligned}$$

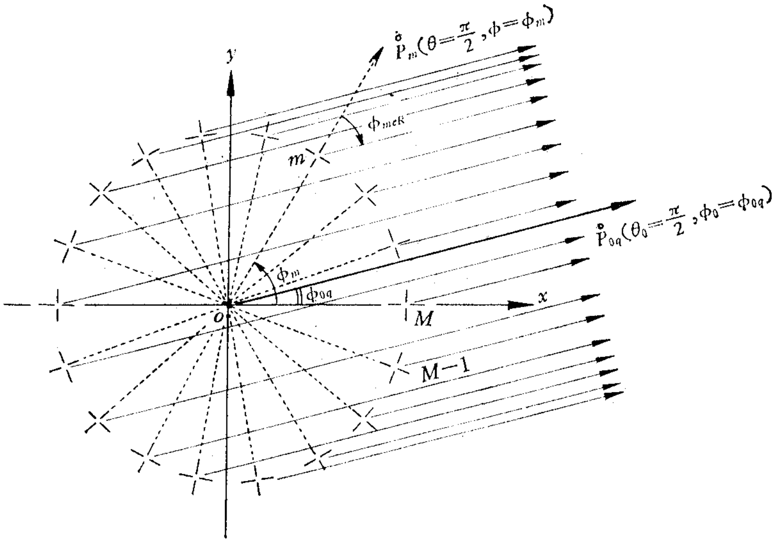

图 2　圆阵中径切正交振子元方向可控几何

式中符号“·”表示数量积.

$$\therefore \qquad \phi_{meR}=\phi_{0q}-\phi_m \tag{2}$$

根据式 (1)，第 m 元辐射场空间向量因子为：

$$[\cos(\phi-\phi_m)+\sin(\phi-\phi_m)]\overset{\circ}{\boldsymbol{\phi}}+[\cos\theta\sin(\phi-\phi_m) - \cos\theta\cos(\phi-\phi_m)]\overset{\circ}{\boldsymbol{\theta}} \tag{3}$$

对切向振子辐射场空间向量因子和径向振子辐射场空间向量因子分别加权 $\cos\phi_{meR}$ 和 $\sin\phi_{meR}$，则式 (3) 变为：

$$\begin{aligned}&[\cos(\phi-\phi_m)\cos\phi_{meR}+\sin(\phi-\phi_m)\sin\phi_{meR}]\overset{\circ}{\boldsymbol{\phi}}\\&+[\cos\theta\sin(\phi-\phi_m)\cos\phi_{meR}-\cos\theta\cos(\phi-\phi_m)\sin\phi_{meR}]\overset{\circ}{\boldsymbol{\theta}}\\&=\cos(\phi-\phi_{0q})\overset{\circ}{\boldsymbol{\phi}}+\cos\theta\sin(\phi-\phi_{0q})\overset{\circ}{\boldsymbol{\theta}}\end{aligned} \tag{4}$$

在加权的条件下，第 m 元远区辐射场公式为：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_{m_{|\text{加权}}}(\theta,\phi)=&-j\frac{60I_m e^{j\delta_m}}{r}\left[\frac{\pi l}{\lambda}\right]e^{-jk_0r}[\cos(\phi-\phi_{0q})\overset{\circ}{\boldsymbol{\phi}}\\&+\cos\theta\sin(\phi-\phi_{0q})\overset{\circ}{\boldsymbol{\theta}}]e^{jk_0a\sin\theta\cos(\phi-\phi_m)},\quad m=1,2,\cdots,M\end{aligned} \tag{5}$$

对式 (5) 的结果作如下讨论：

(1) 当 $\theta=90°$，即在阵平面，式 (5) 变为：

$$\begin{aligned}E_{m_{\text{加权}}}(\phi)_{|\theta=90°}=&-j\frac{60I_m e^{j\delta_m}}{r}\left[\frac{\pi l}{\lambda}\right]e^{-jk_0r}\cos(\phi-\phi_{0q})\\&\times e^{jk_0a\cos(\phi-\phi_m)},\quad m=1,2,\cdots,M\end{aligned} \tag{6}$$

说明当：

$$\left.\begin{aligned}\cos\phi_{meR}&=\cos(\phi_{0q}-\phi_m)\\\sin\phi_{meR}&=\sin(\phi_{0q}-\phi_m)\end{aligned}\right\}\quad m=1,2,\cdots,M \tag{7}$$

对切向和径向振子加权条件下，圆阵中的每个正交振子元方向图在水平面都指向预先选定的 $\overset{\circ}{\boldsymbol{P}}_{0q}$ 方向.

