

非对称电偶极在地层中的热效应解析解¹

陈志雨 夏明耀 任列辉

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

摘 要 用近似法分析了有耗媒质中非对称电偶极的激励场, 得到一个场和焦耳热的简单的解析表达式. 与传统的对称型半波振子公式相比较, 其下端导体的电流分布表达式相同, 当下端导体为四分之一波长时激励近场表达式相近. 结合典型储油层给出一些计算结果, 对电磁波采油技术有参考价值.

关键词 非对称电偶极, 热效应解析解, 电磁波采油

中图分类号 O441

1 引言

电磁波采油(又称微波采油)是国际上近年来迅速发展的一门采油技术^[1], 它通过电磁波加热油层使稠油、重油的粘度降低, 流变性增加, 从而增加采油率, 常用的频段是 MHz. 有人建议采用电偶极型天线, 其上端利用由油层伸到地面的油管(典型长度约为 1km), 其下段则由一段四分之一波长或其它长度的与油管绝缘的另一段导体组成, 馈电点在地下的油层中, 此模型即所谓的非对称电偶极, 对油井的结构来说这种天线形式是比较方便的, 这种天线与对称的电偶极(或线天线)的激励场有相似之处, 但又有区别, 特别在极低频时区别很大. 关于非对称电偶极在半空间有耗媒质中的激励场已有文章论述^[2,3], 由于微波采油所用频率比较高, 而油层距地面的距离又比较远, 这种情况下就无需考虑半空间问题, 从而有可能采取更简单的解法. 本文的目的是利用近似法得到关于它在全空间有耗媒质中激励场的一个解析解, 这样将大大方便于工程问题的分析和讨论. 然后, 将此公式与传统的有耗媒质半波振子公式相比较, 并利用此公式结合典型的油层对这种天线产生的焦耳热分布作一个计算和分析, 其结果会对电磁波采油技术有参考价值.

2 理论

图 1 为天线模型的示意图, 其中 h 为下端导体长度, 上端导体假设为无穷长, a 为导体半径(假设上下导体均相同), ϵ 和 σ 分别为周围媒质的介电常数和电导率.

对 $e^{-\omega t}$ 依赖的电磁波, 天线电流 $I(z')$ 产生的矢势为

$$A_z(\rho, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^\infty I(z') \frac{e^{jk r}}{r} dz' \quad (1)$$

其中 k 为电磁波的波数, μ_0 为真空中的磁导率, $r = \sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}$.

在天线的边界上, 利用电场的切向边界条件和激励条件得

$$E_z(a, z) = -\frac{1}{j\omega\mu_0\epsilon'} \left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k^2 A_z \right) = -V_0 \delta(z - h), \quad 0 \leq z < \infty \quad (2)$$

¹ 2000-07-28 收到, 2000-12-04 定稿
国家自然科学基金资助项目 (No.69771003)

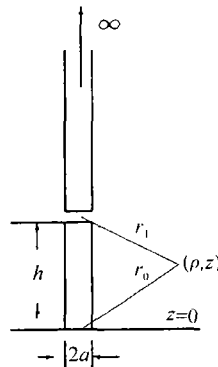


图 1 非对称电偶极模型示意图

这里 E_z , V_0 分别为切向电场和激励电压, $\epsilon' = \epsilon_0\epsilon + j\sigma/\omega$ 为媒质的复介电常数. 由微分方程 (2) 式得 $A_z(a, z)$ 的形式解为

$$A_z(a, z) = \begin{cases} B e^{jk(z-h)} - jV_0\sqrt{\mu_0\epsilon'} \sin k(z-h), & 0 \leq z \leq h \\ B e^{jk(z-h)}, & h \leq z < \infty \end{cases} \quad (3)$$

其中 B 为待定常数.

以下在边界上作一个 $A_z(a, z) \propto I(z)$ 的假设, 令

$$A_z(a, z) \approx \mu_0 \bar{L} I(z) \quad (4)$$

其中

$$\bar{L} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \frac{e^{jk\sqrt{a^2+(t-h)^2}}}{\sqrt{a^2+(t-h)^2}} dt \quad (5)$$

(4) 式和 (5) 式的假设是基于这样的考虑: 由于函数 $e^{jk\sqrt{a^2+(z-z')^2}}/\sqrt{a^2+(z-z')^2}$ 在 $z' = z$ 处最大, 令其近似等于 $4\pi\bar{L}\delta(z-z')$, 由 (1) 式, 得 $A_z(a, z) \approx \mu_0\bar{L}I(z)$, 再由 $e^{jk\sqrt{a^2+(z-z')^2}}/\sqrt{a^2+(z-z')^2} \approx 4\pi\bar{L}\delta(z-z')$ 两边对 z' 积分, 再取 $z = h$, 则得 (5) 式. 这里 z 取为 h 一是考虑到 $z = h$ 是馈电点, 在该处 \bar{L} 的量值对输入阻抗的影响最大, 二是考虑到 $z = h$ 点靠近天线的中心, 其他点的比例系数用这点的比例系数代替误差会比较小.

则在天线端点,

$$A_z(a, 0) \propto I(0) = 0 \rightarrow B = -jV_0\sqrt{\mu_0\epsilon'} \sin kh e^{jkh} \quad (6)$$

于是由 (3), (4) 和 (6) 式可得

$$A_z(a, z) = \begin{cases} -jV_0\sqrt{\mu_0\epsilon'} \sin kz e^{-jkh}, & 0 \leq z \leq h \\ -jV_0\sqrt{\mu_0\epsilon'} \sin kh e^{-jkz}, & h \leq z < \infty \end{cases} \quad (7)$$

或

$$I(z) = \begin{cases} I_0(\sin kz/\sin kh), & 0 \leq z \leq h \\ I_0 e^{jk(z-h)}, & h \leq z < \infty \end{cases} \quad (8)$$

其中 $I_0 = I(z = h)$ 为在馈电点的电流,

$$I_0 = -[jV_0/(Z_c \bar{L})] \sin kh e^{jkh} \quad (9)$$

从而天线的输入阻抗为

$$Z_{in} = V_0/I_0 = -Z_c \bar{L} e^{-jkh}/(j \sin kh) \quad (10)$$

其中 Z_c 为周围媒质的波阻抗。以下我们将看到 (8) 式中下端导体的电流分布形式与对称线天线是相同的。电流分布确定后即可按 (1) 式计算空间的场分布。经过冗长的推导 (参见附录), 最后却得到极其简单的结果:

$$H(\rho, z) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_z}{\partial \rho} = \frac{jI_0}{4\pi \sin kh} \frac{1}{\rho} \left[e^{jk(r_1-h)} - e^{jkr_0} \right] \quad (11)$$

$$E_\rho(\rho, z) = \frac{1}{j\omega\epsilon'} \frac{\partial H_\phi}{\partial z} = \frac{jI_0 Z_c}{4\pi \sin kh} \frac{1}{\rho} \left[(z-h) \frac{e^{jk(r_1-h)}}{r_1} - z \frac{e^{jkr_0}}{r_0} \right] \quad (12)$$

以及

$$E_z(\rho, z) = -\frac{1}{j\omega\epsilon'} \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho H_\phi)}{\partial \rho} = \frac{jI_0 Z_c}{4\pi \sin kh} \left[\frac{e^{jkr_0}}{r_0} - \frac{e^{jk(r_1-h)}}{r_1} \right] \quad (13)$$

以上公式的化简主要是利用了积分公式

$$\int e^{jk(r+z')} \left(\frac{jk}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right) dz' = \frac{e^{jk(r+z')}}{r(r+z'-z)} \quad (14)$$

以及

$$\int e^{jk(r-z')} \left(\frac{jk}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right) dz' = -\frac{e^{jk(r-z')}}{r(r-z'+z)} \quad (15)$$

单位时间单位体积发出的焦耳热则为

$$\begin{aligned} Q(\rho, z) &= \frac{1}{2} \sigma |E|^2 = \frac{1}{2} \sigma (|E_\rho|^2 + |E_z|^2) \\ &= \frac{D}{\rho^2} \left[e^{-2\alpha r_0} + e^{-2\alpha(r_1-h)} - 2 \frac{r_0^2 - zh}{r_0 r_1} e^{-\alpha(r_0+r_1-h)} \cos \beta(r_0 - r_1 + h) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

其中 β 和 α 分别为 k 的实部和虚部, 即 $k = \beta + j\alpha$, $D = \sigma \left| \frac{I_0 Z_c}{4\pi \sin kh} \right|^2$, $r_0 = \sqrt{\rho^2 + z^2}$, $r_1 = \sqrt{\rho^2 + (h-z)^2}$, 式中 I_0 为有效值。

为与对称型电偶极或线天线的公式相对照, 现将 King^[4] 关于有耗媒质中的半波振子公式重列在下, 为读者方便起见式中改用了本文的坐标和符号。其天线电流分布为

$$I(z) = I_0 \frac{\sin k(h - |z - h|)}{\sin kh} = \begin{cases} I_0 \frac{\sin kz}{\sin kh}, & 0 \leq z \leq h \\ I_0 \frac{\sin k(2h - z)}{\sin kh}, & h \leq z \leq 2h \end{cases} \quad (17)$$