(2) 当 $\phi=\phi_{0q}$, 则式 (5) 变为:

$$E_{m_{加权}}(\theta)_{|\phi=\phi_{0q}}=-j\frac{60I_m e^{j\delta_m}}{r}\left[\frac{\pi l}{\lambda}\right]e^{-jk_0r}e^{jk_0a\sin\theta\cos(\phi_{0q}-\phi_m)},\quad m=1,2,\cdots,M \tag{8}$$

说明在控制指向的垂直面,圆阵中每个正交振子元在加权条件下,方向图为相对值为 1 的全向图形,垂直面最大值的全向图是随着控制方向 $\mathring{\boldsymbol{P}}_{0q}$ 而旋转的. 因此,我们将式 (7) 称为正交振子元辐射场型方向可控加权因子.

式 (5) 表明: 在方向可控加权因子的作用下, 圆阵中每个正交振子单元归一化辐射场均为 $\cos(\phi-\phi_{0q})\mathring{\boldsymbol{\phi}}+\cos\theta\sin(\phi-\phi_{0q})\mathring{\boldsymbol{\theta}}$ 同一型式. 因此, 在该课题方面打破了径切正交振子元组成的中心对称圆阵没有对称轴的观念, 方向图相乘原理在这种情形又显露出来. 下面我们把只适用于同样排列方向相同元组成的阵用埃米特型比的形式表示方向增益最佳化理论扩展到正交振子元相控圆阵课题.

四、调整复激励方向增益最佳化公式

(一) 用埃米特型比表示加权正交振子元相控圆阵方向增益函数

根据式 (5), 加权正交振子元相控圆阵远区辐射场 $\boldsymbol{E}_{阵}(\theta,\phi)$ 为:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_{阵}(\theta,\phi)&=-j\frac{60}{r}\left[\frac{\pi l}{\lambda}\right][\cos(\phi-\phi_{0q})\mathring{\boldsymbol{\phi}}+\cos\theta\sin(\phi-\phi_{0q})\mathring{\boldsymbol{\theta}}]\\&\quad\times e^{-jk_0r}\sum_{m=1}^{M}I_m e^{j[\delta_m+k_0a\sin\theta\cos(\phi-\phi_m)]}\\&=-j\frac{60}{r}\left[\frac{\pi l}{\lambda}\right]\boldsymbol{g}(\theta,\phi)e^{-jk_0r}\sum_{m=1}^{M}I_m e^{j(\delta_m+k_0a\cos\alpha_m)}\end{aligned}$$

式中:

$$\boldsymbol{g}(\theta,\phi)=\cos(\phi-\phi_{0q})\mathring{\boldsymbol{\phi}}+\cos\theta\sin(\phi-\phi_{0q})\mathring{\boldsymbol{\theta}}$$

为加权阵元方向图函数;

$$\cos\alpha_m=\sin\theta\cos(\phi-\phi_m)$$

α_m 是第 m 元位置坐标向量 $\boldsymbol{a}_m$ 与由阵中心 o 指向远区场点 P 的向量 $\mathring{\boldsymbol{r}}(\theta,\phi)$ 之间的夹角. 对上式仅保留变量形式,则为:

$$\boldsymbol{E}'_{阵}(\theta,\phi)=\boldsymbol{g}(\theta,\phi)\sum_{m=1}^{M}I_m e^{j(\delta_m+k_0a\cos\alpha_m)}=\boldsymbol{g}(\theta,\phi)f(\theta,\phi) \tag{9}$$

式中 $f(\theta,\phi)$ 为阵因子. 下面的推导是波束在水平面内相控定向条件下进行的,即

$$\theta_0=\frac{\pi}{2},\quad \phi_0=\phi_{0q}.$$

阵的方向增益函数为:

$$D=\frac{\left|E'\left(\theta_0=\frac{\pi}{2},\ \phi_0=\phi_{0q}\right)\right|^2}{\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}|f(\theta,\phi)|^2|\boldsymbol{g}(\theta,\phi)|^2\sin\theta d\theta d\phi} \tag{10}$$