激励场为

$$H_{\phi} = \frac{jI_0}{4\pi \sin kh\rho} [e^{jkr_2} + e^{jkr_0} - 2 \cos kh e^{jkr_1}] \quad (18)$$

$$E_{\rho} = \frac{jI_0 Z_c}{4\pi \sin kh\rho} \left[\frac{z-2h}{r_2} e^{jkr_2} + \frac{z}{r_0} e^{jkr_0} - \frac{2(z-h)}{r_1} \cos kh e^{jkr_1} \right] \quad (19)$$

$$E_z = -\frac{jI_0 Z_c}{4\pi \sin kh} \left[\frac{e^{jkr_2}}{r_2} + \frac{e^{jkr_0}}{r_0} - \frac{2}{r_1} \cos kh e^{jkr_1} \right] \quad (20)$$

对照这两种模型的表达式, 我们推出的非对称模型的下端导体电流分布表达式与 King 的对称型模型完全相同, 在 H_{ϕ} , E_{ρ} 和 E_z 的表达式中, 都由对称模型中的 3 项变为两项, 其中都有一项是完全相同的。

3 数值结果

图 2 为 $f = 13.6\text{MHz}$ 时对一种典型油层由 (8) 式算出天线上的电流分布, 其中 $\sigma = 0.05/\Omega\text{m}$, $\epsilon = 5.0$, $h = \lambda/4 = 0.92\text{m}$, 输入功率为 $P = 100\text{kW}$ 。此结果与用由 (1),(3) 式出发的矩量法对此模型解出的结果基本吻合。用本文方法得到的输入阻抗实部为 34.18Ω , 而用矩量法得到输入阻抗实部为 33.88Ω 。

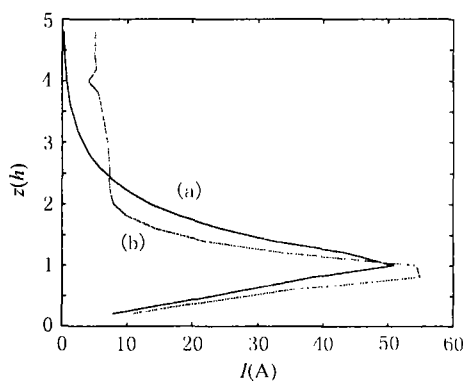


图 2 天线上的电流分布
(a) 本文方法的结果, (b) 矩量法的结果

图 3 和图 4 是用本文方法计算下端导体为 $1/4$ 波长时的天线产生的焦耳热沿径向和 z 向的分布的结果, 地层的参数与输入功率同图 2。为比较起见, 用 King 关于半波振子的公式对相同输入电流和地层参数的计算结果也画于图中。从公式来看, 本文激励场的结果应与对称电偶极子的结果相近, 从图 3 和图 4 看实算结果也是相近的, 差别仅在于对非对称模型来说发热的效果不如对称模型关于 $z = h$ 平面那样完全地对称, 另外在量值上稍大一些。

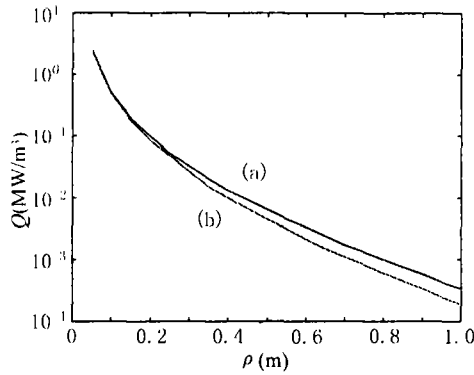


图3 $f = 13.6\text{MHz}$, $z = h$ 时天线产生的
焦耳热沿径向的分布
(a) 本文方法的结果; (b) 用文献 [4] 公式的结果

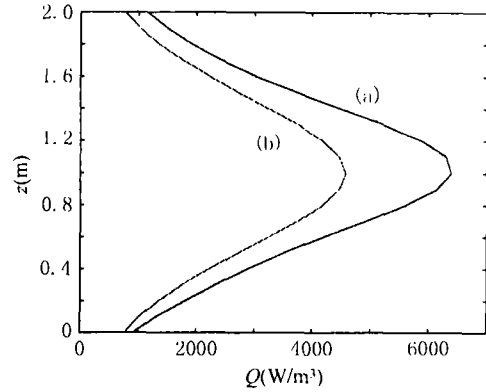


图4 $f = 13.6\text{MHz}$, $\rho = 0.5\text{m}$ 时天线产生的
焦耳热沿 z 方向的分布
(a) 本文方法的结果; (b) 用文献 [4] 公式的结果