现在我们规定两个列向量 $\boldsymbol{J}$ 和 $\boldsymbol{F}_0$. $\boldsymbol{J}$ 表示元的复激励函数集合：

$$\boldsymbol{J}=[J_m]=\begin{bmatrix} I_1e^{j\delta_1} \\ I_2e^{j\delta_2} \\ \vdots \\ I_Me^{j\delta_M} \end{bmatrix} \tag{11}$$

$\boldsymbol{F}_0$ 表示在定向方向上由空间差而引起的相位因子集合：

$$\boldsymbol{F}_0=[F_{0m}]=\begin{bmatrix} e^{-jk_0a\cos\alpha_{01}} \\ e^{-jk_0a\cos\alpha_{02}} \\ \vdots \\ e^{-jk_0a\cos\alpha_{0M}} \end{bmatrix} \tag{12}$$

式中 $\cos\alpha_{0m}$ 通过 $\cos\alpha_m=\sin\theta\cos(\phi-\phi_m)$ 令 $\theta_0=\dfrac{\pi}{2}$, $\phi_0=\phi_{0q}$ 求得,即

$$\cos\alpha_{0m}=\cos(\phi_{0q}-\phi_m).$$

根据式(9)—(12)，阵方向增益函数 D 可写成如下埃米特型比的形式：

$$D=\frac{\boldsymbol{J}^+\boldsymbol{A}\boldsymbol{J}}{\boldsymbol{J}^+\boldsymbol{B}\boldsymbol{J}} \tag{13}$$

式中在矩阵右上方加“+”符号表示矩阵的共轭转置；$\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 都是埃米特矩阵，且 $\boldsymbol{B}$ 是正定的.

$$\boldsymbol{A}=[a_{nm}]=\boldsymbol{F}_0\boldsymbol{F}_0^+ \tag{14}$$

并且

$$\boldsymbol{B}=[b_{nm}] \tag{15}$$

$\boldsymbol{B}$ 的典型元素为：

$$b_{nm}=\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}|\boldsymbol{g}(\theta,\phi)|^2e^{-jk_0a[\cos\alpha_n-\cos\alpha_m]}\sin\theta d\theta d\phi \tag{16}$$

（二）调整复激励最佳化[2]

式(13)方向增益最大值为：

$$D_{\max}=\boldsymbol{F}_0^+\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{F}_0 \tag{17}$$

对应 $D_{\max}$ 的最佳复激励为：

$$\boldsymbol{J}_{\text{opt}}=\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{F}_0 \tag{18}$$

根据式(17)、(18)，用数值方法可解出正交振子元相控圆阵调整复激励最佳化方向增益问题.

五、仅调整激励相位方向增益最佳化

（一）均匀间隔正交振子元圆阵原始辐射场公式

这种最佳化方法仅仅与该阵元具有中心奇对称的几何性质相联系，原始场公式必须从这里来寻找. 因此,我们把圆阵中的元的序号分成两部分，即从 $m=1$ 到 $m=\dfrac{M}{2}$ 和从

$\frac{M}{2}+1$ 到 M，对应第 m 元和第 $m+\frac{M}{2}$ 元的位置坐标向量分别为：

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{a}_m = a(\mathring{\boldsymbol{x}}\cos\phi_m + \mathring{\boldsymbol{y}}\sin\phi_m), \\ &\qquad m = 1, 2, \cdots, \frac{M}{2} \\ &\boldsymbol{a}_m = -a(\mathring{\boldsymbol{x}}\cos\phi_m + \mathring{\boldsymbol{y}}\sin\phi_m), \\ &\qquad m = \frac{M}{2}+1, \frac{M}{2}+2, \cdots, M \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

根据式 (5) 仅考虑保留变量因子，而仅调整激励相位含蓄着各元处在等幅激励的条件，即 $I_m = I_0, m = 1, 2, \cdots, M$ 则有：

$$\boldsymbol{E}'_m(\theta, \phi) = \boldsymbol{g}(\theta, \phi) I_0 e^{j[\delta_m + k_0 \boldsymbol{a}_m \cdot \mathring{\boldsymbol{r}}]} \tag{20}$$

式中符号"·"表示数量积．将

$$\mathring{\boldsymbol{r}} = \mathring{\boldsymbol{x}}\sin\theta\cos\phi + \mathring{\boldsymbol{y}}\sin\theta\sin\phi + \mathring{\boldsymbol{z}}\cos\theta$$

和式 (19) 代入式 (20)，则得：

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{E}'_m(\theta, \phi) = \boldsymbol{g}(\theta, \phi) I_0 e^{j[\delta_m + k_0 a \sin\theta\cos(\phi - \phi_m)]}, \\ &\qquad m = 1, 2, \cdots, \frac{M}{2} \\ &\boldsymbol{E}'_m(\theta, \phi) = \boldsymbol{g}(\theta, \phi) I_0 e^{j[\delta_m - k_0 a \sin\theta\cos(\phi - \phi_m)]}, \\ &\qquad m = 1 + \frac{M}{2}, 2 + \frac{M}{2}, \cdots M \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

辐射定向方向根据我们的运用条件 $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$，$\phi_0 = \phi_{0q}$，此处 ϕ_{0q} 是根据实际需要任意选定的．由于同相定向条件是仅调整相位激励最佳化的初始条件，则有：

$$\left.\begin{aligned} &\delta_m = -k_0 a\cos(\phi_{0q} - \phi_m), \quad m = 1, 2, \cdots, \frac{M}{2} \\ &\delta_m = k_0 a\cos(\phi_{0q} - \phi_m), \quad m = 1 + \frac{M}{2}, 2 + \frac{M}{2}, \cdots, M \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

根据上述分析，阵辐射场公式为：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}'_{阵}(\theta, \phi) &= I_0 \boldsymbol{g}(\theta, \phi) \sum_{m=1}^{M} e^{j[\delta_m + k_0 \boldsymbol{a}_m \cdot \mathring{\boldsymbol{r}}]} \\ &= I_0 \boldsymbol{g}(\theta, \phi) \left\{ \sum_{m=1}^{M/2} e^{-jk_0 a[\cos(\phi_{0q} - \phi_m) - \sin\theta\cos(\phi - \phi_m)]} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m=\frac{M}{2}+1}^{M} e^{jk_0 a[\cos(\phi_{0q} - \phi_m) - \sin\theta\cos(\phi - \phi_m)]} \right\} \\ &= 2I_0 \boldsymbol{g}(\theta, \phi) \sum_{m=1}^{M/2} \cos\left[k_0 a\left[\cos(\phi_{0q} - \phi_m)\right.\right. \\ &\quad \left.\left. - \sin\theta\cos(\phi - \phi_m)\right]\right] \end{aligned} \tag{23}$$

式 (23) 为我们所推求的仅调整相位激励最佳化的原始辐射场公式．

（二）正交振子元相控圆阵仅调整相位激励方向增益公式

令

$$\Delta_m = k_0 a[\cos(\phi_{0q} - \phi_m) - \sin\theta\cos(\phi - \phi_m)] \tag{24}$$

则式(23)变为：

$$\boldsymbol{E}'_{阵}(\theta, \phi) = 2I_0\boldsymbol{g}(\theta, \phi)\sum_{m=1}^{M/2}\cos\Delta_m \tag{25}$$

考虑 $\phi_m = \phi_m^0 + x_m$ 为第 m 元从同相定向起始的相移．式中 ϕ_m^0 为初始值；x_m 为扰动值，且 $x_m \ll 1$．代入式(25)，则相位扰动辐射场公式为：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}'_{阵}(\theta, \phi)_{|扰} &= 2I_0\boldsymbol{g}(\theta, \phi)\sum_{m=1}^{M/2}\cos(\Delta_m + \phi_m)\\ &\doteq \boldsymbol{g}(\theta, \phi)\left[F^0_{阵}(\theta, \phi) - 2I_0\sum_{m=1}^{M/2}x_m\sin(\Delta_m + \phi_m^0)\right]\end{aligned} \tag{26}$$

式中：
$$F(\theta, \phi)_{|扰} = F^0_{阵}(\theta, \phi) - 2I_0\sum_{m=1}^{M/2}x_m\sin(\Delta_m + \phi_m^0)$$

为扰动阵因子．根据方向增益的定义和我们的运用条件 $\theta_0 = \dfrac{\pi}{2}$，$\phi_0 = \phi_{0q}$，则有：

$$D = \frac{\left|E'\left(\theta_0 = \dfrac{\pi}{2}, \phi_0 = \phi_{0q}\right)\right|^2}{\dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}|F(\theta,\phi)_{|扰}|^2|\boldsymbol{g}(\theta, \phi)|^2\sin\theta d\theta d\phi} \tag{27}$$