从微波采油的角度, 由图3看, 该裸天线模型加热距离很短, 范围很窄, 在距馈电点 1m 距离之内单位体积的热功率即下降了几个量级, 这样很容易将近处油层烧焦而远处得不到加热。按有耗媒质中天线的一般理论, 给下端导体加绝缘包层也许能解决这个问题, 这是有待于进一步研究的问题。

4 结 论

用边界矢势与电流成正比的近似可以得到非对称电偶极在全空间有耗媒质中激励场的解析解, 而且结果非常简单。通过与其他计算方法结果的对比, 证明本文近似方法可行, 结果基本正确和合理。另外, 对典型油层的计算结果表明, 将非对称电偶极型裸天线直接用于微波采油是有问题的, 还应进一步研究下端导体给予绝缘包层的模型。

附录: 公式 (11) 的推导

$$\begin{aligned}
 H(\rho, z) &= -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_z}{\partial \rho} = -\frac{1}{4\pi} \int_0^\infty I(z') \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{e^{jk\rho}}{r} \right) dz' = -\frac{\rho}{4\pi} \int_0^\infty I(z') \left(\frac{jk}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right) e^{jk\rho} dz' \\
 &= -\frac{I_0 \rho}{4\pi \sin kh} \left[\int_0^h \frac{1}{2j} (e^{jk(r+z')} - e^{jk(r-z')}) \left(\frac{jk}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right) dz' + \int_h^\infty \frac{1 - e^{-j2kh}}{2j} e^{jk(r+z')} \left(\frac{jk}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right) dz' \right] \\
 &= \frac{jI_0 \rho}{8\pi \sin kh} \left\{ \left[\frac{e^{jk(r+z')}}{r(r+z'-z)} + \frac{e^{jk(r-z')}}{r(r-z'+z)} \right]_0^h + (1 - e^{-j2kh}) \left[\frac{e^{jk(r+z')}}{r(r+z'-z)} \right]_h^\infty \right\} \\
 &= \frac{jI_0 \rho}{8\pi \sin kh} \left[\left(\frac{1}{r_1 + h - z} + \frac{1}{r_1 - h + z} \right) \frac{e^{jk(r_1-h)}}{r_1} - \left(\frac{1}{r_0 - z} + \frac{1}{r_0 + z} \right) \frac{e^{jk r_0}}{r_0} \right] \\
 &= \frac{jI_0}{4\pi \sin kh \rho} \left[e^{jk(r_1-h)} - e^{jk r_0} \right]
 \end{aligned}$$

参 考 文 献

- [1] A. Chakma, K. N. Jha, Heating oil recovery from thin pay zone by electromagnetic heating, SPE 24817, 1992, 525-534.
- [2] M. Y. Xia, Z. Y. Chan, Attenuation predictions at extremely low frequencies for measurement while drilling electromagnetic telemetry system, IEEE-GRS, 1993, 31(6), 1222-1228.
- [3] Chen Zhiyu, Xia Mingyao, The frequency property of buried non-symmetrical dipole, International Journal of Electronics, 1993, 75(4), 783-793.
- [4] R. W. P. King, K. IIZUKA, The complete electromagnetic field of a half-wave dipole in a dissipative medium, IEEE-AP, 1963, 11(5), 275-285.

ANALYTICAL SOLUTION ABOUT HEATING EFFECTS OF
A NON-SYMMETRICAL DIPOLE IN LOSSY MEDIA

Chen Zhiyu Xia Mingyao Ren Liehui

(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract An approximate method is used to analyse the excited fields with a non-symmetrical dipole in lossy media and simple analytical expressions about the fields and joule heat are obtained. These expressions are compared with the formulas of traditional symmetrical half-wave dipole. Some calculated results are given for a typical oil reservoir, which will be useful for the electromagnetic wave oil recovery technique.

Key words Non-symmetrical dipole, Analytical solution for heat effects, Oil recovery by electromagnetic waves

陈志雨: 男, 1945 年生, 研究员, 长期从事电磁场理论与电波传播研究.
夏明耀: 男, 1963 年生, 副研究员, 长期从事电磁场理论与电波传播研究.
任列辉: 男, 1975 年生, 硕士研究生, 电磁场与微波技术专业.