因为

$$\begin{aligned}|F_{阵}(\theta, \phi)_{|扰}|^2 &= |F^0(\theta, \phi)|^2 - 2F^0(\theta, \phi)2I_0\sum_{m=1}^{M/2}x_m\sin(\Delta_m + \phi_m^0)\\ &\quad + \left[2I_0\sum_{m=1}^{M/2}x_m\sin(\Delta_m + \phi_m^0)\right]^2\end{aligned}$$

代入式(27)，并令

$$\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}|F^0(\theta, \phi)|^2|\boldsymbol{g}(\theta, \phi)|^2\sin\theta d\theta d\phi = \alpha_I \tag{28}$$

$$\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left[4F^0(\theta, \phi)I_0\sum_{m=1}^{M/2}x_m\sin(\Delta_m + \phi_m^0)\right]|\boldsymbol{g}(\theta, \phi)|^2\sin\theta d\theta d\phi = \boldsymbol{x}'\boldsymbol{\beta}_I \tag{29}$$

和

$$\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left[2I_0\sum_{m=1}^{M/2}x_m\sin(\Delta_m + \phi_m^0)\right]^2|\boldsymbol{g}(\theta, \phi)|^2\sin\theta d\theta d\phi = \boldsymbol{x}'\boldsymbol{c}_I\boldsymbol{x} \tag{30}$$

式中：

$$\boldsymbol{x}' = [x_1, x_2\cdots x_{\frac{M}{2}}] \tag{31}$$

为 $\boldsymbol{x}$ 的转置矩阵，$\boldsymbol{x}$ 为扰动相位列矩阵 $[x_m]$；

$\boldsymbol{\beta}_I$ 为 $\frac{M}{2}$ 个元素的列矩阵，典型元素为

$$\beta_m = \frac{I_0}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F^0(\theta, \phi)|\boldsymbol{g}(\theta, \phi)|^2 \sin(\Delta_m + \phi_m^0)\sin\theta d\theta d\phi \tag{32}$$

C_I 为 $\frac{M}{2}\times\frac{M}{2}$ 方阵，并且是对称正定的，其元素为：

$$C_{nm} = \frac{I_0^2}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \sin(\Delta_n + \phi_n^0)\sin(\Delta_m + \phi_m^0)|\boldsymbol{g}(\theta, \phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi \tag{33}$$

根据式(28)(29)(30)，则式(27)变为：

$$D = \frac{\left|E'\left(\theta_0 = \frac{\pi}{2}, \ \phi_0 = \phi_{0q}\right)\right|^2}{\alpha_I - \boldsymbol{x}'\boldsymbol{\beta}_I + \boldsymbol{X}'\boldsymbol{C}_I\boldsymbol{X}} \tag{34}$$

式(34)称为阵仅调整相位激励方向增益最佳化扰动公式。

(三) 方向增益最大公式及相应的相位激励最佳化条件[2]

根据式(34)，方向增益最大公式为：

$$D_{\max} = \frac{\left|E'\left(\theta_0 = \frac{\pi}{2}, \ \phi_0 = \phi_{0q}\right)\right|^2}{\alpha_I - \boldsymbol{\beta}_I'\boldsymbol{C}_I^{-1}\boldsymbol{\beta}_I} \tag{35}$$

相应的相位激励最佳化条件为：

$$\boldsymbol{x}_M = \boldsymbol{C}_I^{-1}\boldsymbol{\beta}_I \tag{36}$$

式中 $\boldsymbol{\beta}_I'$ 为 $\boldsymbol{\beta}_I$ 的转置。

利用式(35)、(36)，通过多次扰动叠代数值方法一直到叠代使得 $D_{\max}$ 不再增加为止，求出最后的 $D_{\max}$ 值及 $\boldsymbol{x}_M$ 值。

在这项研究工作中，得到了中国科学院电子学研究所吕保维先生的热情支持和具体指导，才得以最后的完成；中央气象局各级领导也给予了大力支持，在此一并表示衷心感谢。

参 考 文 献

[1] D. K. Cheng and F. I. Tseng, *Proc. IEE*, **117** (1970), 1232.
[2] D. K. Cheng, *Proc. IEEE*, **59** (1971), 1664; R. C. Hansen, Significant Phased Array Papers, Artech House Inc., (1973), pp. 23—33.
[3] J. Sahalos, *IEEE Trans. on AP*, **AP-24** (1976), 322.
[4] 刘振威，电子学通讯，**1**(1979), 118.